

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ»

На правах рукописи



Васьковская Татьяна Александровна

**Анализ оптимальных режимов
электроэнергетических систем на основе
множителей Лагранжа**

Специальность 05.14.02 —
«Электрические станции и электроэнергетические системы»

Диссертация на соискание учёной степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН
Бутырин Павел Анфимович

Москва — 2018

Оглавление

	Стр.
Введение	8
Глава 1 Нелинейная оптимизация установившихся режимов электроэнергетических систем (ЭЭС)	23
1.1 Постановка задачи оптимизации установившихся режимов ЭЭС .	24
1.1.1 Обзор постановок задач оптимизации	24
1.1.2 Постановка, используемая в данной диссертации	27
1.2 Методы решения задачи оптимизации установившихся режимов ЭЭС	33
1.2.1 Обзор методов решения задачи оптимизации	33
1.3 Необходимые условия оптимальности	36
1.4 Анализ прямых и двойственных переменных, новая классификация узлов	43
1.4.1 Общепринятая классификация узлов	43
1.4.2 Свойства прямых и двойственных переменных в оптимальном режиме	44
1.4.3 Классификация узлов для прямых и двойственных переменных	46
1.4.4 Алгоритм классификации узлов	50
1.5 Выводы по главе 1	51
Глава 2 Чувствительность оптимальных режимов ЭЭС	53
2.1 Обзор литературы и разработка схем взаимосвязи переменных в оптимальном режиме	54
2.1.1 Текущее состояние теории чувствительности оптимальных режимов ЭЭС	54
2.1.2 Применение новой классификации узлов при формировании математической модели чувствительности	56
2.2 Математическая модель чувствительности относительно реакции ЭЭС	61
2.2.1 Математическая модель	61

2.2.2	Алгоритм формирования математической модели чувствительности	69
2.3	Математическая модель чувствительности относительно воздействий на ЭЭС	71
2.3.1	Математическая модель	71
2.3.2	Анализ независимости воздействий	73
2.3.3	Алгоритм поиска зависимых воздействий	77
2.4	Выводы по главе 2	77
Глава 3 Исследование свойств оптимальных режимов ЭЭС		
	при декомпозиции множителей Лагранжа	79
3.1	Принципы декомпозиции МЛ	80
3.1.1	Классическая декомпозиция относительно балансирующего узла	80
3.1.2	Другие известные направления и принципы декомпозиции относительно МЛ-формирующих узлов	83
3.2	Декомпозиция по параметрам целевой функции	87
3.3	Декомпозиция множителей Лагранжа по факторам, определяющим их формирование	109
3.3.1	Алгоритм метода взвешенной декомпозиции	118
3.4	Множители Лагранжа как характеристика оптимального установившегося режима, чувствительности сетевых ограничений и ограничений по напряжению в ЭЭС	119
3.4.1	Математическая, экономическая и физическая интерпретация множителей Лагранжа и весовых коэффициентов декомпозиции	119
3.4.2	Представление множителей Лагранжа в виде линейной комбинации параметров целевой функции с коэффициентами оптимального режима ЭЭС	128
3.5	Выводы по главе 3	131
Глава 4 Принцип декомпозиции как эффективный инструмент анализа оптимальных режимов на оптовом рынке электроэнергии		
		133

	Стр.
4.1	Анализ узловых цен на оптовом рынке электроэнергии 135
4.1.1	Проблемы существующей практики анализа узловых равновесных цен 135
4.1.2	Применение метода взвешенной декомпозиции 140
4.1.3	Адресность узловых цен 143
4.2	Декомпозиция узловых цен при оптимизации суточных режимов ЭЭС 146
4.2.1	Постановка задачи конкурентного отбора ценовых заявок на сутки вперед 146
4.2.2	Необходимые условия оптимальности и классификация узлов 148
4.2.3	Анализ чувствительности суточных оптимальных режимов 153
4.2.4	Компоненты МЛ для задачи конкурентного отбора ценовых заявок на сутки вперед 156
4.2.5	Примеры декомпозиции суточных узловых цен 158
4.3	Управление узловыми ценами компенсирующими устройствами и устройствами с элементами гибкой электропередачи (устройствами FACTS) 169
4.4	Выводы по главе 4 177
Глава 5	Выделение зон влияния различных факторов на основе компонент множителей Лагранжа 178
5.1	Подход к идентификации зон влияния 179
5.1.1	Обзор литературы по теме зонирования на основе множителей Лагранжа 179
5.1.2	Общий подход к выделению зон 181
5.2	Зоны по параметрам целевой функции 183
5.2.1	Зоны по режимным и суммарным весам 183
5.2.2	Алгоритм выявления зон по суммарным и режимным весам 186
5.2.3	Карманы нагрузки 188
5.2.4	Алгоритм выявления карманов нагрузки 191
5.3	Зоны влияния сетевых ограничений и ограничений по напряжению 192
5.3.1	Зоны по факторным весовым коэффициентам 192
5.3.2	Зоны по компонентам множителей Лагранжа 193

	Стр.
5.4	Выделение устойчивых зон 201
5.4.1	Расстояние между зонами как метрика их сходства 201
5.4.2	Инкрементальный алгоритм формирования базы кластеров 205
5.4.3	Алгоритм выделения устойчивых зон 207
5.5	Выводы по главе 5 208
Глава 6	Эквивалентные модели сложных ЭЭС 209
6.1	Разомкнутые эквивалентные модели ЭЭС 210
6.1.1	Взаимосвязь между множителями Лагранжа в разомкнутых ЭЭС 210
6.1.2	Взаимосвязь между множителями Лагранжа на примере энергосистем Сибири, Урала и Средней Волги 214
6.2	Эквивалентирование электрической сети для целей построения моделей взаимосвязи между множителями Лагранжа 219
6.2.1	Критерии эквивалентности 219
6.2.2	Эквивалентные преобразования и расчет эквивалентного сопротивления 222
6.2.3	Взаимосвязь между множителями Лагранжа на примере энергосистемы Северо-Запада, ее зависимость от эквивалентного сопротивления 223
6.3	Замкнутые эквивалентные модели ЭЭС 227
6.3.1	Взаимосвязь между множителями Лагранжа в замкнутой ЭЭС 227
6.3.2	Взаимосвязь между множителями Лагранжа на примере энергосистемы Юга 228
6.4	Выводы по главе 6 231
Глава 7	Использование зон влияния различных факторов и эквивалентных моделей ЭЭС как инструмент анализа и прогноза ценовых сигналов оптового рынка электроэнергии 234
7.1	Идентификация устойчивых зон на рынке на сутки вперед 236
7.1.1	Выбор параметров алгоритма: параметр порога чувствительности w_{\min} 236

	Стр.
7.1.2	Выбор параметров алгоритма: параметр сходства зон γ 239
7.1.3	Результаты и интерпретация применения алгоритма идентификации зон 240
7.2	Оценка перспективных цен и стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед в Мурманской области 243
7.2.1	Сценарии перспективного развития Мурманской области . 243
7.2.2	Результаты расчета в годовой перспективе 247
7.3	Моделирование перспективных цен и стоимости электроэнергии на оптовом рынке электроэнергии и мощности 251
7.3.1	Иерархический подход к укрупнению ЭЭС и моделированию узловых цен 251
7.3.2	Эквивалентная модель ЭЭС для оценки перспективной цены электроэнергии на рынке на сутки вперед 253
7.4	Выводы по главе 7 255
Заключение 256	
Список сокращений и условных обозначений 260	
Словарь терминов 263	
Список литературы 264	
Список рисунков 293	
Список таблиц 298	
Приложение А Результаты оптимизации установившегося режима ЭЭС для примеров 1.1—1.3 301	
Приложение Б Математическая модель чувствительности оптимального режима на рынке на сутки вперед для расчета σ_h, μ_{th} и $\nu_{gh}^{+(-)}$ 304	

Приложение В	Веса МЛ-формирующих узлов режимной компоненты в суточных оптимальных режимах для примеров 4.2—4.4	305
Приложение Г	Документы о внедрении результатов диссертационной работы	313

Введение

Актуальность темы. Оптимальные режимы электроэнергетических систем (ЭЭС) традиционно были в центре внимания специалистов по электроэнергетике. С реформированием электроэнергетической отрасли, с внедрением рыночных отношений и появлением в связи с этим новых критериев оптимальности режимов ЭЭС, нового понятийного аппарата, множества участников с часто противоположными интересами внимание к таким режимам только возросло.

Реформы в электроэнергетической отрасли, направленные на децентрализацию и развитие рыночных отношений, начались в 1980—1990-е годы. Первые преобразования этой отрасли прошли в Чили с 1981—1982 годов и в Великобритании с 1988—1989 годов. В США, Канаде, странах Скандинавии, Австралии процесс дерегулирования был запущен в начале 1990-х годов, а позднее, в середине и конце 1990-х годов, — в Бразилии, странах Западной Европы, Сингапуре. В Казахстане и России переход от государственного регулирования в электроэнергетике к рыночному начался с 2000-х годов.

При наличии ряда преимуществ у государственного регулирования тарифов энергокомпаний имеются и недостатки. Один из них заключается в невозможности своевременного и одновременного стимулирования энергокомпаний снижать издержки и инвестировать в развитие отрасли. При реформировании электроэнергетики в разных странах ставились свои задачи, однако самой распространенной причиной для начала реформ послужила необходимость снизить государственные инвестиции в электроэнергетическую отрасль и в ряде случаев разрешить инвестиционный кризис в электроэнергетике.

В России преобразования электроэнергетической отрасли проходили в два этапа. В 1992 году в условиях приватизации было учреждено РАО «ЕЭС России», в задачи которого входило обеспечение функционирования и развития единой энергосистемы страны, и было введено государственное регулирование тарифов на электрическую и тепловую энергию. Позднее в 1996 году был создан Федеральный оптовый рынок электрической энергии и мощности. Началом второго этапа реформирования можно считать Постановление Правительства РФ о реформировании электроэнергетики Российской Федерации, вышедшее в 2001 году. В нем предусматривалось разделение принадлежащих вертикально-инте-

группированной компании РАО «ЕЭС России» активов по видам деятельности. Были выделены: производство электроэнергии, ее передача и распределение, сбыт, диспетчерское управление. Реорганизация была проведена в 2006—2008 годах. Потенциально конкурентные генерирующие и сбытовые компании были проданы частным инвесторам. Остальные виды деятельности сохранились под государственным контролем. В ходе реорганизации были учреждены 21 генерирующая компания, 70 сбытовых компаний, Федеральная сетевая компания, Системный оператор и Администратор торговой системы.

Существенным образом изменилась структура взаимоотношений в отрасли. Вместо единой централизованной системы управления была сформирована система, мотивирующая генерирующие и сбытовые компании, крупных потребителей к добровольному участию в отношениях производства, распределения и потребления электроэнергии на рыночной основе. Новые критерии управления стали учитывать интересы различных собственников и направлены на поиск максимальной совокупной выгоды для всех участников.

Появились конкурентные механизмы формирования цены на электроэнергию, включающие конкурентный выбор состава включенного генерирующего оборудования, свободные двусторонние договоры, рынок на сутки вперед, балансирующий рынок, рынок системных услуг и рынок мощности. Каждый из этих механизмов предназначался для решения определенной задачи в процессе управления режимами ЭЭС, планирования работы и развития ЭЭС на различные временные периоды. Свободные механизмы ценообразования были основаны на конкурентном отборе ценовых заявок поставщиков и покупателей электроэнергии и мощности, выполняемом в процессе оптимизации режимов ЭЭС. Одновременно с оптимизацией начали рассчитывать цены на электроэнергию и мощность, в основу формирования которых заложили технологические процессы планирования режимов.

С введением рынков электроэнергии появились новые задачи и вопросы, требующие иных подходов к их решению. Схожие проблемы наблюдаются и в России, и за рубежом. Во-первых, у потребителей недостаточно инструментов для измерения и управления потреблением в реальном режиме времени. Это влечет за собой отсутствие реакции потребителей на цены. Потребители не могут отказаться от электроэнергии, предлагаемой по высокой цене. Это приводит к тому, что в краткосрочной перспективе спрос на электроэнергию неэластичен. Во-вторых, процесс производства, передачи, распределения и потреб-

ления электроэнергии является крайне сложным технологическим процессом. Все задействованные в процессе организации работают синхронно. Необходимо поддерживать частоту и напряжение в пределах нормативных требований. В результате поставка электроэнергии по конкретному контракту не может быть осуществлена независимо от других контрактов. По сути отсутствуют средства управления индивидуальным потоком электроэнергии.

В сфере организации рыночных отношений все вышесказанное приводит к серьезному вызову — необходимо обеспечить корректные ценовые сигналы, мотивирующие участников к действиям в интересах поддержания устойчивого функционирования ЭЭС. Одновременно требуется урегулировать вопросы недостаточной эластичности спроса, недостаточной пропускной способности линий электропередачи, локального исключительного положения отдельных участников, образования олигополистической структуры поставщиков электроэнергии и т. п. Опыт развития рынков за рубежом показал, что так или иначе необходимо регулирование электроэнергетической отрасли со стороны государства, включая создание правил функционирования рынка, политики повышения энергоэффективности и энергосбережения, стратегий перспективного развития ЭЭС, инструментов развития конкурентных отношений и ограничения манипулирования ценами.

Задача создания ценовых сигналов на некоторых рынках, включая оптовый рынок электроэнергии и мощности в России, решается введением узлового ценообразования. Такое ценообразование обеспечивается расчетами оптимального режима ЭЭС, которые проводят Администратор торговой системы на сутки вперед и Системный оператор в день фактической поставки электроэнергии. Оптимальный режим представляет собой установившийся режим ЭЭС, полученный по результатам решения задачи оптимизации по критерию минимума издержек на выработку электроэнергии или максимума функции благосостояния. Цены определяются для каждого узла ЭЭС как двойственные оценки или Множители Лагранжа (МЛ) к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС.

Исследование двойственности в задачах оптимизации режимов сложных ЭЭС проводилось в СССР Гаммом А. З. еще в 70-х годах прошлого столетия. Множители Лагранжа (МЛ) в задачах оптимизации рассматриваются как теневые цены и таким образом характеризуют эффективность функционирования ЭЭС. Идея такого использования МЛ принадлежит Канторовичу Л. В. В книге

«Математические методы организации и планирования производства» (Изд-во ЛГУ, 1939) он называл их разрешающими множителями и оценивал возможность их применения для анализа оптимального решения, например, оценки изменения последнего при небольших вариациях задачи. Позднее в книге «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов» (Изд-во АН СССР, 1959) Канторович Л. В. сделал вывод, что разрешающие множители являются объективно обусловленными оценками (по сути ценами), учитывающими конкретные условия производства и обеспечивающими наиболее эффективное использование ресурсов.

МЛ к уравнениям баланса активной мощности в задачах оптимизации режимов ЭЭС лежат в основе узловых цен на рынке электроэнергии и в настоящей работе рассматриваются как основной предмет исследования. Изучение МЛ является крайне важной и актуальной задачей, поскольку они применяются при расчете стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед и балансирующем рынке. Согласно годовым отчетам АО «АТС» доля стоимости электроэнергии, реализуемой на этих рынках, в общей стоимости электроэнергии и мощности на оптовом рынке превышает 65 %. Следует отметить, что МЛ обычно рассматриваются как вспомогательные величины. Но с использованием их для расчетов на рынках электроэнергии они переводятся в разряд основных величин, подлежащих исследованию наряду с параметрами режима.

На основании изложенного можно заключить, что задачи анализа оптимальных режимов на основе МЛ, а именно задачи исследования закономерностей между МЛ и свойствами, параметрами и ограничениями оптимальных режимов ЭЭС, являются актуальными. Проведение таких исследований позволит решить появившиеся новые задачи, такие как анализ чувствительности оптимальных режимов ЭЭС, анализ на основе МЛ неоднородности ЭЭС — повышенной чувствительности отдельных фрагментов ЭЭС к внешним воздействиям, разложение МЛ на составляющие по различным режимным и интегральным ограничениям, построение эквивалентных моделей ЭЭС меньшей размерности, позволяющих упростить сложные оптимизационные расчеты в условиях неопределенности информации при расчете МЛ на перспективу.

Терминологическая справка. В зависимости от постановки задачи оптимизации режимы ЭЭС могут быть оптимальными по активной мощности, по реактивной мощности, по активной и реактивной мощности одновременно. Расчет последних называют *задачей оптимизации режимов ЭЭС в полной нели-*

нейной постановке. Он является наиболее трудоемким, поскольку основан на учете нелинейных уравнений установившихся режимов и имеет наиболее полный состав переменных, включая переменные, обеспечивающие регулирование напряжения.

Задача оптимизации режимов может упрощаться так, что ограничения сохраняются нелинейными, но средства для регулирования напряжения и реактивной мощности не используются. Тогда в задаче оптимизации не считаются переменными коэффициенты трансформации. Кроме того, фиксируются модули напряжения в генераторных узлах.

В иностранной литературе задачу *оптимизации режимов ЭЭС* обычно называют задачей оптимального потокораспределения (OPF — Optimal Power Flow). Нелинейную задачу оптимизации режимов ЭЭС называют задачей по переменному току (AC OPF — Alternating Current Optimal Power Flow). Для расчета оптимальных режимов на рынках электроэнергии за рубежом используется линеаризованная задача оптимизации по активной мощности. Ее называют задачей оптимального потокораспределения по постоянному току (DC OPF — Direct Current Optimal Power Flow). В иностранной литературе во множестве случаев изучение МЛ проводится именно для линеаризованных задач. Несмотря на то, что в данной работе исследуется задача оптимизации в нелинейной постановке, также рассматривается и зарубежный опыт анализа МЛ в линеаризованных постановках.

В ходе оптимизации достигается минимум стоимости производства и распределения электроэнергии или максимум функции общего благосостояния. Целевая функция зависит от переменных мощностей генераторов и нагрузок, а также характеризуется параметрами, такими как ценовые заявки или параметры квадратичной зависимости затрат на производство электроэнергии. В работе такие параметры будем называть *параметрами целевой функции*.

МЛ являются дополнительными переменными и вводятся в задачу оптимизации для каждого ограничения с целью формирования условий оптимальности задачи. МЛ равны частным производным целевой функции по соответствующим пределам ограничений. Их называют *теневыми ценами* ограничений. В частности МЛ к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС называют *узловыми ценами*. Термин узловая цена (Nodal Price) широко используется в зарубежной практике применительно к задаче оптимизации режимов ЭЭС. Наряду с узловыми ценами и узловым ценообразованием

(Nodal Pricing) широко распространены термины *локальная маржинальная цена* (LMP — Locational Marginal Price) и *локальное маржинальное ценообразование* (Locational Marginal Pricing).

Решение задачи оптимизации не обязательно основано на применении метода множителей Лагранжа. В ряде случаев в практических расчетах МЛ восстанавливаются по известному оптимальному режиму ЭЭС. Это, в частности, приводит к необходимости выделения компонент, из которых путем суммирования определяют МЛ.

В практических расчетах узловые цены могут быть не равны МЛ из-за регламентных процедур, которые, например, обеспечивают снижение достаточно высоких цен. Кроме того, существуют различные механизмы определения стоимости электроэнергии, например, через свободные и регулируемые двусторонние договоры. После применения таких процедур полученные величины также могут называться узловыми ценами, однако они не равны МЛ, отвечающим оптимальному режиму ЭЭС.

В тексте диссертационной работы встречаются также такие термины, как декомпозиция, зоны влияния, эквивалентная модель ЭЭС и др. Под *декомпозицией* МЛ понимается их представление в виде суммы составляющих, характеризующих те или иные свойства режима. Для МЛ классической является декомпозиция на МЛ к уравнению баланса мощности в базисном узле, вклад потерь и вклад сетевых ограничений. Последние зависят от выбора базисного узла.

Зона влияния — это набор узлов ЭЭС с каким-либо характерным признаком, влияющим на оптимальный режим и МЛ, например, при превышении заданного порога чувствительности к пределу ограничения мощности в контролируемом сечении.

Под *эквивалентной моделью ЭЭС* понимается упрощенная модель ЭЭС меньшей размерности, которая получена на основе статистических данных об оптимальных режимах и в которой сохранены связи между параметрами оптимального режима, электрической сети и МЛ. В модели используются такие переменные, как мощности генераторов и нагрузок, параметры схем замещения электрической сети и др. Эквивалентная модель ЭЭС может применяться взамен оптимизационных расчетов в условиях недостаточной информации об ЭЭС в задачах на перспективу.

В диссертационной работе применяется терминология из стандартов Международной электротехнической комиссии, терминологического справочника по электроэнергетике¹, нормативных актов, стандартов и регламентов, утвержденных в области диспетчерского управления и функционирования оптового рынка электроэнергии и мощности². Также используются термины, принятые в зарубежных источниках, если в отечественной литературе аналоги отсутствуют.

Степень разработанности проблемы. Большой вклад в развитие оптимизации режимов и управления ЭЭС, развитие рынка электроэнергии внесли отечественные ученые Арзамасцев Д. А., Бартоломей П. И., Веников В. А., Воропай Н. И., Гамм А. З., Голуб И. И., Горнштейн В. М., Давидсон М. Р., Ерохин П. М., Идельчик В. И., Крумм Л. А., Лазебник А. И., Неуймин В. Г., Новикова Н. М., Паламарчук С. И., Тарасов В. И., Филиппова Т. А., Шубин Н. Г. и многие их коллеги.

Результаты проведенных ими исследований во многом сохраняют свое значение и сегодня, когда оптимизация широко используется в процессе управления режимами ЕЭС России. Актуальной задачей при этом является развитие теоретической и практической базы анализа МЛ в оптимальных режимах.

Развитие и широкое применение МЛ в качестве узловых цен за рубежом привели к тому, что анализ узловых цен проводился в основном зарубежными учеными. Вклад в развитие теоретических основ расчета и анализа оптимальных режимов, разработку моделей рынка электроэнергии, анализа узлового ценообразования внесли Alvarado F. L., Biggar D. R., Caramanis M., Chen L., Cheng X., Conejo A. J., Dommel H., Hesamzadeh M. R., Hogan W. W., Gross G. A., Lesieutre B. C., Li F., Litvinov E., Murillo-Sanchez C. E., Overbye T. J., Papalexopoulos A., Schweppe F. C., Shahidehpour M., Stoft S., Tinney W., Thomas R., Wang H., Wollenberg B. F., Wood A. J., Zimmerman R. D.

Исключительно важным представляется дальнейшее развитие теории в направлениях изучения моделей ценообразования рынков электроэнергии и связанного с ними анализа оптимальных режимов с учетом специфики рынка электроэнергии и практики управления ЭЭС в России.

Объект и предмет исследования. **Объектом** исследования диссертационной работы являются оптимальные режимы ЭЭС. **Предметом** исследова-

¹Терминологический справочник по электроэнергетике. М.: Типография «КЕМ», 2008. 912 с.

²Термины могут отличаться от общепринятых в научной среде. Примерами являются устойчивые словосочетания «объем электроэнергии (мощности)», «генерация», «переток мощности» и др.

ния являются методы их анализа на основе МЛ, включая установление связи между параметрами оптимального режима и МЛ, методы выделения зон влияния в ЭЭС на основе реакции узлов ЭЭС, а также построение эквивалентных моделей ЭЭС и др.

Цель данной диссертационной работы — разработка методов анализа оптимальных режимов ЭЭС, позволяющих выявить систему закономерностей между показателями экономичности функционирования ЭЭС в виде МЛ и параметрами оптимальных режимов в современных рыночных условиях.

В процессе выполнения работы использовались методы математического моделирования в электроэнергетике, в том числе методы расчета установившихся режимов ЭЭС и эквивалентных преобразований электрической сети и другие, классический аппарат теории решения задач оптимизации, методы теории чувствительности.

Для достижения поставленной цели ставятся следующие **задачи**:

1. Исследование необходимых условий оптимальности решения задачи оптимизации режимов ЭЭС, определение основных закономерностей между МЛ и параметрами оптимального режима ЭЭС, разработка классификации узлов ЭЭС на основе чувствительности МЛ и параметров оптимального режима ЭЭС к малым возмущениям.
2. Формирование схем взаимосвязи переменных задачи оптимизации режимов ЭЭС, разработка на их основе математических моделей чувствительности оптимального режима ЭЭС.
3. Разработка метода декомпозиции МЛ, направленного на выделение компонент, не зависящих от выбора базисного узла и характеризующих влияние каждого из активных ограничений по отдельности. В основе метода лежит использование регулирующих узлов ЭЭС с мощностью, не равной по результатам оптимизации своему максимальному или минимальному пределам регулирования (в таких узлах МЛ равны параметрам целевой функции, например ценам в заявках), а также представление оптимального режима совокупностью установившегося режима ЭЭС, рассчитанного с использованием регулирующих узлов ЭЭС, и вкладов каждого из активных ограничений.
4. Исследование возможности применения предложенного метода декомпозиции МЛ для анализа узловых цен на рынке электроэнергии в России.

5. Разработка принципов выделения в ЭЭС зон повышенной чувствительности МЛ к различным факторам: параметрам целевой функции, влиянию сетевых ограничений и ограничений по напряжению.
6. Исследование возможности использования идентификации зон влияния применительно к анализу ценовых сигналов и выявлению неоднородных фрагментов ЭЭС на рынке электроэнергии в России.
7. Разработка принципов построения укрупненных эквивалентных моделей ЭЭС на основе статистических данных о параметрах оптимальных режимов и соответствующих им МЛ.
8. Апробация эквивалентных моделей ЭЭС для оценки перспективных МЛ, определение с использованием эквивалентных моделей перспективной стоимости электроэнергии для различных сценариев развития ЭЭС.

Научная новизна представленной работы заключается в том, что впервые поставлены и решены проблемы

- 1) классификации узлов в оптимальном режиме ЭЭС, учитывающей свойства как прямых (узловых активных и реактивных мощностей, модулей и фаз напряжений), так и двойственных переменных (МЛ задачи оптимизации);
- 2) разработки математических моделей чувствительности оптимального режима и МЛ, основанных на схемах взаимосвязи известных в малой окрестности переменных, выступающих воздействиями на оптимальный режим ЭЭС, и неизвестных в малой окрестности переменных, являющихся реакциями на эти воздействия; разработки правил формирования таких моделей для определения чувствительности оптимального режима ЭЭС в виде частных производных переменных к воздействиям (модель относительно реакций ЭЭС) и для определения базиса воздействий и формирования реакций в виде линейной комбинации управляющего базиса (модель относительно воздействий на ЭЭС);
- 3) аналитического вывода зависимости МЛ, определяющих узловые цены, от входных данных задачи оптимизации; разложения МЛ на компоненты, определяемые свойствами оптимального режима ЭЭС и индивидуального влияния активных ограничений, представления МЛ в виде линейной комбинации параметров целевой функции;

- 4) представления МЛ в оптимальных режимах ЭЭС как величин, образованных относительными приростами мощности в регулирующих узлах, умноженных на соответствующие параметры целевой функции; причем каждый такой прирост наблюдается вследствие влияния различных факторов;
- 5) разделения ЭЭС на подсистемы по различию влияния на формирование МЛ параметров целевой функции, сетевых ограничений и ограничений по напряжению;
- 6) разработки алгоритма идентификации устойчивых зон влияния в ЭЭС различных факторов (сетевых ограничений, ограничений по напряжению и др.), позволяющего обновлять данные о зонах за счет ежедневного прироста информации (т. е. инкрементально), и апробации этого алгоритма на выделении устойчивых зон высоких и низких МЛ под влиянием сетевых ограничений на рынке на сутки вперед в России;
- 7) формирования эквивалентных моделей ЭЭС в условиях неопределенной информации (в задачах прогнозирования и планирования развития ЭЭС), в которых МЛ в инцидентных узлах эквивалентной схемы описываются зависимостью от таких переменных, как совокупная мощность генераторов и нагрузок, обобщенных показателей топологии и параметров электрической сети;
- 8) применения эквивалентных моделей ЭЭС для оценки перспективной стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед в России.

Теоретическая значимость работы. Разработанные положения настоящей работы являются развитием теории и методов анализа оптимальных режимов ЭЭС в задачах оптимизации в полной нелинейной постановке в части исследования МЛ и нацелены на решение практических задач, возникающих на оптовом рынке электроэнергии и мощности. Расширены знания о двойственных оценках оптимальных режимов, получена взаимосвязь между параметрами оптимального режима ЭЭС и отвечающими им МЛ. Создана научно-методическая основа для дальнейшего развития принципов декомпозиции МЛ и выделения зон влияния в ЭЭС при исследовании оптимальных режимов ЭЭС и решения актуальных задач электроэнергетики, функционирующей в рыночных условиях.

Разработаны следующие математические модели и методы анализа оптимальных режимов ЭЭС на основе МЛ:

- математическая модель чувствительности оптимальных режимов ЭЭС в виде системы линейных алгебраических уравнений относительно реакций, таких как напряжения, МЛ и др. (модель относительно реакций);
- математическая модель чувствительности оптимальных режимов ЭЭС в виде формирования реакций как линейной комбинации управляющего базиса воздействий, таких как мощности нагрузки, пределы ограничений и др. (модель относительно воздействий);
- метод взвешенной декомпозиции МЛ на компоненты;
- метод идентификации устойчивых зон влияния различных факторов на МЛ;
- метод эквивалентирования и упрощения ЭЭС, обеспечивающий сохранение взаимосвязи между МЛ и параметрами оптимального режима в условиях неопределенности.

Практическая значимость работы. Полученные результаты исследования легли в основу анализа и прогнозирования узловых равновесных цен рынка на сутки вперед и разработанных на их основе конкретных рекомендаций по повышению эффективности как функционирования ЕЭС России в целом, так и индивидуальной деятельности конкретных участников рынка в ценовых зонах оптового рынка электроэнергии. Значительная часть результатов вошла в практику Администратора торговой системы в части анализа разности узловых равновесных цен на рынке на сутки вперед, интерпретирования случаев формирования крайне низких или высоких узловых цен, определения влияющих на узловые цены факторов, расчета перспективной стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед.

Обоснованность и достоверность научных положений и теоретических основ, результатов и сделанных выводов подтверждается корректностью используемого математического аппарата, согласованностью и точностью расчетных и фактических данных, множеством приведенных в диссертационной работе расчетных примеров для тестовых и реальных ЭЭС размерностью от 3 до 9000 узлов, внедрением результатов в работу. Результаты работы реализованы при создании автоматизированной системы анализа узловых равновесных цен (АО «АТС»), оценке перспективной стоимости электроэнергии при реализации схем и программы перспективного развития ЕЭС России (АО «АТС»), при оценке влияния установки компенсирующих устройств реактивной мощности на узловые цены (ООО «Инженерные изыскания»), при прогнозировании

узловых равновесных цен рынка на сутки вперед (АО «Евросибэнерго»), при разработке комплекса деловых игр по электроэнергетическим рынкам в рамках создания лаборатории игровых механизмов на рынках электроэнергии для образовательных и исследовательских целей (Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук). Дана высокая оценка научной и практической значимости работы в мировую науку (Skoltech Center for Energy Systems).

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Новая классификация узлов ЭЭС для эффективного решения задач расчета и анализа чувствительности оптимального режима ЭЭС, основанная на известных и неизвестных при малом возмущении задачи оптимизации прямых и двойственных переменных, полученных в результате оптимизации режимов ЭЭС.
2. Математические модели чувствительности задачи оптимизации режимов ЭЭС в малой окрестности оптимального режима, а также схемы взаимосвязи реакций и воздействий в этой окрестности.
3. Принципы взвешенной декомпозиции МЛ в оптимизационных задачах режимов ЭЭС на компоненты, не зависящие от выбора базисного узла; декомпозиция представляется линейной комбинацией параметров целевой функции и обладает следующими свойствами:
 - весовые коэффициенты представляют собой коэффициенты связи МЛ с параметрами целевой функции;
 - весовые коэффициенты могут быть рассчитаны путем численного эксперимента и интерпретированы как относительные приросты мощности в регулирующих узлах, определенных в соответствии с новой классификацией узлов ЭЭС;
 - весовые коэффициенты характеризуют индивидуальное влияние каждого из активных сетевых ограничений и ограничений по напряжению задачи оптимизации режимов ЭЭС.
4. Принцип выделения в ЭЭС зон по существенному влиянию сетевых ограничений или ограничений по напряжению на МЛ с возможностью обработки большого числа данных о результатах оптимизации режимов ЭЭС и ежедневного обновления базы данных зон ЭЭС.
5. Упрощенные эквивалентные модели ЭЭС, позволяющие существенным образом сократить размерность математической модели ЭЭС, сохранив

взаимосвязи между мощностями генераторов и нагрузок и МЛ в подсистемах ЭЭС. Их применение для прогнозирования узловых цен и оценки перспективной стоимости электроэнергии для различных сценариев развития ЭЭС.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Представленная диссертационная работа в соответствии с формулой специальности 05.14.02 «Электростанции и электроэнергетические системы» посвящена исследованиям «по связям и закономерностям при планировании развития, проектировании и эксплуатации ЭЭС, электрических сетей», «развитию и совершенствованию теоретической базы электроэнергетики с целью обеспечения экономического производства электроэнергии, ее транспортировки и снабжения потребителей электроэнергией в необходимом для потребителей количестве и требуемого качества». Область исследований диссертационной работы включает п. 6 «Разработка методов математического и физического моделирования в электроэнергетике», п. 7 «Разработка методов расчета установившихся режимов, переходных процессов и устойчивости электроэнергетических систем», п. 8 «Разработка методов статической и динамической оптимизации для решения задач в электроэнергетике», п. 10 «Теоретический анализ и расчетные исследования по транспорту электроэнергии переменным и постоянным током, включая проблему повышения пропускной способности транспортных каналов» и п. 13 «Разработка методов использования ЭВМ для решения задач в электроэнергетике».

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на всероссийских и международных конференциях и научных сессиях:

- Совместной научной сессии секции энергетики Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН и Академии электротехнических наук РФ «Оценка состояния и перспективы развития энергетики и электротехники России» (Москва, 2008 г.). Доклад: «Практика, опыт, проблемы и перспективы торговли электроэнергией в России»;
- XXXIX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Повышение эффективности электрического хозяйства потребителей в условиях ресурсных ограничений» с элементами научной школы для молодежи «Проведение научных исследований в

- области энергетики и энергосбережения» (Москва, 2009 г.). Доклад: «Оценка конкурентной среды оптового рынка мощности»;
- 20th IEEE-Workshop Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (Германия, Вольфенбюттель, 2012 г.). Доклад: «Taking into Account Nonlinearity of Model of Wholesale Market of Electric Power in Calculation of Market Power»;
 - VIII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий (ЭКОМОД-2014 г.)» (Москва, 2014 г.). Доклад: «Выделение локальных рынков, обусловленных влиянием сетевых ограничений, на рынке электроэнергии»;
 - 11th International Conference on the European Energy Market (EEM-2014) (Польша, Краков, 2014 г.). Доклады: «LMP Dependence Function of Variable Parameters of Electric Power Network» и «Market Price Signals for Customers for Compensation of Reactive Power»;
 - IEEE PowerTech-2015 Conference (Нидерланды, Эйндховен, 2015 г.). Доклад: «Clustering Approach for Determination of Congestion Zones on Nodal Electricity Markets in Long Term Periods»;
 - IEEE PowerTech-2017 Conference (Великобритания, Манчестер, 2017 г.). Доклад: «Identifying Congestion Zones with Weighted Decomposition of Locational Marginal Prices»;
 - Third International Conference at Skoltech «Science for Energy Systems Regulation» (Москва, 2017 г.). Доклад: «Equivalent Models for Large-Scale Markets in System Planning and Forecast Applications».

Основные положения диссертационной работы обсуждались в Национальном исследовательском университете «МЭИ» на заседании ученого совета Института электроэнергетики (Москва, 2015 г.), на семинарах в Институте проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (Москва, 2015–2016 гг.), докладывались на заседании Подкомитета С5 Российского национального комитета СИГРЭ «Рынки электроэнергии и регулирование» в Ассоциации «НП Совет рынка» (Москва, 2016 г.), на заседании ученого совета Института систем энергетики им. Л. А. Мелентьева Сибирского отделения РАН (Иркутск, 2017 г.), на научном семинаре кафедры автоматизированных электрических систем Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (Екатеринбург, 2018 г.), на научном семинаре кафедры

исследования операций факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (Москва, 2018 г.).

Диссертационная работа была выполнена при поддержке грантов Президента РФ для молодых кандидатов наук МК-770.2009.8, для научных школ НШ-5404.2012.8, НШ-6656.2014.8.

Личный вклад соискателя. Приведенные в диссертации результаты получены лично автором. В большинстве работ, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит постановка задач, разработка теоретических положений, математических моделей и методов, анализ и обобщение результатов, разработка рекомендаций по применению предложенных решений. Соискателем предложены новая классификация узлов ЭЭС, схемы взаимосвязи переменных и основанные на них модели чувствительности, метод взвешенной декомпозиции МЛ, их интерпретация с применением аппарата анализа установившихся режимов ЭЭС, методы идентификации зон и формирование эквивалентных моделей ЭЭС.

В работах [226—228, 275] автору принадлежит постановка задачи идентификации устойчивых зон, сравнения различных зон между собой, выбор параметра схожести зон и др. В [177] участие соискателя заключалось в постановке задачи оптимизации режимов ЭЭС и анализе режимов, полученных в результате экспериментов, их сопоставление с опубликованной информацией о реализации различных стратегий на рынке электроэнергии и мощности в России.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 24 изданиях, 16 работ опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК РФ, в том числе 8 — в научных изданиях международных реферативных баз данных Scopus и Web of science; 3 работы — в тезисах докладов международных отечественных и зарубежных симпозиумов и конференций.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и двух приложений. Полный объем диссертации составляет 318 страниц, включая 95 рисунков и 45 таблиц. Список литературы содержит 285 наименований.

Глава 1. Нелинейная оптимизация установившихся режимов электроэнергетических систем (ЭЭС)

Оптимизация установившихся режимов (УР) ЭЭС является одним из ключевых инструментов управления и эксплуатации ЭЭС. В первую очередь задачи оптимизации используются для повышения экономичности производства и передачи электроэнергии. За последнее время в связи с преобразованием структуры электроэнергетической отрасли цели решения задач оптимизации изменились с минимизации стоимости производства и потерь при распределении мощности [1; 2] и максимизации выработки электроэнергии на ГЭС [3] на максимизацию благосостояния участников рынка электроэнергии [4; 5], конкурентный выбор состава включенного генерирующего оборудования [6–9], минимизацию ущерба, вызванного отключением источников и потребителей электрической энергии при выполнении противоаварийных мероприятий [10] и т. п.

Нелинейная оптимизация УР ЭЭС проводится ежедневно на рынке электроэнергии и мощности, действующем в России. Результаты конкурентных отборов ценовых заявок участников рынка в краткосрочных рыночных сегментах — рынке на сутки вперед (РСВ) и балансирующем рынке (БР) [11; 12], а также при выборе состава включенного генерирующего оборудования [13], — являются основой для планирования режимов производства и потребления электроэнергии системным оператором. Результатами такой оптимизации являются не только отбор наиболее эффективных генерирующих мощностей, но и узловые цены, определяемые как МЛ к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС. Полученные узловые цены используются для расчета стоимости поставленной электроэнергии.

Настоящая глава посвящена исследованию оптимальных режимов (полагается, что решение задачи оптимизации получено) и определению основных закономерностей между параметрами таких режимов и отвечающих им МЛ. Для этого исследуются необходимые условия оптимальности, разработана классификация узлов ЭЭС на основе реакции оптимального режима ЭЭС на малые возмущения.

1.1 Постановка задачи оптимизации установившихся режимов ЭЭС

1.1.1 Обзор постановок задач оптимизации

Положения настоящей диссертационной работы применимы к задаче оптимизации режимов ЭЭС в полной нелинейной постановке. При нелинейной оптимизации УР ЭЭС определяются оптимальные значения активных генерируемых мощностей станций, реактивных мощностей станций и других источников реактивной мощности, модулей и фаз напряжений в узлах. Учитываются технические ограничения на активные и реактивные мощности, модули и фазы напряжений, углы сдвига фаз на дальних передачах, токи и потоки мощности в линиях [14].

В качестве уравнений связи в оптимизации УР ЭЭС в полной постановке используются нелинейные уравнения баланса мощности в узлах ЭЭС — уравнения УР. Оптимальный режим должен удовлетворять ограничениям на контролируемые параметры режима: переменные находятся в пределах регулирования, выполняются критерии надежности (обеспечивается запас статической апериодической устойчивости, отсутствуют нарушения динамической устойчивости и токовые перегрузки оборудования). Оптимизационная задача в полной постановке является трудоемкой задачей.

В российском рынке электроэнергии задача оптимизации режимов упрощается так, что ограничения сохраняются нелинейными, но средства для регулирования напряжения и реактивной мощности не используются. Тогда в задаче оптимизации не считаются переменными коэффициенты трансформации. Кроме того, в задаче оптимизации фиксируются модули напряжения в генераторных узлах. Тем не менее в такой постановке уравнения баланса активной и реактивной мощности остаются нелинейными и расчет нагрузочных потерь проводится с учетом реактивной мощности.

С переходом к конкурентному оптовому рынку электроэнергии в качестве переменных задачи оптимизации рассматриваются также и активные (реактивные) мощности нагрузки [4]. Мощности нагрузки могут быть снижены, если потребителем подана заявка, отражающая намерение снизить потребление

ние электроэнергии, если ее стоимость будет выше заявленной. Активное участие потребителя в сокращении нагрузки создает эластичный спрос, повышает надежность и приводит к снижению цен на электроэнергию [15].

В общем виде задача оптимизации режимов ЭЭС является нелинейной, невыпуклой задачей высокой размерности, которая может содержать как непрерывные, так и дискретные переменные. В зависимости от вида целевой функции, вида и учета ограничений задача оптимизации становится задачей линейного, частично целочисленного линейного, нелинейного, частично целочисленного нелинейного программирования. В зависимости от постановки задачи существенным образом различаются подходы к ее решению.

Классическая постановка задачи оптимизации УР в виде задачи нелинейного программирования впервые представлена в [16]. Основным преимуществом нелинейной постановки является точное моделирование ЭЭС. Недостатками являются вычислительные сложности и упомянутая выше проблема невыпуклости задачи. Подходы к решению проблемы невыпуклости в последнее время основаны на построении аппроксимирующих оболочек множества допустимых решений [17–20].

В связи со сложностью решения задачи в нелинейной постановке существует ряд упрощенных моделей. Задача оптимизации в упрощенном виде может быть представлена в виде задачи линейного программирования. Возможность более простой обработки ограничений в виде неравенств, высокая скорость и сходимость алгоритмов линейного программирования делают задачу оптимизации в линейной постановке востребованной. Кроме того, задачи линейного программирования являются выпуклыми, а значит, гарантируется нахождение единственного оптимума.

Принятое за рубежом упрощение модели для использования на рынках электроэнергии заключается в линеаризации нелинейных уравнений УР и целевой функции. Одним из приемов упрощения является учет только активной мощности с фиксацией модулей напряжения равными номинальным значениям. В такой постановке переменными задачи являются узловые активные мощности и фазы напряжений в узлах. При этом пренебрегают потерями мощности и процессами, связанными с производством, потреблением и передачей реактивной мощности [21]. Другим приемом является линеаризация уравнений УР около точки рабочего УР и применение методов последовательного линейного программирования [22].

На зарубежных рынках электроэнергии в подавляющем большинстве используются упрощенные линеаризованные модели [23–28], которые обычно называются поиском оптимального потокораспределения на модели постоянного тока (DC OPF). Лишь правила рынка Калифорнии в США [29] предусматривают решение задачи оптимизации, называемой нахождением оптимального потокораспределения на модели переменного тока (AC OPF).

Следует отметить, что при линеаризации не гарантируется, что найденное оптимальное решение совпадает с решением в нелинейной постановке. Более того, оно может не быть допустимым решением вовсе. Тем не менее задачи линейного программирования широко используются для оптимизации режимов ЭЭС [30].

Задача оптимизации режимов ЭЭС формулируется также в виде задачи квадратичного программирования — подклассом задачи нелинейного программирования, в которой целевая функция квадратична, а ограничения линейны. Она используется для одной из общепринятых записей целевой функции в виде квадратичной стоимости выработки электроэнергии на электростанциях. Такая задача вводится как альтернатива задаче линейного программирования для случаев, когда линеаризация целевой функции, например минимизации потерь мощности, не целесообразна. Задачи последовательного квадратичного программирования могут быть применены совместно с разделенными методами для расчета УР ЭЭС, представленными в [31].

В задачах квадратичного программирования целевая функция принимает вид $\frac{1}{2}x^T \mathbf{D}x + \mathbf{C}x$ [32]. Если матрица \mathbf{D} положительно определена, то задача является выпуклой и легко решается. В противном случае она может иметь множество локальных минимумов (максимумов) и нахождение глобального оптимума в общем случае не гарантируется [33].

В задачах оптимизации режимов ЭЭС, кроме непрерывных переменных, встречаются целочисленные или дискретные переменные, например уставки трансформаторов или группы переключаемых конденсаторов. Целочисленные переменные вводятся при выборе состава включенного генерирующего оборудования [9]; такие задачи называются частично целочисленными. Различают частично целочисленные задачи линейного и нелинейного программирования. Постановка задачи в виде линейной или нелинейной проводится аналогично изложенному выше. Наиболее сложными для решения являются частично целочисленные задачи нелинейного программирования [30].

Модель, используемая на оптовом рынке электроэнергии в России, описана в нелинейной постановке в [4; 34]. Актуализированная схема замещения ЭЭС формируется на основе подходов, предложенных в [35; 36]. Постановка задачи является статической при детерминированном характере информации. Оптимизация УР относится к краткосрочной задаче, характеризуется высокой размерностью [37]: около 9000 узлов, около 14000 ветвей, около 900 контролируемых сечений.

1.1.2 Постановка, используемая в данной диссертации

В первых главах работы будем рассматривать следующую задачу оптимизации режимов ЭЭС в момент времени h с учетом основных для анализа МЛ применительно к рынкам электроэнергии:

$$f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d) \rightarrow \max(\min), \quad |\eta, \quad (1.1)$$

$$\sum_{d \in D_i} P_d - \sum_{g \in G_i} P_g + \sum_j P_{ij}(\delta_i, \delta_j, U_i, U_j) = 0, \quad i \in \mathcal{N} \quad |\lambda_i^P, \quad (1.2)$$

$$\sum_{d \in D_i} Q_d - \sum_{g \in G_i} Q_g + \sum_j Q_{ij}(\delta_i, \delta_j, U_i, U_j) = 0, \quad i \in \mathcal{N} \quad |\lambda_i^Q, \quad (1.3)$$

$$P_s^{\min} \leq P_s \leq P_s^{\max}, \quad s \in \mathcal{S} \quad |\sigma_s^{\max(\min)}, \quad (1.4)$$

$$U_i^{\min} \leq U_i \leq U_i^{\max}, \quad i \in \mathcal{N} \quad |\mu_i^{U \max(\min)}, \quad (1.5)$$

$$P_g^{\min} \leq P_g \leq P_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G} \quad |\pi_g^{\max(\min)}, \quad (1.6)$$

$$Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G} \quad |\rho_g^{\max(\min)}, \quad (1.7)$$

$$P_d^{\min} \leq P_d \leq P_d^{\max}, \quad d \in \mathcal{D} \quad |\psi_d^{\max(\min)}. \quad (1.8)$$

Здесь

$\mathcal{N} = \{i\}$ — множество узлов,

$\mathcal{S} = \{s\}$ — множество контролируемых сечений, $s \subseteq \mathcal{V}$

$\mathcal{V} = \{i - j\}$ — множество ветвей,

$\mathcal{G} = \{g\}$ — множество генераторов (поставщиков) мощности,

$\mathcal{D} = \{d\}$ — множество нагрузок (потребителей) мощности;

независимые переменные:

P_g, Q_g — активная и реактивная мощность генераторов g ,
 P_d — активная мощность нагрузки d ;
 зависимые переменные:

U_i — модуль напряжения в узле j ,

δ_i — фаза напряжения в узле j ,

P_s — переток активной мощности в контролируемом сечении,

P_{ij}, Q_{ij} — переток активной и реактивной мощности из узла i в узел j ,
 где

$$P_s = \sum_{i-j \in s} P_{ij}, \quad (1.9)$$

$$P_{ij} = G_{ij}(U_i^2 - U_i U_j k_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij})) + \\ + B_{ij} U_i U_j k_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij}) + G_{cij} U_i^2, \quad (1.10)$$

$$Q_{ij} = B_{ij}(U_i^2 - U_i U_j k_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij})) - \\ - G_{ij} U_i U_j k_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij}) - B_{cij} U_i^2, \quad (1.11)$$

$G_{ij} + jB_{ij} = \frac{1}{R_{ij} + jX_{ij}}$, R_{ij} , X_{ij} , G_{cij} , B_{cij} — параметры схем замещения линий электропередачи и трансформаторов ветви $i - j$, для трансформатора в ветви $i - j$ значения k_{ij} , α_{ij} — действительный и фазосдвигающий коэффициенты трансформации;

пределы ограничений:

$(\cdot)_{(\cdot)}^{\max}$, $(\cdot)_{(\cdot)}^{\min}$ — ограничения максимального и минимального значения соответствующих величин.

Через черту в (1.1)–(1.8) записаны обозначения МЛ, соответствующих ограничениям и целевой функции. Полужирным шрифтом отмечены векторы и матрицы.

Примем также следующие обозначения для величин, характеризующих размерность ЭЭС:

$N = |\mathcal{N}|$ — число узлов,

$V = |\mathcal{V}|$ — число ветвей,

$S = |\mathcal{S}|$ — число контролируемых сечений.

Рассматриваются следующие целевые функции $f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d)$:

1. Минимизация суммарной стоимости расходуемого топлива на выработку электроэнергии по известным энергетическим (расходным) характеристикам электростанций, которые чаще всего представляются квадратичной зависимостью стоимости топлива от производства активной

мощности:

$$f = \sum_{g \in \mathcal{G}} a_g P_g^2 / 2 + b_g P_g + c_g \rightarrow \min, \quad (1.12)$$

где P_g — активная мощность выработки, a_g, b_g, c_g — параметры энергетических (расходных) характеристик генератора g .

2. Минимизация суммарных издержек на производство и распределение электроэнергии в линеаризованном виде:

$$f = \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g P_g = \mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \min, \quad (1.13)$$

где C_g — коэффициент линеаризованной расходной характеристики генератора g . У одного генератора может быть несколько участков с кусочно-линейной энергетической (расходной) характеристикой. Принято, что в таком случае коэффициенты C_g являются возрастающими с ростом выработки. Это позволяет не использовать в задаче оптимизации дополнительные ограничения на обеспечение последовательной загрузки оборудования; загрузка каждого участка обеспечивается независимо.

3. Минимизация суммарных издержек на распределение электроэнергии (минимизация потерь):

$$f = P_b \rightarrow \min, \quad (1.14)$$

где P_b — активная мощность генератора в балансирующем узле.

4. Максимизация функции благосостояния:

$$f = \sum_{d \in \mathcal{D}} C_d P_d - \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g P_g = \mathbf{C}_d^T \mathbf{P}_d - \mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \max. \quad (1.15)$$

Целевые функции, кроме переменных — мощностей генераторов и нагрузок, содержат различные параметры — параметры энергетических характеристик, цены заявок. Они задают приоритет выбора тех или иных мощностей. В дальнейшем, обращаясь к таким параметрам, будем называть их параметрами целевой функции.

Предлагается ввести коэффициент η к целевой функции, чтобы объединить задачи поиска ее минимума или максимума в виде единой формулировки. То есть задачу оптимизации можно рассматривать как задачу поиска минимума при $\eta = 1$ или задачу поиска минимума взятой со знаком минус максимизируемой целевой функции при $\eta = -1$. Таким образом, формулировки для рассматриваемых задач оптимизации равнозначны.

Целевая функция (1.13) используется на БР [12]. Параметр целевой функции C_g представляет собой цену в заявке, подаваемой производителем Администратору торговой системы. Целевая функция (1.15) используется на РСВ [11]. В ней параметры целевой функции C_g, C_d — цены в заявках производителей и покупателей электроэнергии соответственно. Целевая функция (1.12) стандартно рассматривается для блочного генерирующего оборудования [38].

Целевая функция (1.14) используется сетевыми компаниями. Эта задача имеет и другие названия: задача наивыгоднейшего распределения реактивной мощности, задача оптимизации режима по напряжению и реактивной мощности. Кроме того, она также формулируется и в прямой постановке [39; 40]:

$$f = \sum_{ij \in \mathcal{V}} \Delta P_{ij} = \sum_{ij \in \mathcal{V}} P_{ij} + P_{ji} \rightarrow \min.$$

Выбор целевой функции в рамках данной работы имеет второстепенное значение. Некоторые работы, анализирующие модель рынка, указывают на недостатки целевых функций, основанных на ценовых заявках. Участники рынка вместо использования реальных энергетических характеристик оборудования могут подавать искаженные ценовые заявки [41–43].

Ограничения задач для всех целевых функций записаны единообразно, однако в разных постановках они различаются. Так, в задаче минимизации потерь активные мощности генераторов и нагрузок не являются переменными [44]. Активные мощности нагрузок также не являются переменными в задачах минимизации стоимости производства электроэнергии и в квадратичной, и в кусочно-линейной постановке. Это означает, что в соответствующей постановке $P_{(\cdot)}^{\min} = P_{(\cdot)}^{\max}$ для соответствующих величин.

Запишем задачу оптимизации (1.1)–(1.8) в виде вектор-функций:

$$f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d) \rightarrow \max(\min), \quad | \eta, \quad (1.16)$$

$$\mathbf{F}_P(\mathbf{X}, \mathbf{P}) = 0, \quad | \lambda^P, \quad (1.17)$$

$$\mathbf{F}_Q(\mathbf{X}, \mathbf{Q}) = 0, \quad | \lambda^Q, \quad (1.18)$$

$$\mathbf{P}_S(\mathbf{X}) \leq 0, \quad | \sigma, \quad (1.19)$$

$$\mathbf{F}_U(\mathbf{X}) \leq 0, \quad | \mu^U, \quad (1.20)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g) \leq 0, \quad | \begin{bmatrix} \pi \\ \psi \\ \rho \end{bmatrix}, \quad (1.21)$$

где $\mathbf{P} = \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_d$ — векторы размерности N активных и реактивных узловых мощностей; $\mathbf{X} = [\boldsymbol{\delta}^T \ \mathbf{U}^T]^T$ — вектор размерности $2N$ фаз и модулей напряжений; $\mathbf{F}_P, \mathbf{F}_Q$ — вектор-функции $2N$ уравнений баланса активной и реактивной мощности соответственно (1.2)—(1.3); \mathbf{P}_S — вектор-функция $2S$ ограничений на переток активной мощности в контролируемых сечениях в прямом и обратном направлении (1.4); \mathbf{F}_U — вектор-функция ограничений по напряжению (1.5); \mathbf{D} — вектор-функция остальных ограничений на диапазон изменения переменных задачи (1.6)—(1.8).

Без потери общности подхода сделаем следующие упрощения. Рассматривается одночасовой интервал времени. Тогда значения мощности численно равны значениям электроэнергии. К каждому узлу подключена только одна нагрузка (потребитель) или один генератор (поставщик). В целевой функции присутствует только одна характеристика (заявка) от каждого поставщика или потребителя. В этом случае векторы параметров целевой функции будут иметь размерность N — ту же, что и активные узловые мощности.

Считается, что решение задачи оптимизации (1.16)—(1.21) получено, например, методом внутренней точки. В дальнейшем данное решение анализируется. Примем, что все переменные равны своим оптимальным значениям. Можно ввести обозначение для оптимальных значений переменных: $\mathbf{X}^*, \mathbf{P}_g^*, \mathbf{P}_d^*, \mathbf{Q}_g^*$. Но с целью более простых выкладок знак $*$ опустим, а будем рассматривать переменные в их оптимальном значении, т. е. $\mathbf{X} = \mathbf{X}^*, \mathbf{P}_g = \mathbf{P}_g^*, \mathbf{P}_d = \mathbf{P}_d^*, \mathbf{Q}_g = \mathbf{Q}_g^*$.

По результатам оптимизации ограничения в виде неравенств делятся на активные, в которых выполняется равенство, и на неактивные, в которых выполняется строгое неравенство. Если для $\mathbf{P}_S(\mathbf{X}), \mathbf{F}_U(\mathbf{X}), \mathbf{D}(\mathbf{X})$ провести такое деление, то можно записать:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{S_a}(\mathbf{X}) &= 0, & \mathbf{P}_{S_{\neg a}}(\mathbf{X}) &< 0, \\ \mathbf{F}_{U_a}(\mathbf{X}) &= 0, & \mathbf{F}_{U_{\neg a}}(\mathbf{X}) &< 0, \\ \mathbf{D}_a(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g) &= 0, & \mathbf{D}_{\neg a}(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g) &< 0, \end{aligned} \quad (1.22)$$

где индексы $a, \neg a$ означают соответственно активные и неактивные ограничения.

Для анализа результатов оптимизации неактивные ограничения можно исключить из рассмотрения, поскольку они фактически не оказали влияния на решение задачи.

Векторы МЛ $\boldsymbol{\pi}$, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\psi}$ приведены к узлам, их размерности равны N . В случае отсутствия соответствующего ограничения в узле элемент вектора равен нулю. Для удобства последующих выкладок сформулируем также вектор МЛ к ограничениям на диапазон регулирования \mathbf{X} , его можно записать как $\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\mu}^{U_{\max}} - \boldsymbol{\mu}^{U_{\min}} \end{bmatrix}$. Здесь нулевой вектор соответствует МЛ к отсутствующим ограничениям на предел изменения фаз напряжений. В балансирующем узле фаза напряжения фиксирована и равна нулю, тогда как модуль напряжения может оптимизироваться.

МЛ к уравнениям баланса активной мощности используются на РСВ в качестве узловых равновесных цен на электроэнергию (на БР индикаторами балансирующего рынка). Узловыми ценами на реактивную мощность (энергию) аналогично называют МЛ к уравнениям баланса реактивной мощности.

Полученные в дальнейшем результаты не ограничиваются именно такой формулировкой и будут адаптированы к другим задачам, содержащим более расширенный спектр ограничений. В разделе 4.2 приводится задача оптимизации РСВ 24 режимов ЭЭС, связанных интегральными ограничениями и ограничениями на сброс (набор) мощности генераторами. Далее в главах 6, 7 исследуются фактические результаты решения суточных оптимизационных задач на РСВ на оптовом рынке электроэнергии России при полной постановке задачи оптимизации.

Выводы по параграфу 1.1. Проведен обзор постановок задач оптимизации режимов ЭЭС и рассмотрена формулировка задачи оптимизации режимов ЭЭС, выбранная для последующего анализа и исследования. Рассматривается задача в полной нелинейной постановке с одновременной оптимизацией активной и реактивной мощности с экономическими целевыми функциями: минимизацией стоимости расходуемого топлива, минимизацией потерь и максимизацией функции общественного благосостояния.

Нелинейная постановка задачи оптимизации используется в ежедневных расчетах на рынке электроэнергии и мощности в России. МЛ к уравнениям баланса активной мощности в узлах на РСВ и БР применяются в качестве узловых цен или ценовых индикаторов. Это обуславливает важность и актуальность анализа задачи оптимизации в такой постановке. Объектом исследования является оптимальный установившийся режим, его свойства и характеристики.

1.2 Методы решения задачи оптимизации установившихся режимов ЭЭС

1.2.1 Обзор методов решения задачи оптимизации

Задача (1.1)—(1.8) является задачей нелинейного программирования. В общем случае она не выпуклая. Полученное решение может оказаться не единственным или лишь локальным оптимумом. Глобальное решение не гарантируется. Изучение условий его достижения проводится, например, в работах [20; 45; 46]. В настоящей работе вопрос глобальности полученного решения не рассматривается.

Одними из первых методов, используемых для решения задачи нелинейного программирования, стали градиентные методы. Применительно к задаче поиска оптимального режима ЭЭС первые решения были опубликованы в 1960-х годах Круммом Л. А. [47]. Идея градиентных методов заключается в использовании первой производной целевой функции (т. е. градиента) при определении направления для последующего спуска. Градиентные методы надежны, легко реализуемы и гарантированно приводят к решению для «хороших» функций, однако обладают плохой сходимостью. Кроме того, неучет в расчетах производных более высокого порядка может привести к стационарной точке, не являющейся оптимумом. Различают метод приведенного градиента [1; 48; 49], метод сопряженного градиента [50; 51] и обобщенный метод приведенного градиента [2; 49; 52].

Большую популярность получили методы второго порядка — метод Ньютона и его модификации. Они основаны на замене нелинейной функции в окрестности рассматриваемой точки ее разложением в ряд Тейлора до второй производной функции [53]. Для задачи оптимизации, если учитывается не только уравнение баланса мощности по ЭЭС в целом, а берутся уравнения баланса мощности в каждом узле (1.2), то составляется функция Лагранжа L . Направление поиска для изменения текущей точки определяется через матрицу Гессе и градиент функции Лагранжа в этой точке: $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \Delta\mathbf{x}$, где $\Delta\mathbf{x}$ определяется из системы уравнений $\mathbf{H}\Delta\mathbf{x} = -\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}}$.

Из-за вычислительных сложностей метод Ньютона для оптимизации установившихся режимов ЭЭС появился позже градиентных методов. Первое его применение к функции Лагранжа задач оптимизации установившихся режимов описано в [54; 55], численный алгоритм, его устойчивость и эффективность рассмотрены в [56]. Недостаток метода Ньютона заключается в требовании положительной определенности матрицы Гессе в окрестности оптимальной точки для его гарантированной сходимости.

Алгоритмы последовательного квадратичного программирования также применяются к решению нелинейной задачи оптимизации после преобразования линейной целевой функции к функции Лагранжа квадратичного вида: $L(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \rightarrow \text{extr}$, где \mathbf{H} — матрица Гессе функции Лагранжа первоначальной задачи оптимизации. В таком виде алгоритм на каждой итерации воспроизводит квадратичную задачу, которая аппроксимирует поведение нелинейной задачи в окрестности рабочего режима предыдущей итерации. На каждой итерации решаются нелинейные уравнения УР, в полученной точке уравнения линеаризуются и оптимизируются с помощью методов сепарабельного программирования [57] и методов квадратичного программирования [51; 58; 59].

Из других направлений решения задачи оптимизации следует выделить класс методов внутренних точек. Начало направления положено в докладе Дикина И. И. в 1967 г. как альтернатива симплекс-методу при решении задач линейного программирования [60]. В отличие от симплекс-метода с выбором вершины многогранника из множества допустимых решений, в методах внутренних точек траектория точек находится внутри этого множества вследствие введения в целевую функцию квадратичного или логарифмического «штрафа» за приближение к границам допустимой области. Появление кардинально нового подхода на фоне использования симплекс-метода не вызвало большого интереса [61]. Отправной точкой развития методов внутренней точки стала статья Karmarkar N. в 1984 г. [62]. В настоящее время класс методов внутренней точки применяется для задач как линейного, так и нелинейного программирования. Класс методов внутренних точек показывает высокую скорость, точность и сходимость, позволяет решать практические задачи большой размерности.

В литературе также встречается комбинация различных методов, например использование метода сопряженных градиентов совместно с методом Ньютона. Метод сопряженных градиентов, учитывая его хорошую сходимость вда-

ли от решения, используется на начальных итерациях, а вблизи решения при замедлении сходимости осуществляется переход к методу Ньютона [63]. Это позволяет ускорить сходимость решения.

В инструментарии Системного оператора задачи оптимизации режимов ЭЭС решались в программном комплексе ЛИНКОР на основе вычислительного комплекса КУРС-1000 [58; 59; 64] и на базе LincorWin в программном комплексе Bars-Lincor-Rastr [38]. ПО LincorWin кроме оптимизации по экономическому критерию позволяет рассматривать отклонения режима от исходного (для ввода в допустимую область) и учитывает также такие ограничения, как допустимый ток, скорость сброса и набора нагрузки генераторами, ограничения на выработку энергии группами генераторов и на резервы мощности группы генераторов и др. [65].

Администратор торговой системы в своих расчетах использует методы последовательного квадратичного программирования с эвристическим подходом выбора неизменных на данном шаге переменных. Он позволяет обнулить соответствующие столбцы матрицы Гессе \mathbf{H} и сделать ее разреженной, что ускоряет решение в 10–30 раз [66]. Другой подход к созданию искусственной разреженности матриц квадратичной аппроксимации предлагался в [59].

Обзор современных вычислительных реализаций решения задачи оптимизации режимов ЭЭС можно найти в [67].

В последнее время появились подходы к решению задачи оптимизации режимов ЭЭС на основе эволюционных алгоритмов. В них поиск следующей точки описывается аналогично процессам естественного отбора, мутации и воспроизводства, рассматриваемым в теории биологической эволюции. В полученной точке из имеющегося множества решений выбираются наиболее приспособленные, к которым снова применяются методы мутации и скрещивания, в результате чего получают новые решения. Процедура повторяется до тех пор, пока не будет найдено лучшее решение. Отсюда и названия эволюционных алгоритмов: генетическое и эволюционное программирование [68–70]; муравьиные [70; 71], пчелиные [70; 72; 73], волчьи [74–76], бактериальные [77] и нейронные [78] алгоритмы. Аналогично наблюдениям в биологии созданы методы, основанные на наблюдении социального поведения, имитации агентных систем, — метод роя частиц и дифференциальной эволюции [68]; наблюдении за другими явлениями — хаотические алгоритмы [79], поиск с запретами [80]. В таких методах необязателен расчет градиента, поскольку следующая точка определяется как наи-

лучшее (в том числе с элементами случайности) поведение субъектов системы. Решение не ограничивается какой-либо траекторией и локальным минимумом. В ряде подходов доказано, что будет найден глобальный оптимум задачи поиска оптимального режима [81]. Следует отметить, что эволюционные алгоритмы показывают свою эффективность в более сложных постановках оптимизации УР ЭЭС, содержащих целочисленные переменные с большим числом возможных сочетаний.

Задача оптимизации установившихся режимов в данной диссертационной работе решается с помощью пакета MATPOWER [82] методом внутренних точек, реализованным авторами пакета в MATLAB в соответствии с алгоритмами, предложенными в [83; 84].

Выводы по параграфу 1.2. Проведен краткий исторический обзор основных методов решения задачи оптимизации режимов ЭЭС в полной нелинейной постановке — от градиентных алгоритмов 60-х годов до метода внутренней точки и алгоритмов, используемых в промышленных программных комплексах Системного оператора и Администратора торговой системы.

1.3 Необходимые условия оптимальности

При решении задачи оптимизации должны выполняться необходимые условия оптимальности первого порядка. Для задачи оптимизации в общей постановке:

$$f(x) \rightarrow \text{extr}, \quad x \in X, \quad X = \{x \in E^n : g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, \\ g_i(x) = 0, i = m + 1, \dots, s\} \quad (1.23)$$

в точке минимума (максимума) их выполнение называется правилами множителей Лагранжа, которые записываются как [85]:

$$L'(x, \lambda) = \eta f'(x) + \sum_{i=1}^s \lambda_i g'_i(x) = 0, \lambda_i g_i(x) = 0, g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, \\ g_i(x) = 0, i = m + 1, \dots, s, \lambda \neq 0, \lambda_1 \geq 0, \dots, \lambda_m \geq 0, \quad (1.24)$$

где $L(x, \lambda)$ — функция Лагранжа, λ_i — МЛ к ограничениям g_i .

Условия оптимальности в различных постановках задач оптимизации рассматривались большим количеством авторов. В [86] показано, что условием оптимального распределения активной мощности между агрегатами ЭЭС по критерию минимизации стоимости производства электроэнергии является равенство относительных приростов их затрат с учетом потерь в электрических сетях. Более сложные зависимости имеют место при суточной оптимизации с учетом интегральных ограничений расхода воды на гидроэлектростанциях. В условиях рыночного ценообразования оптимальные условия управления параллельной работой энергообъединений рассмотрены Гаммом А.З. еще в 90-е годы [87]. Показано, что если цены на взаимные услуги энергообъединений равны двойственным оценкам задачи нелинейного программирования, оптимальный режим для каждого объединения в отдельности является оптимальным для всей ЭЭС, и наоборот — оптимальный режим для ЭЭС является оптимальным для каждого объединения в отдельности.

Функция Лагранжа задачи оптимизации (1.16)—(1.21):

$$L = f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d)\eta + \mathbf{F}_P(\mathbf{X}, \mathbf{P})^T \boldsymbol{\lambda}^P + \mathbf{F}_Q(\mathbf{X}, \mathbf{Q})^T \boldsymbol{\lambda}^Q + \\ + \mathbf{P}_S(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F}_U(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\mu}^U + \mathbf{D}(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g)^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \boldsymbol{\psi} \\ \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix}. \quad (1.25)$$

Введем следующие обозначения для матриц Якоби нелинейных уравнений баланса мощности (в расширенном виде) и нелинейных ограничений на переток мощности в контролируемых сечениях:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_P}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial \mathbf{X}} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_N} \\ \hline \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial U_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_N} \end{array} \right], \quad (1.26)$$

$$\mathbf{J}_S = \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{X}} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_N} \end{array} \right], \quad (1.27)$$

где $M = 2S$.

Условие Куна-Таккера оптимальности первого порядка — равенства нулю градиента функции Лагранжа по переменной \mathbf{X} — записывается в виде:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} \right)^T = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu} = 0, \quad (1.28)$$

где $\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda^P \\ \lambda^Q \end{bmatrix}$.

Из этого условия следует, что вектор, составленный из векторов МЛ $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\mu}$, ортогонален градиенту функции Лагранжа по зависимым переменным \mathbf{X} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} = 0, \quad (1.29)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица.

Учитывая, что решение задачи оптимизации уже получено и в его окрестности задача является выпуклой, из (1.29) можно видеть, что множество значений векторов $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\mu}$ образуют конус. Очевидно, если $\boldsymbol{\lambda}^*$, $\boldsymbol{\sigma}^*$, $\boldsymbol{\mu}^*$ удовлетворяют условию (1.29), то и набор МЛ $\alpha \boldsymbol{\lambda}^*$, $\alpha \boldsymbol{\sigma}^*$, $\alpha \boldsymbol{\mu}^*$, где α — некоторое число, будет удовлетворять этому условию. При этом оптимальный режим останется неизменным. Такое может произойти при умножении целевой функции (или параметров целевой функции) на α . Тогда можно ожидать, что все МЛ будут кратно изменены. Таким образом, оптимальный режим определяет некоторое пространство отвечающих ему МЛ.

Конус (1.29) определяет взаимоотношение МЛ $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\mu}$ между собой, но не определяет конкретных значений, которые отвечают оптимальному режиму. Конкретные значения МЛ к уравнениям баланса активной и реактивной мощности будут определены из градиента функции Лагранжа по активной и

реактивной мощности генераторов и нагрузок:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{P}_g}\right)^T &= \eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}_g}\right)^T - \lambda^P + \boldsymbol{\pi}^{\max} - \boldsymbol{\pi}^{\min} = 0, \\
\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{P}_d}\right)^T &= \eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}_d}\right)^T + \lambda^P + \boldsymbol{\psi}^{\max} - \boldsymbol{\psi}^{\min} = 0, \\
\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{Q}_g}\right)^T &= \eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{Q}_g}\right)^T - \lambda^Q + \boldsymbol{\rho}^{\max} - \boldsymbol{\rho}^{\min} = 0.
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Напомним, что $\eta = 1$ при поиске минимума целевой функции и $\eta = -1$ при поиске максимума функции.

Что касается МЛ к ограничениям в виде неравенств, то для них выполняется условие дополняющей нежесткости: произведение МЛ и левой части ограничения равно нулю. Кроме того, МЛ неотрицательны. В результате можно записать:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{S_a}(\mathbf{X}) &= 0, & \boldsymbol{\sigma}_a &\geq 0, \\
\mathbf{F}_{U_a}(\mathbf{X}) &= 0, & \boldsymbol{\mu}_a^U &\geq 0, \\
\mathbf{D}_a(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g) &= 0, & \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi}_a \\ \boldsymbol{\psi}_a \\ \boldsymbol{\rho}_a \end{bmatrix} &\geq 0, \\
\mathbf{P}_{S_{-a}}(\mathbf{X}) &< 0, & \boldsymbol{\sigma}_{-a} &= 0, \\
\mathbf{F}_{U_{-a}}(\mathbf{X}) &< 0, & \boldsymbol{\mu}_{-a}^U &= 0, \\
\mathbf{D}_{-a}(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g) &< 0, & \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi}_{-a} \\ \boldsymbol{\psi}_{-a} \\ \boldsymbol{\rho}_{-a} \end{bmatrix} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Из (1.31) видно, что $\boldsymbol{\pi}_j, \boldsymbol{\psi}_j, \boldsymbol{\rho}_j$ равны нулю в случае, если соответствующие ограничения (1.21) (или (1.6)–(1.8)) не активны. При этом, если выполняются соответствующие строгие неравенства $P_g^{\min} < P_g < P_g^{\max}, P_d^{\min} < P_d < P_d^{\max}, Q_g^{\min} < Q_g < Q_g^{\max}$, то одновременно равны нулю оба соответствующих МЛ, т. е. $\boldsymbol{\pi}_g^{\max} = \boldsymbol{\pi}_g^{\min} = 0, \boldsymbol{\psi}_d^{\max} = \boldsymbol{\psi}_d^{\min} = 0, \boldsymbol{\rho}_g^{\max} = \boldsymbol{\rho}_g^{\min} = 0$ соответственно. Тогда МЛ к уравнениям баланса активной и реактивной мощности будут равны $(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T, (\partial f / \partial \mathbf{P}_d)^T$ или $(\partial f / \partial \mathbf{Q}_g)^T$.

Производные $(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T$ при применении целевой функции в виде минимизации стоимости топлива (1.12) представляют собой характеристику относительных приростов затрат (ХОПЗ) на расходуемое топливо. Обозначив ХОПЗ

$\mathbf{C}_g^{\text{кв. ХОПЗ}}$, можно записать

$$(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T = \mathbf{C}_g^{\text{кв. ХОПЗ}} = \mathbf{a}_g^T \mathbf{P}_g + \mathbf{b}_g. \quad (1.32)$$

Для целевой функции минимизации издержек на производство и распределение мощности в линеаризованном виде (1.13) производная равна параметрам целевой функции и не зависит от мощности генератора: $(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T = \mathbf{C}_g = \mathbf{C}_g^{\text{лин. ХОПЗ}}$.

Для целевой функции минимизации потерь (1.14) $(\partial f / \partial P_b)^T = 1$. Для целевой функции максимизации благосостояния (1.15) $(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T = -\mathbf{C}_g$, а $(\partial f / \partial \mathbf{P}_d)^T = \mathbf{C}_d$. С внедрением технологий распределенной генерации и управления спросом заявки потребителей в (1.15) могут быть нелинейными, а производные $(\partial f / \partial \mathbf{P}_d)^T$ в таком случае будут зависеть от уровня нагрузки.

Производные $(\partial f / \partial \mathbf{Q}_g)^T$ равны нулю для всех рассматриваемых целевых функций. Значения производных целевой функции к активной и реактивной мощности показаны в таблице 1.1.

Получается, что в узлах, где по результатам оптимизации активная (реактивная) мощность не достигла своего предела, МЛ устанавливаются равными параметрам целевой функции. В таких узлах мощность считается замыкающей, как «прошедшая отбор последней». Назовем такие узлы и такие параметры целевой функции МЛ-формирующими. Можно записать, что МЛ в них определяются параметрами целевых функций (1.12)–(1.15), т. е. для $\sum_{g \in \mathcal{G}} a_g P_g^2 / 2 + b_g P_g + c_g \rightarrow \min$

$$\lambda_j^P = C_g^{\text{кв. ХОПЗ}}, \quad (1.33)$$

для целевой функции (1.13) $\mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \min$

$$\lambda_j^P = C_g = C_g^{\text{лин. ХОПЗ}}, \quad (1.34)$$

Таблица 1.1 — Производные целевой функции к активной и реактивной мощности

Целевая функция	$(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T$	$(\partial f / \partial \mathbf{Q}_g)^T$	$(\partial f / \partial \mathbf{P}_d)^T$
(1.12)	$\mathbf{C}_g^{\text{кв. ХОПЗ}}$	$\mathbf{0}$	–
(1.13)	\mathbf{C}_g	$\mathbf{0}$	–
(1.14)	$\mathbf{1}$	$\mathbf{0}$	–
(1.15)	$-\mathbf{C}_g$	$\mathbf{0}$	\mathbf{C}_d

для целевой функции (1.14) $P_b \rightarrow \min$

$$\lambda_j^P = 1, \quad (1.35)$$

для целевой функции (1.15) $\mathbf{C}_d^T \mathbf{P}_d - \mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \max$

$$\lambda_j^P = C_g \text{ или } \lambda_j^P = C_d \quad (1.36)$$

в зависимости от того, мощность какого именно объекта оказалась регулируемой (замыкающей).

Формула (1.33) характеризует принцип равенства относительных приростов затрат в оптимальном режиме ЭЭС.

Можно определить МЛ-формирующие узлы для активной и реактивной мощности. Для активной мощности равенства даны выше. Для реактивной мощности подход аналогичен. Значение МЛ λ_j^Q в МЛ-формирующем узле j с возможностью регулирования реактивной мощности (т. е. с $Q_g^{\min} < Q_g < Q_g^{\max}$) равно нулю, поскольку $\partial f / \partial Q_g = 0$:

$$\lambda_j^Q = 0. \quad (1.37)$$

Следует рассмотреть случай, при котором МЛ π_j или ψ_j равны нулю и одновременно соответствующее ограничение активно. Вероятность появления такого случая крайне мала. Но даже если он произойдет, для выделения МЛ-формирующих узлов существует дополнительный критерий — равенство МЛ параметру целевой функции. Кроме того, можно предположить, что если увеличить предел ограничения, то с большой долей вероятности результат решения задачи оптимизации не изменится, а интересующий нас МЛ уже будет однозначно определен как МЛ-формирующий.

Что касается значения остальных λ_j^P, λ_j^Q , то они являются МЛ-принимающими. Их изучению посвящены последующие главы диссертации.

Приведем примеры рассмотренных в данном параграфе положений.

Пример 1.1. Рассмотрим ЭЭС из 30 узлов (ЭЭС-30) на основе схемы IEEE-30 пакета MATPOWER, предназначенного для моделирования ЭЭС [82]. Схема ЭЭС показана на рисунке 1.1. Стоимость топлива для производства мощности генераторами дана в виде квадратичной зависимости. Результаты оптимизации установившегося режима в данной тестовой схеме по узлам приведены в Приложении А в таблице А.1. Единицей измерения для МЛ указана единица измерения целевой функции (ед.ц.ф.) на МВт (МВт·ч), МВАр (МВАр·ч). Единицами

измерения целевой функции могут быть: рубль (руб.) или иная денежная единица (д.ед.).

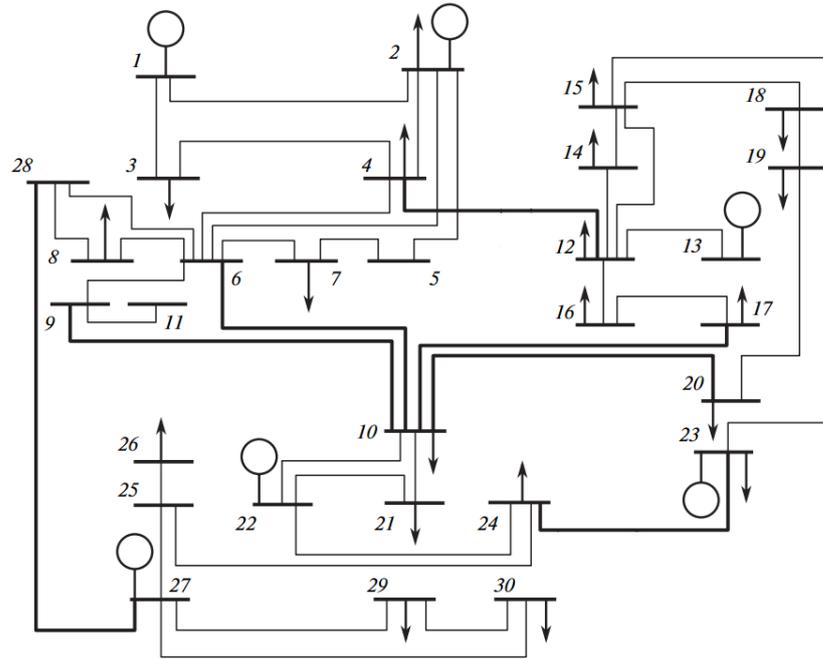


Рисунок 1.1 — Тестовая схема из 30 узлов

Из таблицы А.1 видно, что в генераторных узлах отсутствуют (т. е. равны нулю) МЛ к уравнениям баланса реактивной мощности. Реактивная мощность в этих узлах не находится на минимальном или максимальном пределе регулирования, т. е. является регулируемой. МЛ к уравнениям баланса активной мощности в тех же узлах равны значениям ХОПЗ. Активная мощность генераторов также не достигла предела и в терминах задачи оптимизации является регулируемой.

Пример 1.2. Рассмотрим тот же пример, но в качестве затрат на топливо будем использовать линеаризованные функции затрат на топливо и целевую функцию (1.13). Вектор цен на топливо рассчитаем исходя из максимума мощности генераторов $\mathbf{C}_g = \mathbf{a}_g^T \mathbf{P}_g^{\max} + \mathbf{b}_g = [6,2 \ 5,8 \ 9,250 \ 3,9174 \ 4,5 \ 5]^T$. Результаты оптимизации установившегося режима в данной тестовой схеме по узлам приведены в таблице А.2.

По полученным МЛ видно, что регулирование реактивной мощности находится в тех же генераторных узлах. Минимальный уровень мощности наблюдается у генераторов в узлах 1 и 22. МЛ на активную мощность в данных узлах меньше соответствующих параметров целевой функции $C_1 = 6,2, C_{22} = 9,25$.

Максимально загружены генераторы в узлах 13, 23 и 27. МЛ в этих узлах выше их параметров $C_{13} = 5, C_{23} = 4,5, C_{27} = 3,9174$. Мощность генератора в узле 2 не достигла максимума, не находится на минимуме. МЛ в этом узле равен $C_2 = 5,8$. Узел 2 является МЛ-формирующим.

Пример 1.3. Рассмотрим пример с целевой функцией максимизации общественного благосостояния (1.15). Составим ее на основе целевой функции в примере 1.2, установив в качестве параметра целевой функции для потребителей величину 6,5. Результаты оптимизации такой целевой функции приведены в таблице А.3.

В примере 1.2 в узлах 25 и 26 (см. таблицу А.2) МЛ превышали значение 6,5. В рассматриваемом примере МЛ не превышают 6,5, а активная мощность нагрузки в узле 26 несколько снижена. Нагрузка в узле 26 наряду с генератором в узле 2 не находится на пределе, а МЛ в узлах соответственно равны $C_2 = 5,8, C_{26} = 6,5$. Узлы 2 и 26 являются МЛ-формирующими.

Выводы по параграфу 1.3. Проанализированы необходимые условия оптимальности для исследуемой задачи оптимизации. Отмечено важное свойство результатов оптимизации: в узлах, в которых активная мощность регулируется, т.е. не находится на пределе регулирования, МЛ формируются из параметров целевой функции. Такие узлы являются ценообразующими и определяют МЛ во всех узлах ЭЭС. Для таких узлов введен термин МЛ-формирующего узла. Соответствующие параметры целевой функции названы МЛ-формирующими параметрами.

1.4 Анализ прямых и двойственных переменных, новая классификация узлов

1.4.1 Общепринятая классификация узлов

Широко известна классификация узлов ЭЭС на балансирующий узел, PV и PQ узлы. В литературе встречается расширенная классификация [88], в которой балансирующий узел может быть двух типов — с возможностью балан-

сировать реактивную мощность (обычный балансирующий узел), названный генераторным балансирующим узлом, и без такой возможности, названный нагрузочным балансирующим узлом.

В таблице 1.2 приведена расширенная версия классификации с указанием, какие параметры электроэнергетического режима являются известными или неизвестными на рассматриваемом этапе его расчета. Последняя строка в таблице по сути дополняет множество известных и неизвестных параметров до полного множества.

Таблица 1.2 — Типы узлов при расчете установившегося режима

Тип узла	Обозначение	Известные параметры	Неизвестные параметры
Генератор	PV	P_j, U_j	Q_j, δ_j
Нагрузка	PQ	P_j, Q_j	U_j, δ_j
Генераторный балансирующий	δV	U_j, δ_j	P_j, Q_j
Нагрузочный балансирующий	δQ	Q_j, δ_j	P_j, U_j

1.4.2 Свойства прямых и двойственных переменных в оптимальном режиме

Рассмотрим типы узлов в задачах оптимизации режимов ЭЭС с точки зрения реакции решения задачи оптимизации на различного рода малые воздействия. Основываясь на анализе необходимых условий оптимальности, проведенном в предыдущем параграфе, можно выделить узлы с известными и неизвестными МЛ [см. (1.33)—(1.36)]. Одновременно известными (находящимися на пределе) или неизвестными (не находящимися на пределе) являются узловые мощности [см. (1.30) и (1.6)—(1.8)].

Мощности генераторов и нагрузок, не находящиеся на пределе регулирования, по сути балансируют малые изменения в системе, а узлы, в которых они находятся, являются регулируемыми. Балансирующими узлами по реактивной мощности будут генераторные узлы, если в них производство (потребление) реактивной мощности не было ограничено заданными пределами регулирования.

Выбор балансирующего узла не оказывает влияния на результаты оптимизации, если в нем не фиксируется модуль напряжения. Это объясняется тем,

что во время оптимизации он не балансирует мощность в ЭЭС. Узловые мощности подбираются таким образом, чтобы целевая функция была оптимальной и выполнялись ограничения задачи оптимизации, одним из которых является выполнение баланса мощности в балансирующем узле. Если дополнительных ограничений не накладываается, то с точки зрения поиска оптимального режима такой узел не будет отличаться от других узлов.

Роль заранее выбранного балансирующего узла состоит в том, чтобы указать, в каком из узлов будет нулевая фаза напряжения. Выбор иного узла в качестве балансирующего приведет к тому же оптимальному режиму с одинаковым сдвигом фаз напряжений во всех узлах.

Из этого следует, что оптимальный режим можно рассматривать как УР с регулирующими узлами, т.е. узлами, в которых возможно регулирование активной мощности. На рисунке 1.2 показаны множества узлов задачи и их тип. Здесь PV — узлы, в которых балансируется реактивная мощность при фиксированной активной мощности; δV — узлы, в которых балансируется и активная, и реактивная мощность; δQ — узлы, в которых активная мощность балансируется, а реактивная находится на пределе. Все остальные узлы являются PQ узлами, в том числе и генераторные узлы, в которых активная и реактивная мощность установлены на максимальном или минимальном значении соответствующих ограничений.

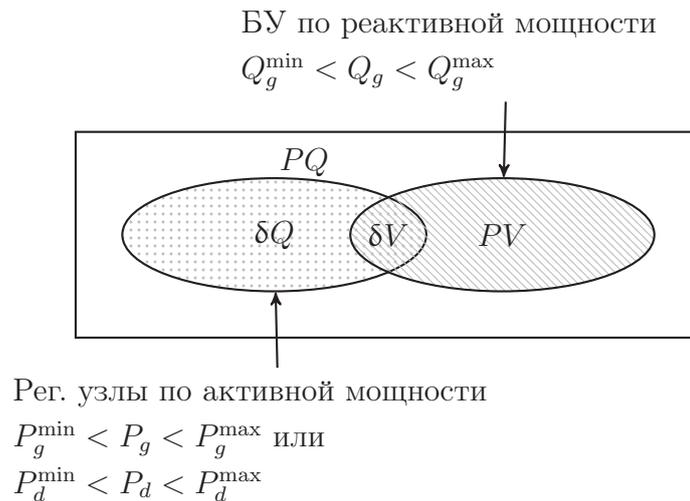


Рисунок 1.2 — Диаграмма Венна типов узлов в ЭЭС по результатам оптимизации

Кроме МЛ-формирующих узлов, для дальнейшего анализа чувствительности задачи оптимизации также нужно рассмотреть узлы с напряжением, на-

ходящимся на минимальном или максимальном пределе. В полной нелинейной постановке задачи оптимизации режимов ЭЭС модуль напряжения в генераторных узлах являются оптимизируемыми переменными. Несмотря на то, что такие узлы будут оставаться PV узлами, модуль напряжения в них оптимизируется. При этом как минимум в одном узле ЭЭС должен быть установлен модуль напряжения. Он может быть зафиксирован в балансирующем узле заранее, а может быть установлен в ходе оптимизации. В последнем случае в одном из узлов ЭЭС напряжение будет зафиксировано на максимальном пределе регулирования. Это объясняется тем, что при более высоком уровне напряжения потери активной мощности в ЭЭС снижаются, что, в свою очередь, ведет к улучшению целевой функции.

В рассмотренных ранее примерах 1.1—1.3 в результате оптимизации хотя бы в одном узле модуль напряжения установился на уровне 1,05 относительных единиц (о. е.).

В нелинейной оптимизации режимов модуль напряжения в генераторных узлах задается заранее. Можно считать, что $U_j^{\min} = U_j^{\max}$.

Таким образом, в классификации узлов независимо от узлов PV, δV требуется выделить узлы с зафиксированными фазами и модулями напряжения. В анализе чувствительности задачи оптимизации такие фазы и модули напряжения будут неизменными.

Двойственными переменными к ограничениям по модулям напряжения являются множители $\mu_j^{U^{\min}}$, $\mu_j^{U^{\max}}$. Двойственные переменные к ограничениям для фаз напряжений, вообще говоря, можно отдельно не вводить, поскольку на фазы не налагаются ограничения. Единственная фиксированная фаза напряжения в балансирующем узле соответствует нулевому МЛ, поскольку, как было сказано выше, не оказывает влияния на значение целевой функции.

1.4.3 Классификация узлов для прямых и двойственных переменных

В предыдущих разделах было показано, что в зависимости от решения задачи оптимизации в узле j можно выделить четыре неизвестные (зависимые) и четыре известные (независимые) переменные: P_j и λ_j^P , Q_j и λ_j^Q ; δ_j и μ_j^δ , U_j и

μ_j^U соответственно. Представим на основе дуальности неизвестных и известных переменных новую классификацию узлов, которая дана в таблице 1.3.

Классификация предполагает разбиение полного множества узлов на подмножества $MP(MQ)$ МЛ-формирующих и $TP(TQ)$ МЛ-принимающих узлов, подмножества узлов с контролируруемыми $CD(CV)$ и свободными $LD(LV)$ напряжениями. На рисунке 1.3 показана взаимосвязь подмножеств MP, MQ, TP, TQ с типами узлов оптимального режима ЭЭС. На рисунке 1.4 проиллюстрированы подмножества узлов CD, CV, LD, LV .

В узлах из подмножеств TP и CV активная мощность и модуль напряжения зафиксированы (известны), а соответствующие им МЛ при небольшом возмущении задачи варьируются (неизвестны). Обозначения MP и LV , напротив, указывают, что активная мощность и модуль напряжения в узле в оптимальном режиме варьируются, а соответствующие им множители Лагранжа зафиксированы (известны). Аналогичные обозначения действуют для узловой реактивной мощности и фазы напряжения в узле.

Множества дополняют друг друга до полного множества узлов следующим образом:

$$MP \cup TP = \mathcal{N}, \quad (1.38)$$

$$MQ \cup TQ = \mathcal{N}, \quad (1.39)$$

$$CD \cup LD = \mathcal{N}, \quad (1.40)$$

$$CV \cup LV = \mathcal{N}. \quad (1.41)$$

Введем множества переменных m и t , которые включают MP, MQ и TP, TQ узлы соответственно. Например, для вектора λ фильтрация переменных по множеству m будет означать вектор МЛ к уравнениям баланса активной

Таблица 1.3 — Типы узлов в оптимальном режиме

Тип узла	Обозначение	Известные параметры	Неизвестные параметры
МЛ-формирующий, регулирующий активную (реактивную) мощности	$MP(MQ)$	$\lambda_j^P(\lambda_j^Q)$	$P_j(Q_j)$
МЛ-принимающий	$TP(TQ)$	$P_j(Q_j)$	$\lambda_j^P(\lambda_j^Q)$
Контролируемый (модуль, фаза напряжения контролируется)	$CD(CV)$	$U_j(\delta_j)$	$\mu_j^U(\mu_j^\delta)$
Неконтролируемый (модуль, фаза напряжения не контролируется)	$LD(LV)$	$\mu_j^U(\mu_j^\delta)$	$U_j(\delta_j)$

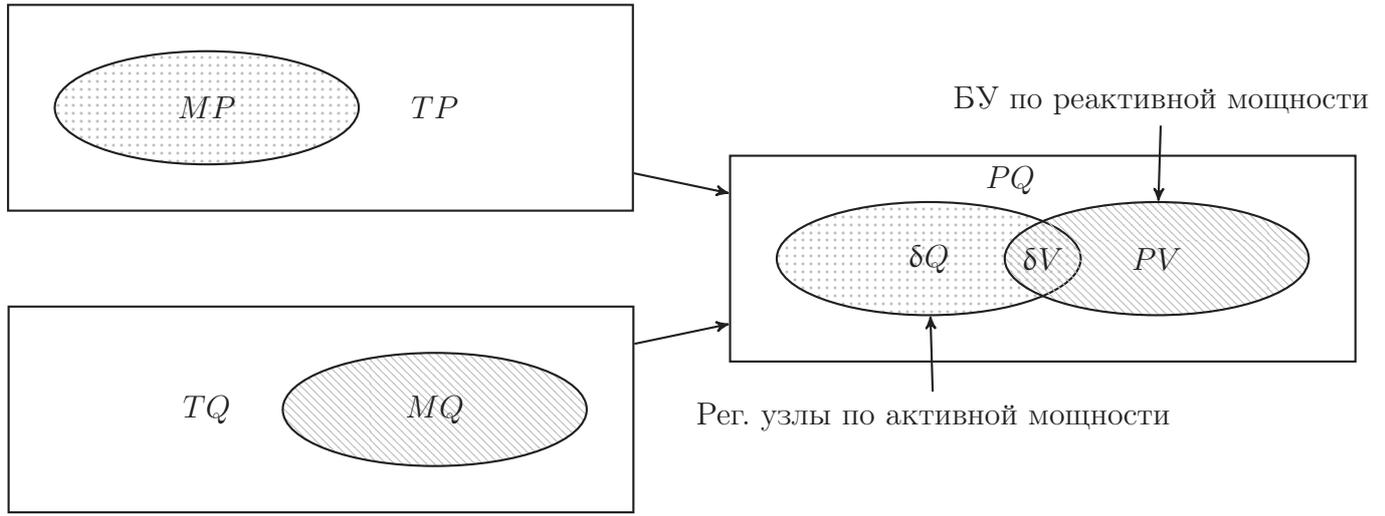


Рисунок 1.3 — Взаимосвязь множеств МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов с типами узлов в ЭЭС

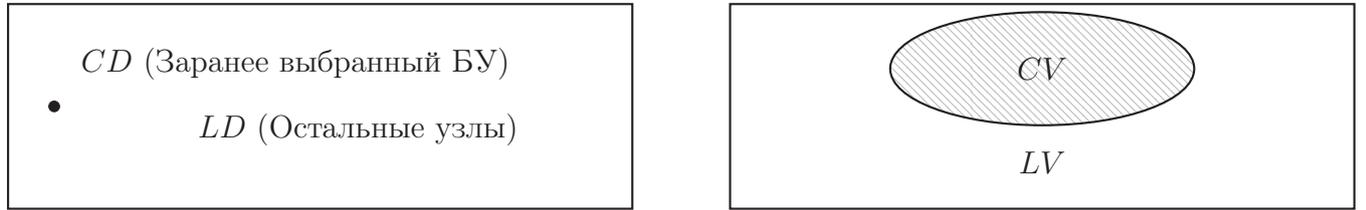


Рисунок 1.4 — Множества контролируемых и свободных напряжений (модулей и фаз)

мощности, состоящий из вектора МЛ в MP узлах, т. е. λ_{MP}^P , и вектора МЛ к уравнениям баланса реактивной мощности, состоящий из МЛ в MQ , т. е. λ_{MQ}^Q .

Таким образом, $\lambda_m = \begin{bmatrix} \lambda_{MP}^P \\ \lambda_{MQ}^Q \end{bmatrix}$. Аналогично введем l и c — множества переменных, которые одновременно будут описывать и модули, и фазы напряжений, относящиеся к контролируемым или свободным величинам. Суммарное число элементов множеств m и t , l и c равно $2N$.

Пример 1.4. Рассмотрим результаты оптимизации в примере 1.1, приведенные в таблице А.1. МЛ-формирующими узлами как для активной, так и для реактивной мощности являются генераторные узлы. Нагрузочные узлы являются МЛ-принимающими узлами. Согласно предложенной классификации можно записать:

$$MP = \{1, 2, 13, 22, 23, 27\},$$

$$TP = \{3, 4, \dots, 12, 14, 15, \dots, 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30\},$$

$$MQ = \{1, 2, 13, 22, 23, 27\},$$

$$TQ = \{3, 4, \dots, 12, 14, 15, \dots, 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30\},$$

$$\lambda_m = \left[\lambda_1^P \quad \lambda_2^P \quad \lambda_{13}^P \quad \lambda_{22}^P \quad \lambda_{23}^P \quad \lambda_{27}^P \quad \lambda_1^Q \quad \lambda_2^Q \quad \lambda_{13}^Q \quad \lambda_{22}^Q \quad \lambda_{23}^Q \quad \lambda_{27}^Q \right]^T.$$

Узел с контролируемой фазой напряжения (c_δ узел) — это базисный узел 1. В узлах 1, 12, 25 модуль напряжения равен 1,05 о. е. Эти узлы являются CV узлами — узлами с контролируемым напряжением.

$$CD = \{1\},$$

$$LD = \{2, 3, \dots, 30\},$$

$$CV = \{1, 12, 25\},$$

$$LV = \{2, 3, \dots, 11, 13, 14, \dots, 24, 26, 27, \dots, 30\}.$$

Пример 1.5. В примере 1.2 (таблица А.2) МЛ-формирующим по активной мощности является только узел 2. МЛ-формирующими MQ узлами по реактивной мощности в данном примере также являются генераторные узлы. Тогда

$$MP = \{2\},$$

$$TP = \{1, 3, 4, \dots, 30\},$$

$$MQ = \{1, 2, 13, 22, 23, 27\},$$

$$TQ = \{3, 4, \dots, 12, 14, 15, \dots, 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30\},$$

$$\lambda_m = \left[\lambda_2^P \quad \lambda_1^Q \quad \lambda_2^Q \quad \lambda_{13}^Q \quad \lambda_{22}^Q \quad \lambda_{23}^Q \quad \lambda_{27}^Q \right]^T.$$

В силу рассматриваемой постановки задачи в состав CD узлов входит балансирующий узел и только он, поскольку в нем задается нулевая фаза напряжения. При этом фазовые ограничения не учитываются, поэтому фазы напряжений не являются контролируемыми величинами. В дальнейшем комментарий о составе CD узлов будет опускаться. В состав CV узлов входит только 12-й узел:

$$CV = \{12\},$$

$$LV = \{1, 2, \dots, 11, 13, 14, \dots, 30\}.$$

Можно заметить, что поскольку изначально модуль напряжения ни в каком узле не задан, в процессе оптимизации узел с фиксированным напряжением найден оптимальным образом.

Пример 1.6. В примере 1.3 (таблица А.3) в отличие от предыдущих примеров балансирующим по активной мощности становится нагрузочный узел 26, поскольку активная мощность в нем будет балансировать малые изменения задачи оптимизации. Также в состав MP узлов по-прежнему входит узел 2. Запишем состав множеств МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов:

$$\begin{aligned}
 MP &= \{2, 26\}, \\
 TP &= \{1, 3, 4, \dots, 25, 27, 28, 29, 30\}, \\
 MQ &= \{1, 2, 13, 22, 23, 27\}, \\
 TQ &= \{3, 4, \dots, 12, 14, 15, \dots, 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30\}, \\
 \lambda_m &= \left[\lambda_2^P \quad \lambda_{26}^P \quad \lambda_1^Q \quad \lambda_2^Q \quad \lambda_{13}^Q \quad \lambda_{22}^Q \quad \lambda_{23}^Q \quad \lambda_{27}^Q \right]^T, \\
 CV &= \{12\}, \\
 LV &= \{1, 2, \dots, 11, 13, 14, \dots, 30\}.
 \end{aligned}$$

1.4.4 Алгоритм классификации узлов

Сформулируем алгоритм для классификации узлов при оптимальном режиме.

1. Найти узлы, в которых для всех ограничений (1.6) и (1.8) выполняется условие $P_{(\cdot)} = P_{(\cdot)}^{\min}$ или $P_{(\cdot)} = P_{(\cdot)}^{\max}$. Отнести эти узлы к множеству TP .
2. Оставшиеся узлы отнести к множеству MP : $MP = \mathcal{N} \cap TP$.
3. Найти узлы, в которых для всех ограничений (1.7) выполняется условие $Q_g = Q_g^{\min}$ или $Q_g = Q_g^{\max}$. Отнести эти узлы к множеству TQ .
4. Оставшиеся узлы отнести к множеству MQ : $MQ = \mathcal{N} \cap TQ$.
5. Отнести заранее заданный балансирующий узел к множеству CD , $LD = \mathcal{N} \cap CD$.

6. Отнести узлы, в которых $U_j = U_j^{\min}$ или $U_j = U_j^{\max}$, к множеству CV , $LV = \mathcal{N} \cap CV$.
7. Из множеств узлов MP, MQ составить множество переменных m .
8. Из множеств узлов TP, TQ составить множество переменных t .
9. Из множеств узлов LD, LV составить множество переменных l .
10. Из множеств узлов CD, CV составить множество переменных s .

Выводы по параграфу 1.4. На основе анализа необходимых условий оптимальности получены новые свойства оптимального режима ЭЭС: регулирующие узлы определяются в ходе оптимизации на основе выбора замыкающих узлов, обладающих возможностью регулировать активную мощность. Показана взаимосвязь между двойственными переменными и параметрами оптимального режима. Так, в узлах с регулируемыми мощностями МЛ зафиксированы на уровне МЛ-формирующих параметров. Узлы с фиксированными значениями узловых мощностей, когда мощность нагрузок и генераторов находится на пределе, наоборот, характеризуются неизвестными МЛ. Такими же свойствами обладают фазы и модули напряжения. Каждой зафиксированной переменной сопоставляется соответствующий ей МЛ. Таким образом, одновременно к параметрам УР в задачах оптимизации добавляются двойственные переменные с зеркальным отображением известных и неизвестных переменных.

Известными являются зафиксированные параметры оптимального УР: узловые мощности в МЛ-принимающих TP и TQ узлах, зафиксированные либо находящиеся на пределе модули напряжений в CV узлах, МЛ в МЛ-формирующих MP узлах. Неизвестными и зависящими от них являются мощности в балансирующих MP и MQ узлах, МЛ в МЛ-принимающих MP и MQ узлах, фазы и модули напряжения в LD и LV узлах.

1.5 Выводы по главе 1

Рассматривается задача оптимизации режимов ЭЭС в полной нелинейной постановке. Выбор ограничений задачи обусловлен оптимизационными задачами, применяемыми на РСВ и БР на оптовом рынке электроэнергии в России. Рассматриваются целевые функции минимизации суммарных издержек на производство и распределение электроэнергии в квадратичном и линеаризованном

виде, минимизации нагрузочных потерь и максимизации функции благосостояния.

Анализ необходимых условий оптимальности такой задачи показывает важные свойства оптимального режима: регулируемыми узлами по активной мощности являются узлы, МЛ в которых равны параметрам целевой функции, т. е. ХОПЗ, ценовым заявкам или единице при оптимизации потерь.

На основе взаимосвязи между параметрами оптимального режима (прямыми переменными) и МЛ (двойственными переменными) задачи оптимизации при оптимальном режиме разработана новая классификация узлов, в которой узлы с известными параметрами режима характеризуются неизвестными МЛ. И наоборот — известные МЛ устанавливаются в узлах с неизвестными параметрами режима. Проведение оптимизации режимов ЭЭС на рынках электроэнергии позволяет использовать данное свойство для анализа связи между полученным режимом и ценовыми параметрами, поданными участниками рынка и используемыми в целевой функции.

Глава 2. Чувствительность оптимальных режимов ЭЭС

Существует два различающихся подхода к анализу чувствительности в задачах управления ЭЭС. Первый направлен на определение слабых элементов ЭЭС: узлов, ветвей и сечений. Гамм А.З. и Голуб И.И. предложили методы исследования ЭЭС, основанные на спектральном и сингулярном анализе матрицы узловых проводимостей и матрицы Якоби для уравнений УР ЭЭС [89].

В [90] разработана методика выявления наиболее чувствительных узлов электрической сети по значениям сальдо-проводимостей и данным сингулярного анализа матриц Якоби. Показано, что при наличии высших гармоник в наиболее сенсорных узлах наблюдается значительная несинусоидальность. В [91] рассматривается индекс устойчивости по напряжению, предназначенный для определения чувствительных узлов на основе векторных измерений.

Можно выделить три задачи анализа слабых мест в ЭЭС [92]: найти условия возникновения повышенной чувствительности ЭЭС к внешним воздействиям; выявить локализацию наиболее чувствительных элементов в сети; определить степени свободы для устранения причин повышенной чувствительности и наилучшим образом распорядиться ими. Цель исследования чувствительности — выбор состава и настройки регуляторов, которые компенсируют повышенную чувствительность.

Второй подход направлен на определение реакции одной электрической величины, такой как напряжение в узле, по отношению к внешнему воздействию другой электрической величины, например нагрузки реактивной мощности. Коэффициенты чувствительности могут быть использованы при определении погрешностей решения задачи оптимизации режимов ЭЭС в связи с неточной входной информацией об объектах ЭЭС [14]. При анализе оптимальных режимов ЭЭС наряду с рассматриваемыми воздействиями, такими как изменения мощности нагрузок и генераторов, действия компенсирующих устройств и др., дополнительно появляются такие воздействия, как изменения ХОПЗ или ценовых заявок. Интерес может представлять чувствительность к вводу новых генерирующих мощностей, строительству новых сетевых объектов, чувствительность к оценке стоимости поддержания надежности на установленном уровне.

В новых экономических условиях появились другие задачи. Например, потребитель электроэнергии может эффективно управлять потреблением реактив-

ной мощности, чтобы снизить стоимость электроэнергии в своем узле [93; 94]. Потенциальную выгоду можно узнать, рассчитав чувствительность цен электроэнергии к изменению реактивной нагрузки. В [95] исследуется вопрос реакции ЭЭС на возможный рост параметров генераторов в целевой функции. С помощью спектрального анализа анализируются области, нечувствительные к такому росту. В [96] с помощью чувствительности и последующего применения генетического алгоритма предложено найти оптимальное размещение конденсаторных батарей. В [97] предложено находить оптимальное размещение объединенных регуляторов перетока мощности, в [98] — фазосдвигающего устройства. В [99] для расстановки устройств компенсации реактивной мощности предлагается использовать обобщенные показатели, в качестве которых берутся вторые производные от суммарных потерь активной мощности в сети по реактивной мощности источников.

Настоящая глава посвящена развитию теории чувствительности задач оптимизации УР ЭЭС при малых возмущениях. Известная теория дополняется методикой разделения переменных на воздействия (неизвестные переменные) и реакции (известные переменные) согласно разработанной в предыдущей главе классификации узлов.

2.1 Обзор литературы и разработка схем взаимосвязи переменных в оптимальном режиме

2.1.1 Текущее состояние теории чувствительности оптимальных режимов ЭЭС

Чувствительность какой-либо величины в задаче оптимизации к малому возмущению входных данных по сути представляет собой частную производную. Построение модели чувствительности для расчета частных производных в задачах оптимизации сводится к формированию необходимых условий первого порядка оптимальности к системам уравнений и применению к последним классической теоремы о неявной функции.

Для задачи оптимизации вида

$$f(\mathbf{a}, \mathbf{x}) \rightarrow \text{extr}, \quad \mathbf{x} \in \{\mathbf{F}(\mathbf{a}, \mathbf{x}) = 0\} \quad (2.1)$$

при возмущении \mathbf{a} имеют место параметрические условия оптимальности:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{a}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = 0, \quad \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mathbf{x}) = 0. \quad (2.2)$$

В [100] доказано, что при небольшом возмущении \mathbf{a} вблизи точки $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ система (2.2) при выполнении условий непрерывной дифференцируемости функций имеет единственное решение $(\mathbf{x}(\mathbf{a}), \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{a}))$ и

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{x}^2}(\mathbf{a}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{a}} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{a}, \mathbf{x}) \right)^T \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{a}} &= - \frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{a} \partial \mathbf{x}}(\mathbf{a}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}), \\ \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{a}} &= - \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{a}}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Впервые математическая модель чувствительности задачи оптимизации режимов ЭЭС была предложена Gribik P. R. в 1990 году [101]. Модель основана на возмущении необходимых условий оптимальности и формировании системы линейных уравнений вида (2.3). В качестве возмущений автором рассматриваются активные и реактивные мощности нагрузок в узлах ЭЭС, модули напряжений, коэффициенты трансформации, находящиеся на пределе ограничений. Они являются воздействиями в том смысле, что может быть рассмотрена задача исследования реакции ЭЭС при вариации предела ограничения. Это повлечет за собой изменение оптимального режима. При этом в предлагаемой модели чувствительности не учитываются независимые двойственные переменные. В [102] была сформулирована модель для расчета чувствительности МЛ к уравнениям баланса активной мощности к мощностям нагрузок в узлах.

В [103] поставлена задача формирования параметрической зависимости оптимального режима ЭЭС. В работах [104; 105] рассматривается глобальная чувствительность оптимального режима к изменениям мощности нагрузки.

Расчет чувствительности оптимального режима используется при решении задач управления перегрузками в сети [106; 107], распределении стоимости потерь между участниками [108], обеспечении надежности функционирования ЭЭС [109; 110], прогнозировании параметров режима [104] и др.

В работах [97; 101; 102; 104; 106–108; 111–114] задача чувствительности рассматривается для произвольной, в частности квадратичной целевой функции, в [95; 101; 105–109; 111] — при линейных целевых функциях минимизации

стоимости топлива и (или) максимизации функции благосостояния. Задача чувствительности оптимального режима по реактивной мощности при минимизации потерь изучается в [114; 115].

Недостаток известных подходов заключается в отсутствии анализа отнесения переменных к возмущениям и реакциям. Рассмотрение независимых переменных в качестве реакций приводит к формированию переопределенных систем уравнений. В таких расчетах часть ограничений опускается. В частности, это касается ограничений по напряжению. Кроме того, авторы многих работ ориентируются на упрощенную линеаризованную задачу оптимизации, например [104; 106]. В результате, несмотря на примеры применения расчетов чувствительности на больших ЭЭС, например в [116], имеющиеся подходы достаточно сложно применить на практике.

2.1.2 Применение новой классификации узлов при формировании математической модели чувствительности

Рассмотрим применение разработанной классификации узлов для отнесения параметров задачи оптимизации УР ЭЭС к воздействиям и реакциям в оптимальном режиме и формирования вполне определенной математической модели чувствительности.

Предположим, что возмущение в системе слишком мало, чтобы привести к изменению состава активных ограничений оптимального решения. Являясь двойственными переменными, МЛ связаны с ограничениями задачи оптимизации. Их взаимосвязь с основными переменными представлена в таблице 1.3. В соответствии с ней известные переменные можно отнести к параметрам или воздействиям, а неизвестные переменные — к реакциям, чувствительность которых к воздействиям исследуется.

В таком случае параметрами или воздействиями являются активные (реактивные) мощности в $TP(TQ)$ узлах; контролируемые модули напряжений в CV узлах, контролируемая фаза напряжения в балансирующем узле (CD узлах); МЛ к уравнениям баланса активной (реактивной) мощности в $MP(MQ)$ узлах; МЛ к ограничениям модулей (фаз) напряжений в $LV(LD)$ узлах.

Одновременно к реакциям следует отнести активные (реактивные) мощности в $MP(MQ)$ узлах; модули (фазы) напряжений в $LV(LD)$ узлах; МЛ к уравнениям баланса активной (реактивной) мощности в $TP(TQ)$ узлах; МЛ к ограничениям модулей (фаз) напряжений в $CV(CD)$ узлах.

При этом следует обратить внимание, что некоторые двойственные переменные, которые известны и при малом изменении не должны меняться, являются фиксированными величинами. Из (1.37) видим, что, в первую очередь, это МЛ к уравнениям баланса реактивной мощности в MQ узлах. Также в соответствии с (1.35) к фиксированным величинам относятся МЛ к уравнениям баланса активной мощности в MP узлах в задаче минимизации потерь, поскольку МЛ-формирующие параметры целевой функции равны единице.

На основании изложенного для активных и реактивных узловых мощностей, а также для их двойственных переменных сформирована таблица 2.1 отнесения переменных к параметрам, реакциям и фиксированным величинам. Следует также обратить внимание, что λ_{MP} для целевой функции (1.12) ($\sum_{g \in \mathcal{G}} a_g P_g^2 / 2 + b_g P_g + c_g \rightarrow \min$) равны МЛ-формирующим ХОПЗ $\mathbf{C}^{\text{кв. ХОПЗ}}$, которые определяются уровнем загрузки генерирующего оборудования. Эта связь должна быть учтена в математической модели чувствительности. В таком случае λ_{MP} относятся к реакциям системы. Рассмотрение влияющих на λ_{MP} параметров приводит к параметрам целевой функции $C_{gMP}, C_{dMP}, a_{gMP}, b_{gMP}$, которые следует отнести к воздействиям.

Воздействия в виде активных мощностей в TP узлах могут быть реализованы посредством технологий распределенной генерации или управления спросом. Реактивные мощности в TQ узлах могут быть изменены после внедрения компенсирующих устройств реактивной мощности. Воздействия λ_{MP} определяются параметрами целевых функций, например, ценовыми заявками участников рынка.

Аналогичные рассуждения можно применить к напряжениям и их двойственным переменным. В таблице 2.2 приведено их разделение на воздействия, переменные и фиксированные величины. В качестве воздействий следует указать вектор известных и находящихся на пределе модулей напряжения \mathbf{U}_{CV} , элементы которого равны соответственно U_{jCV}^{\max} или U_{jCV}^{\min} . В этой связи к реакциям необходимо отнести μ_{CV} ; к реакциям также относятся $\mathbf{U}_{LV}, \delta_{LD}$. К δ_{CD} относится балансирующий узел с зафиксированной нулевой фазой $\delta_b = 0$. Как

Таблица 2.1 — Отнесение активных и реактивных мощностей, соответствующих им МЛ к параметрам, реакциям и фиксированным величинам оптимального режима

Целевая функция	Параметры (воздействия)	Реакции	Фиксированные величины
(1.12)	$\mathbf{P}_{TP}, \mathbf{Q}_{TQ}$	$\mathbf{P}_{MP}, \mathbf{Q}_{MQ}, \lambda_{MP}, \lambda_{TP}, \lambda_{TQ}$	$\lambda_{MQ} = 0$
(1.13), (1.15)	$\mathbf{P}_{TP}, \mathbf{Q}_{TQ}, \lambda_{MP}$	$\mathbf{P}_{MP}, \mathbf{Q}_{MQ}, \lambda_{TP}, \lambda_{TQ}$	$\lambda_{MQ} = 0$
(1.14)	$\mathbf{P}_{TP}, \mathbf{Q}_{TP}$	$P_{MP} = P_b, \mathbf{Q}_{MQ}, \lambda_{TP}, \lambda_{TQ}$	$\lambda_{MP} = \lambda_b = 1, \lambda_{MQ} = 0$

было отмечено ранее, установление в этом узле другой фазы не оказывает влияния на целевую функцию. Это значит, что $\delta_{CD} = 0, \mu_{CD} = 0$.

Из необходимых условий оптимальности (1.31) следует, что МЛ к не достигшим предела модулям и фазам напряжений также равны нулю. Поэтому вместо параметров (воздействий) μ_{LV}, μ_{LD} должны быть отнесены к фиксированным переменным.

Таблица 2.2 — Отнесение модулей и фаз напряжений, соответствующих им МЛ к параметрам, реакциям и фиксированным величинам оптимального режима

Параметры (воздействия)	Реакции	Фиксированные величины
\mathbf{U}_{CV}	$\mathbf{U}_{LV}, \delta_{LD}, \mu_{CV}$	$\delta_{CD} = 0, \mu_{CD} = 0, \mu_{LV} = 0, \mu_{LD} = 0$

Отметим, что чувствительность целевой функции f в оптимальной точке и другие параметры оптимального режима, в том числе потери, сдвиг фаз в ветвях ЭЭС и др., также можно рассчитать, зная чувствительность базовых реакций ЭЭС.

Таким образом, использование новой классификации приводит к следующим схемам взаимосвязей переменных в модели чувствительности: на рисунке 2.1 для целевой функции минимизации стоимости топлива в квадратичном виде; на рисунке 2.2 для целевых функций минимизации стоимости топлива в линейном виде и максимизации общественного благосостояния; на рисунке 2.3 для целевой функции минимизации потерь. Разработанные схемы наиболее полно отражают взаимосвязи переменных в малой окрестности решения задачи оптимизации УР ЭЭС.

Выводы по параграфу 2.1. Сформулированы схемы взаимосвязи переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС.

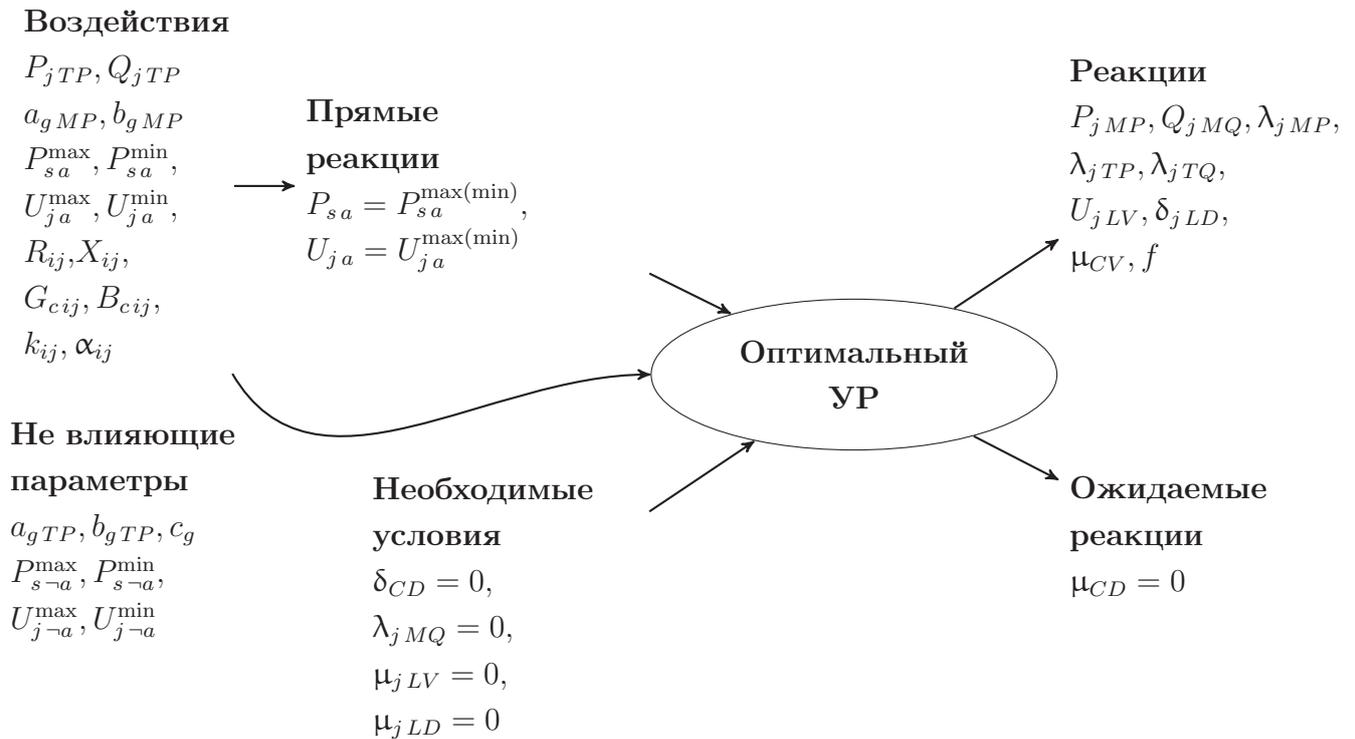


Рисунок 2.1 — Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для целевой функции (1.12):

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} a_g P_g^2 / 2 + b_g P_g + c_g \rightarrow \min$$

Из переменных выделены неизвестные и известные в малой окрестности оптимального решения переменные. Последние подразделяются на возмущения или воздействия на оптимальный режим ЭЭС и фиксированные параметры. Формально такое разделение обеспечивается с помощью новой классификации узлов, разработанной в предыдущей главе.

Так, воздействиями являются активные и реактивные мощности в МЛ-принимающих узлах по активной и реактивной мощности, параметры целевых функций в МЛ-формирующих узлах, пределы активных ограничений и параметры элементов схем замещения электрической сети.

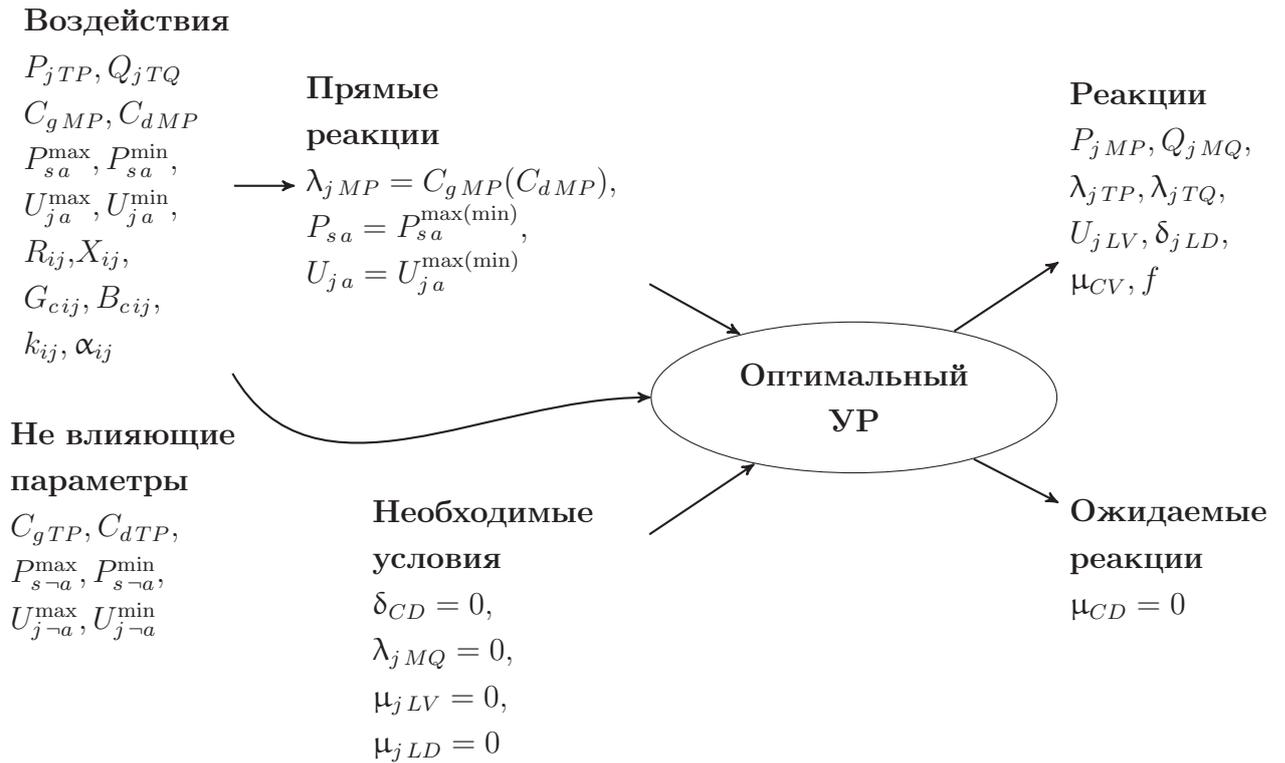


Рисунок 2.2 — Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для целевых функций (1.13), (1.15):

$$C_g^T P_g \rightarrow \min, C_d^T P_d - C_g^T P_g \rightarrow \max$$

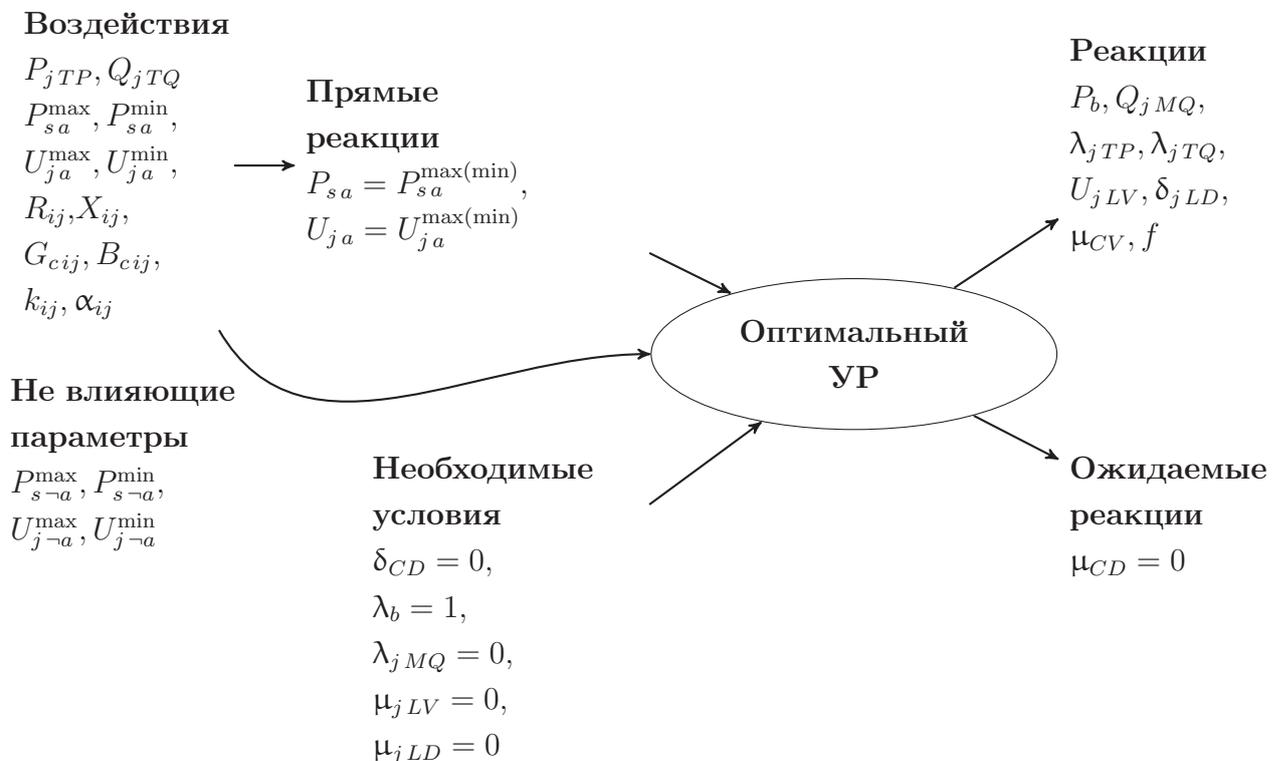


Рисунок 2.3 — Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для целевой функции (1.14): $P_b \rightarrow \min$

2.2 Математическая модель чувствительности относительно реакции ЭЭС

2.2.1 Математическая модель

Обозначим малое приращение какого-либо параметра задачи буквой d и определим производную реакции R на данное возмущение: $\partial R_j / \partial d_i$, где i, j — указание на соответствующие возмущение и реакцию. Рассматриваем воздействие из числа перечисленных на рисунках 2.1—2.3.

Для нахождения производных рассмотрим уравнения (1.17)—(1.18), их линейаризация в оптимальной точке дает:

$$\mathbf{J}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{F}_P \\ \mathbf{F}_Q \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

где \mathbf{d} — вектор воздействующих параметров на систему.

Линейаризация активных ограничений перетока активной мощности в контролируемых сечениях в (1.22) дает:

$$\mathbf{J}_S \Delta \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} = \Delta \mathbf{P}_S. \quad (2.5)$$

Линейаризация условий (1.33)—(1.36) даст:

$$\Delta \boldsymbol{\lambda}_{MP} = \begin{cases} \text{diag}(\Delta \mathbf{a}_{MP}) \mathbf{P}_{MP} + \text{diag}(\mathbf{a}_{MP}) \Delta \mathbf{P}_{MP} + \Delta \mathbf{b}_{MP} & \text{для (1.12);} \\ \Delta \mathbf{C}_{MP} & \text{для (1.13), (1.15);} \\ \mathbf{0} & \text{для (1.14),} \end{cases} \quad (2.6)$$

где через \mathbf{C}_{MP} обозначим вектор, состоящий из соответствующих МЛ-формирующих параметров целевой функции C_g или C_d .

Линейаризация (1.28) в оптимальной точке дает уравнение:

$$\frac{\partial \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} + \mathbf{J}^T \Delta \boldsymbol{\lambda} + \frac{\partial \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} + \mathbf{J}_S^T \Delta \boldsymbol{\sigma} + \Delta \boldsymbol{\mu} = 0. \quad (2.7)$$

В (2.4)—(2.7) следует учесть результаты, показанные на рисунках 2.1—2.3, и то, что часть переменных $\Delta \mathbf{X}$, $\Delta \boldsymbol{\lambda}$, $\Delta \mathbf{P}$ и т. п. также являются параметра-

ми. Их следует выделить, чтобы отделить от неизвестных переменных согласно предложенной ранее классификации.

Разобьем матрицу Якоби по множеству переменных MP, MQ, TP, TQ совместно с CV, LV, CD, LD следующим образом:

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \end{array} \right]. \quad (2.8)$$

При этом используем разбиение вектор-функций $\mathbf{F}_P, \mathbf{F}_Q$ также по переменным, как показано на рисунке 2.4.

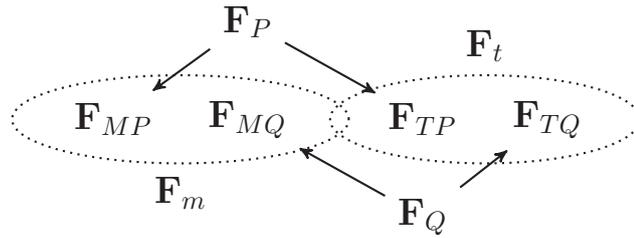


Рисунок 2.4 — Разделение вектор-функций в соответствии с новой классификацией узлов

Для использования более компактной записи обозначим

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{X}} + \frac{\partial \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{X}}, \quad \mathbf{H}_d = \frac{\partial \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{d}} + \frac{\partial \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{d}} \quad (2.9)$$

и

$$\mathbf{J}_{t(\cdot)} = \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{X}} = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \end{array} \right], \quad (2.10)$$

$$\mathbf{J}_{ml} = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \end{array} \right], \quad (2.11)$$

$$\mathbf{J}_{MP(\cdot)} = \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{X}} = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \end{array} \right]. \quad (2.12)$$

Подобные обозначения будем применять также и к другим матрицам. Обозначение (\cdot) будет указывать на все строки матрицы, если оно стоит на месте первого индекса, и на все столбцы матрицы, если — на месте второго.

Тогда можно переписать уравнения (2.4)—(2.7), перенеся воздействия (или прямые реакции) в правую часть и оставляя переменные (реакции) в левой части:

$$\mathbf{J}_{ml} \Delta \mathbf{X}_l - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_m \\ \Delta \mathbf{Q}_m \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_{mc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d}, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{J}_{tl} \Delta \mathbf{X}_l = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_t \\ \Delta \mathbf{Q}_t \end{bmatrix} - \mathbf{J}_{tc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d}, \quad (2.14)$$

$$\mathbf{J}_{S(\cdot)l} \Delta \mathbf{X}_l = -\mathbf{J}_{S(\cdot)c} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} + \Delta \mathbf{P}_S, \quad (2.15)$$

$$\Delta \boldsymbol{\lambda}_{MP} - \text{diag}(\mathbf{a}_{MP}) \Delta \mathbf{P}_{MP} = \text{diag}(\Delta \mathbf{a}_{MP}) \mathbf{P}_{MP} + \Delta \mathbf{b}_{MP} \quad (\text{только для (1.12)}), \quad (2.16)$$

$$\mathbf{H}_{(\cdot)l} \Delta \mathbf{X}_l + \mathbf{J}_{t(\cdot)}^T \Delta \boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{J}_S^T \Delta \boldsymbol{\sigma} + \Delta \boldsymbol{\mu} = -\mathbf{H}_{(\cdot)c} \Delta \mathbf{X}_c - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d} - \mathbf{J}_{MP(\cdot)}^T (\Delta \boldsymbol{\lambda}_{MP}). \quad (2.17)$$

Такой вид уравнений и рисунки 2.1—2.3 показывают, что вектор параметров \mathbf{d} может включать только параметры электрической сети: R_{ij} , X_{ij} и т. д. Остальные же воздействия напрямую описываются переменными \mathbf{X}_c , \mathbf{P}_t и т. д. В последнем уравнении (2.17) вектор МЛ $\Delta \boldsymbol{\lambda}_{MP}$ дан в скобках, поскольку в зависимости от целевой функции может быть отнесен как к параметрам, так и к переменным задачи расчета чувствительности.

Определяя число неизвестных и число уравнений в системах (2.13)—(2.17), найдем, что (2.13), (2.14) и (2.17) включают $4N$ уравнений. Число переменных в $\Delta \mathbf{P}_m$, $\Delta \mathbf{Q}_m$, $\Delta \boldsymbol{\lambda}_t$, $\Delta \mathbf{X}_l$, $\Delta \boldsymbol{\mu}_c$ также составляет $4N$. Кроме того, имеется S неизвестных $\Delta \boldsymbol{\sigma}$ и при рассмотрении целевой функции (1.12) $|MP|$ неизвестных $\Delta \boldsymbol{\lambda}^{MP}$. Дополнительно к ним составляются S уравнений в (2.15) и при рассмотрении целевой функции (1.12) $|MP|$ уравнений (2.16). Таким образом, число неизвестных всегда равно числу уравнений.

Собрав все полученные уравнения (2.13)—(2.17) в одно матричное уравнение, получим математические модели чувствительности вида $\mathbf{S} \Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{D}$:

для целевой функции (1.12)

$$\begin{bmatrix} -\text{diag}(\mathbf{a}_m) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{(:,l)} & \mathbf{J}_{MP(:,)}^T & \mathbf{J}_{t(:,)}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I}_\mu \\ -\mathbf{I}_P & -\mathbf{I}_Q & \mathbf{J}_{ml} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{tl} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{S(:,l)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_m \\ \Delta \mathbf{Q}_m \\ \Delta \mathbf{X}_l \\ \Delta \lambda_m \\ \Delta \lambda_t \\ \Delta \sigma \\ \Delta \mu_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\Delta \mathbf{a}_m) \mathbf{P}_m + \Delta \mathbf{b}_m \\ -\mathbf{H}_{(:,)c} \Delta \mathbf{X}_c - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d} \\ -\mathbf{J}_{mc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \\ \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_t \\ \Delta \mathbf{Q}_t \end{bmatrix} - \mathbf{J}_{tc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{P}_S - \mathbf{J}_{S(:,)c} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

где $\mathbf{I}_P, \mathbf{I}_Q, \mathbf{I}_\mu$ — матрицы, соответствующие элементы которых равны единице;

для целевых функций (1.13), (1.15)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{(:,l)} & \mathbf{J}_{t(:,)}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I}_\mu \\ -\mathbf{I}_P & -\mathbf{I}_Q & \mathbf{J}_{ml} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{tl} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{S(:,l)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_m \\ \Delta \mathbf{Q}_m \\ \Delta \mathbf{X}_l \\ \Delta \lambda_t \\ \Delta \sigma \\ \Delta \mu_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_{(:,)c} \Delta \mathbf{X}_c - \mathbf{J}_{MP(:,)}^T \Delta \lambda_{MP} - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d} \\ -\mathbf{J}_{mc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \\ \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_t \\ \Delta \mathbf{Q}_t \end{bmatrix} - \mathbf{J}_{tc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{P}_S - \mathbf{J}_{S(:,)c} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \end{bmatrix}; \quad (2.19)$$

для целевой функции (1.14) система уравнений будет аналогична системе (2.19) с той разницей, что $\Delta \lambda_{MP} = 0$.

Для того чтобы определить частные производные, необходимо выбрать интересующее управляющее воздействие $d_i, X_{ci}, \lambda_{mi}$ и т. д. из правой части уравнений и взять предел, решив систему (2.18) или (2.19):

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial d} = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta d} = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \mathbf{S}^{-1} \frac{\Delta \mathbf{D}}{\Delta d} = \mathbf{S}^{-1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial d}. \quad (2.20)$$

Таким образом, для расчета производных оптимального режима предлагается решить систему уравнений (2.20) (при этом непосредственное обращение матрицы не предполагается).

Число уравнений (и неизвестных) можно сократить, если исключить из системы уравнения с ненулевыми $\Delta \mu_c$ и $\Delta \mathbf{P}_m, \Delta \mathbf{Q}_m$, которые потом можно рассчитать дополнительно.

Пример 2.1. Рассмотрим пример расчета чувствительности оптимального режима в схеме ЭЭС-30 при минимизации потерь и заданными активными мощностями генераторов $\begin{bmatrix} P_{g2} & P_{g13} & P_{g22} & P_{g23} & P_{g27} \end{bmatrix}^T =$

$[60,97 \ 37 \ 21,59 \ 19,2 \ 26,91]^T$ МВт. Узел 1 — балансирующий. Активная мощность в нем минимизируется, чем и достигается минимум потерь. Реактивные мощности и напряжения в генераторных узлах также оптимизируются. По результатам оптимизации можно найти, что неизвестных в модели чувствительности будет: одна неизвестная $\Delta P_m = \Delta P_b$, 6 неизвестных ΔQ_m по числу генераторов, 58 неизвестных ΔX_l за исключением фазы в балансирующем узле и модуля напряжения в узле 12, 53 неизвестных $\Delta \lambda_t$ и две неизвестных $\Delta \mu_c$.

Сформируем уравнение (2.19)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{(:,l)} & \mathbf{J}_{t(:,)}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I}_\mu \\ -\mathbf{I}_P & -\mathbf{I}_Q & \mathbf{J}_{ml} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{tl} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{S(:,l)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial P_m / \partial Q_t \\ \partial Q_m / \partial Q_t \\ \partial X_l / \partial Q_t \\ \partial \lambda_t / \partial Q_t \\ \partial \sigma / \partial Q_t \\ \partial \mu_c / \partial Q_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

и найдем реакцию системы на компенсацию реактивной мощности в узлах ЭЭС.

Результаты расчета представлены на рисунке 2.5. Узел 26 является наиболее перспективным местом для будущей установки компенсирующих устройств. Степень снижения потерь в нем по отношению к компенсации реактивной мощности максимальная и достигает 0,015 МВт на 1 МВАр. Компенсация реактивной мощности в узлах 1, 2, 12, 13, 22, 23 и 27 не приводит к снижению потерь, поскольку они являются генераторными (MQ) узлами и регулируют реактивную мощность.

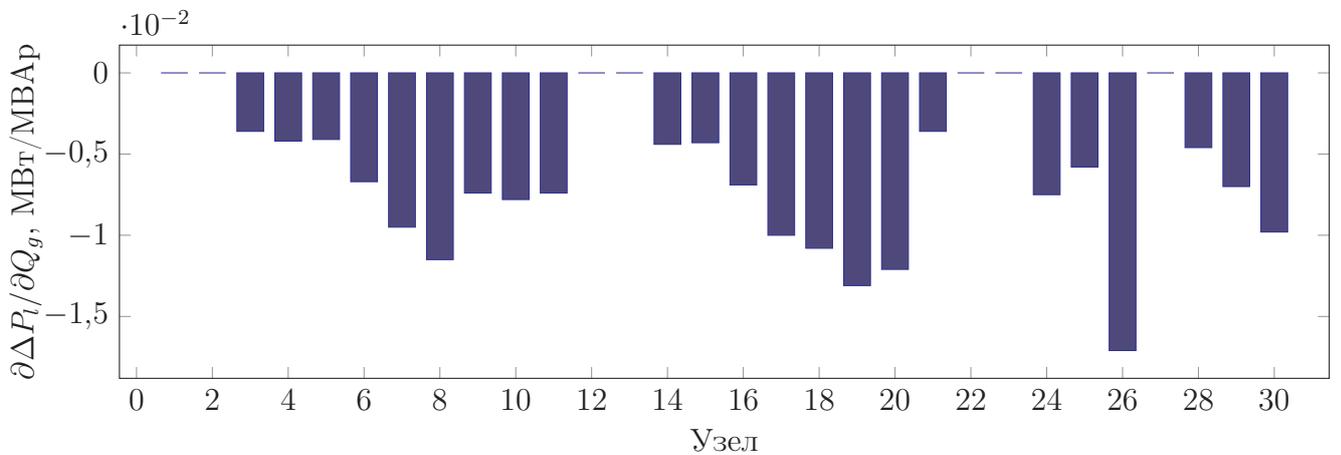


Рисунок 2.5 — Чувствительность нагрузочных потерь к компенсации реактивной мощности

В таблице 2.3 представлены реакции модулей напряжений на генерацию (компенсацию) реактивной мощности в восьми наиболее чувствительных узлах. При номинальном напряжении узлов 135 кВ снижение реактивной мощности нагрузки в узлах 11, 26, 29, 30 приводит к росту напряжения в них же на 0,37—0,66 кВ/МВАр.

Полученные результаты совпадают с численным дифференцированием и повторным решением задачи оптимизации для каждого узла в ЭЭС. Безусловно, применение математической модели чувствительности существенным образом упрощает расчет по сравнению с численным дифференцированием, поскольку не требует дополнительного решения задачи оптимизации.

Пример 2.2. Рассмотрим пример расчета чувствительности оптимизации в тестовой Польской ЭЭС-2746 вечернего зимнего пика 2003—2004 гг. из пакета MATPOWER [82]. Входные данные и модификации схемы даны в [117]. В нем имеются перегруженные сетевые ограничения. Рассмотрим ветвь 1660 с максимальным допустимым перетоком 42,75 МВт. Сетевые ограничения вводятся для обеспечения надежности функционирования ЭЭС, в частности, в целях обеспечения статической устойчивости, допустимой токовой нагрузки, контроля напряжения в узлах. Установление максимально допустимого перетока в линиях электропередачи и трансформаторах (контролируемом сечении) ограничивает все множество УР ЭЭС режимами, находящимися на достаточном расстоянии от предельных режимов. Одним из показателей устойчивости является сдвиг фаз напряжений на концах линий электропередачи. Рассмотрим влияние на него значения максимально допустимого перетока в рассмотренной выше ветви.

Результаты расчета представлены на рисунке 2.6. Отметим, что сдвиг фаз в линиях и трансформаторах не превышает 10° . Наибольшее влияние ветвь 1660 оказывает на сдвиг фаз напряжений в ветвях 257, 304, 1667, 1669, 1679, 1688. Влияние оценивается в $25\text{—}56^\circ/\text{МВт}$. Это означает, что, если бы была возможность увеличить пропускную способность ветви 1660 на 0,1 МВт, сдвиг фаз изменился бы на $2,5\text{—}5,6^\circ$.

Пример 2.3. Рассмотрим чувствительность показателей экономичности режима: чувствительность МЛ к уравнениям баланса активной мощности (теневым ценам). В [93; 94; 118] показано существование зависимости цен на электроэнергию от компенсации потребителями реактивной мощности. Рассмотрим пример

Таблица 2.3 — Чувствительность модуля напряжения к компенсации реактивной мощности $\partial U_j / \partial Q_{ci}$, кВ/МВАр

U_i	$Q_g 11$	$Q_g 14$	$Q_g 18$	$Q_g 19$	$Q_g 20$	$Q_g 26$	$Q_g 29$	$Q_g 30$
1	-0,0045	0,0082	-0,033	-0,043	-0,045	-0,013	-0,0063	-0,0089
2	-0,0037	0,0083	-0,033	-0,042	-0,044	-0,012	-0,0062	-0,0087
3	0,011	0,0084	-0,023	-0,029	-0,03	-0,012	-0,0058	-0,0082
4	0,014	0,0084	-0,021	-0,026	-0,027	-0,011	-0,0057	-0,0081
5	0,01	0,0091	-0,027	-0,033	-0,035	-0,013	-0,0063	-0,0089
6	0,024	0,0097	-0,02	-0,024	-0,024	-0,013	-0,0063	-0,009
7	0,018	0,0095	-0,023	-0,028	-0,028	-0,013	-0,0064	-0,009
8	0,023	0,0099	-0,02	-0,024	-0,024	-0,013	-0,0066	-0,0093
9	0,13	0,013	0,001	0,0066	0,011	-0,0085	-0,0052	-0,0073
10	0,043	0,015	0,012	0,023	0,03	-0,0063	-0,0046	-0,0065
11	0,41	0,013	0,001	0,0066	0,011	-0,0085	-0,0052	-0,0073
12	—	—	—	—	—	—	—	—
13	-0,025	-0,16	-0,061	-0,041	-0,032	0,013	0,0063	0,0089
14	0,0024	0,18	0,028	0,02	0,016	-0,002	-0,00081	-0,0012
15	0,0046	0,051	0,051	0,036	0,029	-0,0038	-0,0015	-0,0022
16	0,018	0,0064	0,0051	0,0096	0,013	-0,0027	-0,002	-0,0028
17	0,036	0,012	0,01	0,019	0,025	-0,0052	-0,0038	-0,0054
18	0,018	0,039	0,23	0,16	0,13	-0,0047	-0,0026	-0,0037
19	0,026	0,032	0,16	0,24	0,19	-0,0052	-0,0033	-0,0047
20	0,03	0,027	0,12	0,18	0,22	-0,0055	-0,0036	-0,0051
21	0,015	0,015	-0,0033	0,0009	0,0054	-0,0054	-0,0048	-0,0068
22	0,0073	0,015	-0,0077	-0,0053	-0,0017	-0,0051	-0,0049	-0,0069
23	0,00095	0,021	-0,008	-0,0059	-0,0041	-0,01	-0,0035	-0,0049
24	0,00046	0,017	-0,01	-0,0091	-0,0067	0,034	-0,0066	-0,0093
25	-0,012	0,016	-0,018	-0,02	-0,019	0,16	-0,013	-0,019
26	-0,012	0,016	-0,018	-0,02	-0,019	0,66	-0,013	-0,019
27	-0,02	0,015	-0,022	-0,026	-0,026	-0,042	-0,017	-0,024
28	0,019	0,01	-0,02	-0,024	-0,024	-0,016	-0,0074	-0,01
29	-0,02	0,015	-0,023	-0,026	-0,026	-0,043	0,37	0,2
30	-0,021	0,015	-0,023	-0,027	-0,027	-0,044	0,21	0,44

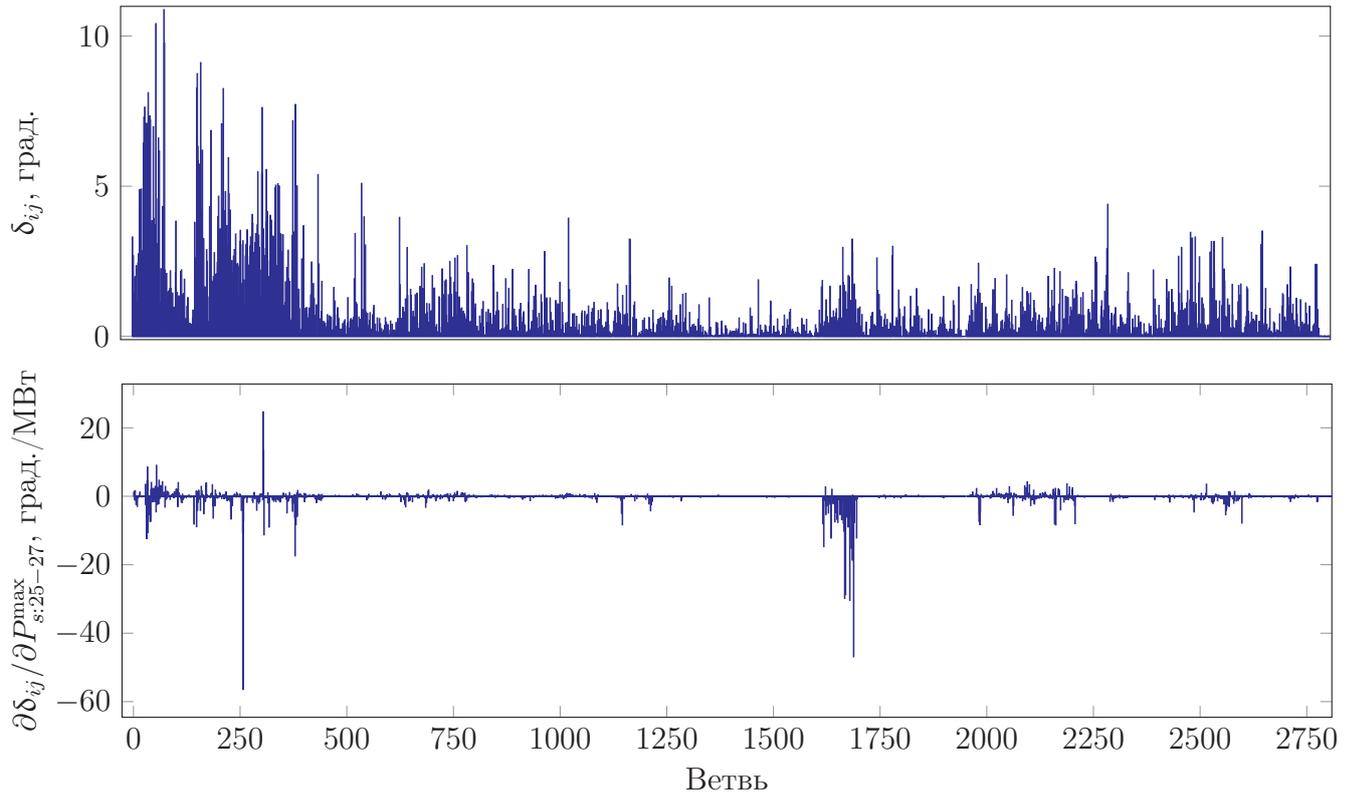


Рисунок 2.6 — Сдвиг фазы в ветвях δ_{ij} и его чувствительность к росту предела ограничения в контролируемом сечении $\partial\delta_{ij}/\partial P_{s:1660}^{\max}$

из [93] на ЭЭС-30 с заявками генераторов, перечисленными в таблице 2.4. Следует учесть, что в нем в виде сетевого ограничения использовалось ограничение полной мощности перетока по линиям. Приведем этот пример к рассматриваемой в данной диссертации постановке задачи оптимизации и ограничения активной мощности перетока по линиям. Для этого снизим максимально допустимый переток на 25 %. Рассчитаем влияние компенсации реактивной мощности на изменение МЛ. Также рассмотрим влияние МЛ-формирующих параметров целевой функции.

Таблица 2.4 — Заявки генераторов в примере 2.3

Генератор	Узел	P_g^{\max} , МВт	C_g , д.ед./МВт
1	1	80	40
2	2	80	40
3	22	50	40
4	27	55	50
5	23	30	50
6	13	40	50

В таблице 2.5 представлены производные $\partial\lambda_j^P/\partial Q_g$ и $\partial\lambda_j^P/\partial C_{MP}$ с наиболее существенным влиянием на λ_j^P . Результаты расчета показывают, что в дан-

ной схеме потребители, которые могут снизить МЛ к уравнению баланса активной мощности в своем узле с помощью установки компенсирующих устройств, подключены к узлам 8 и 30. Для них скорость падения МЛ соответственно равна 0,097 и 0,11 д.ед./МВт за каждый 1 МВАр мощности. Из таблицы также видно, что наиболее чувствительным к изменению реактивной мощности в схеме является узел 8, наиболее подверженными изменению МЛ-формирующих параметров являются МЛ в узлах 8, 25, 26 и 28.

2.2.2 Алгоритм формирования математической модели чувствительности

Сформулируем алгоритм формирования математической модели чувствительности.

Дано: Интересующие воздействия (см. рисунки 2.1—2.3).

1. Рассчитать расширенные матрицы \mathbf{J} , \mathbf{H} .
2. Выполнить классификацию узлов согласно алгоритму 1.4.4.
Результат: множества узлов $MP, TP, MQ, TQ, CD, LD, CV, LV$, множества строк и столбцов матриц m, t, l, c .
3. Если среди воздействий имеются параметры линий электропередачи и трансформаторов, то рассчитать $\partial \mathbf{F}_t / \partial \mathbf{d}$, $\partial \mathbf{P}_S / \partial \mathbf{d}$, \mathbf{H}_d .
4. В соответствии с (2.18) или (2.19) сформировать матрицу чувствительности \mathbf{S} , сформировать матрицу производных воздействий $\partial \mathbf{D} / \partial \mathbf{d}$, в которой каждый столбец относится к одному конкретному воздействию.
5. Рассчитать чувствительность по (2.20).

Выводы по параграфу 2.2. Разработаны математические модели чувствительности задачи оптимизации УР ЭЭС относительно реакции ЭЭС. Они учитывают особенности нелинейной постановки задачи оптимизации. В отличие от ранее предложенных они являются полными, т. е. охватывают все переменные и ограничения задачи.

Разработанные модели применимы для исследования чувствительности различных переменных в оптимизационных задачах РСВ и БР. Кроме того, далее модели чувствительности будут использоваться для анализа МЛ как частных производных целевой функции к пределам соответствующих ограничений.

Таблица 2.5 — Чувствительность МЛ к уравнениям баланса активной мощности к генерации реактивной мощности $\partial\lambda_j^P/\partial Q_{gi}$, ед.ц.ф./МВт/МВАр и параметрам целевой функции $\partial\lambda_j^P/\partial C_{iMP}$

λ_i^P	$Q_{g\ 8}$	$Q_{g\ 26}$	$Q_{g\ 28}$	$Q_{g\ 29}$	$Q_{g\ 30}$	C_1	C_{23}	C_{27}
1	—	—	—	—	—	1,000	—	—
2	0,00053	-0,00086	0,001	0,0044	0,0091	1,004	-0,001	—
3	0,00047	-0,0013	0,0013	0,0072	0,015	0,999	0,024	0,001
4	0,00047	-0,0016	0,0014	0,0087	0,018	0,998	0,029	0,001
5	0,0005	-0,0014	0,0014	0,0074	0,015	1,034	-0,013	0,001
6	0,00061	-0,0023	0,002	0,012	0,025	1,059	-0,023	0,001
7	0,0002	-0,002	0,0015	0,01	0,022	1,058	-0,019	0,001
8	-0,097	0,099	-0,15	-0,31	-0,64	-13,360	9,558	4,337
9	-0,0028	0,0015	-0,0032	-0,0051	-0,011	0,646	0,383	0,001
10	-0,0038	0,0034	-0,0051	-0,014	-0,029	0,434	0,592	—
11	-0,0028	0,0015	-0,0032	-0,0051	-0,011	0,646	0,383	0,001
12	-0,0016	0,0023	-0,0024	-0,009	-0,019	0,562	0,437	—
13	-0,0016	0,0023	-0,0024	-0,009	-0,019	0,562	0,437	—
14	-0,0016	0,0024	-0,0025	-0,0099	-0,021	0,475	0,535	—
15	-0,0013	0,0016	-0,0019	-0,0066	-0,014	0,382	0,632	—
16	-0,0025	0,0028	-0,0036	-0,011	-0,023	0,510	0,507	—
17	-0,0035	0,0033	-0,0047	-0,013	-0,028	0,457	0,570	—
18	-0,0024	0,0023	-0,0032	-0,0095	-0,02	0,405	0,628	—
19	-0,003	0,0027	-0,004	-0,011	-0,023	0,417	0,623	—
20	-0,0032	0,0029	-0,0043	-0,012	-0,025	0,422	0,616	—
21	-0,0038	0,0041	-0,0057	-0,017	-0,035	0,302	0,730	—
22	-0,0037	0,0043	-0,0058	-0,019	-0,039	0,249	0,778	—
23	—	—	—	—	—	—	1,000	—
24	-0,0026	0,0044	-0,0066	-0,044	-0,091	-0,511	1,493	-0,001
25	-0,0049	-0,0027	-0,018	-0,14	-0,29	-2,604	3,449	-0,003
26	-0,0049	-0,025	-0,019	-0,14	-0,28	-2,649	3,510	-0,003
27	—	—	—	—	—	—	—	1,000
28	-0,012	0,019	-0,027	-0,054	-0,11	-2,030	1,959	0,997
29	0,0026	0,0015	0,004	-0,025	-0,045	-0,274	0,241	1,032
30	0,0057	0,0032	0,0086	-0,055	-0,11	-0,590	0,519	1,056

2.3 Математическая модель чувствительности относительно воздействий на ЭЭС

2.3.1 Математическая модель

В ряде случаев уравнения чувствительности могут быть вырождены. Если напрямую исключить линейно зависимые уравнения в системе невозможно, целесообразно сформировать модель чувствительности относительно воздействий. Это позволит установить и исключить из системы уравнений зависимые воздействия.

В [119] рассматривается чувствительность задач оптимизации к возмущениям без предположения, что активные ограничения сохранят свой статус. Подход основан на исследовании ядра линейного оператора уравнений чувствительности, составленных без разбиения переменных на зависимые и независимые.

Ортогональный базис ядра линейного оператора $\ker \mathbf{A}$ может быть найден с помощью QR -разложения [120], которое представляет $m \times n$ матрицу \mathbf{A} в виде произведения $m \times m$ ортогональной матрицы \mathbf{Q} и $m \times n$ верхней треугольной матрицы \mathbf{R} : $\mathbf{A} = \mathbf{QR}$. QR -разложение можно представить в виде:

$$\mathbf{A} = \mathbf{QR} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2 \\ m \times r & m \times (m-r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \\ r \times n \\ (m-r) \times n \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{R}_1, \quad (2.22)$$

где r — ранг матрицы \mathbf{A} . Тогда ортогональный базис ядра линейного оператора образует столбцы $\mathbf{Q}_2 = \ker \mathbf{A}$.

Исследуем ядро линейного оператора модели чувствительности задачи оптимизации УР ЭЭС. Рассмотрим вместо квадратной системы уравнений (2.19), размерность которой определяется выделением фиксированных и зависимых

переменных, прямоугольную систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{J}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I}_\mu & \mathbf{H}_d & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I}_P & -\mathbf{I}_Q & \mathbf{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_S & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \lambda \\ \Delta \sigma \\ \Delta \mu \\ \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{P}_S \end{bmatrix} = \mathbf{S}_f \Delta \mathbf{x} = \mathbf{0}. \quad (2.23)$$

Размерность этой системы следующая: всего $(4N + S_a)$ уравнений и $(6N + 2S_a + |CV| + |CD| + D)$ неизвестных. Здесь S_a — число активных сетевых ограничений, D — число варьируемых параметров схем замещения элементов электрической сети. Очевидно, без разделения переменных на реакции и воздействия система линейных уравнений будет недоопределенной. Но возмущения и реакции в системе согласованы между собой и переводят оптимальный режим в возмущенный оптимальный режим. Линейное отображение, описываемое матрицей \mathbf{S}_f , переводит изменения прямых и двойственных переменных в нуль. Совместный вектор возмущений и реакций $\Delta \mathbf{x} = \ker \mathbf{S}_f$ является ядром этого линейного отображения. Ядро линейного отображения образует подпространство размерности, соответствующей числу воздействий. Это позволяет перейти от системы уравнений относительно реакций к системе уравнений относительно воздействий.

Проанализируем ситуацию, в которой рассматриваются только возмущения $\Delta \mathbf{X}_c, \Delta \mathbf{P}_S$. Совместный вектор возмущений и реакций можно записать в виде линейной комбинации векторов, образующих базис ядра:

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{X} \\ d\lambda_t \\ d\sigma \\ d\mathbf{P}_S^{\max} \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} \mathbf{b}_X^1 \\ \mathbf{b}_{\lambda_t}^1 \\ \mathbf{b}_\sigma^1 \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^1 \end{bmatrix} + \dots + c_n \begin{bmatrix} \mathbf{b}_X^n \\ \mathbf{b}_{\lambda_t}^n \\ \mathbf{b}_\sigma^n \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n c_i \begin{bmatrix} \mathbf{b}_X^i \\ \mathbf{b}_{\lambda_t}^i \\ \mathbf{b}_\sigma^i \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^i \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{c}. \quad (2.24)$$

Здесь c_1, \dots, c_n — некоторые коэффициенты, $\mathbf{b}^1, \dots, \mathbf{b}^n$ — базис рассматриваемого пространства. Отметим, что $\mathbf{S}_f \mathbf{B}\mathbf{c} = \mathbf{0}$.

Для воздействий запишем:

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{X}_c \\ d\mathbf{P}_S^{\max} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n c_i \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{X_c}^i \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{X_c}^1 & \dots & \mathbf{b}_{X_c}^n \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^1 & \dots & \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^n \end{bmatrix} \mathbf{c}. \quad (2.25)$$

Для заданного вектора возмущений вектор коэффициентов \mathbf{c} может быть найден как

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{X_c}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{X_c}^n \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{X}_c \\ d\mathbf{P}_S^{\max} \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

Определив вектор \mathbf{c} и подставив его в (2.24), получим искомые приращения.

2.3.2 Анализ независимости воздействий

В предложенном в параграфе 2.3.1 варианте расчета коэффициентов чувствительности необходимо решать систему уравнений гораздо меньшей размерности. Однако данный метод расчета производных — более медленный в связи с более длительной процедурой расчета ядра линейного оператора. Тем не менее его можно использовать для решения проблемы вырожденности уравнений чувствительности. Нас интересует набор коэффициентов вектора \mathbf{c} , образующий $n \times n$ матрицу \mathbf{C} . Рассматривая каждое возмущение отдельно друг от друга, зададим, что

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{X}_c^1 & \cdots & d\mathbf{X}_c^n \\ d\mathbf{P}_S^{\max 1} & \cdots & d\mathbf{P}_S^{\max n} \end{bmatrix} = \mathbf{E}, \quad (2.27)$$

матрица коэффициентов будет равна

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{X_c}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{X_c}^n \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{X}_c^1 & \cdots & d\mathbf{X}_c^n \\ d\mathbf{P}_S^{\max 1} & \cdots & d\mathbf{P}_S^{\max n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{X_c}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{X_c}^n \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^n \end{bmatrix}^{-1}. \quad (2.28)$$

Введем обозначение для сокращенной матрицы чувствительности

$$\mathbf{S}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{X_c}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{X_c}^n \\ \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^1 & \cdots & \mathbf{b}_{P_S^{\max}}^n \end{bmatrix}$$

и на примере одного из вырожденных случаев для тестовой ЭЭС-300 из пакета MATPOWER [82] рассмотрим ее свойства. Во-первых, у матрицы есть нулевое собственное число $\gamma = 1,5 \times 10^{-15}$. Рассмотрим линейную зависимость строк матрицы \mathbf{S}_r , соответствующих различным фиксированным переменным (источникам возмущения). Для левого собственного вектора, соответствующего нулевому собственному числу, выполняется равенство $\mathbf{v}_{\gamma=0} \mathbf{S}_r = \mathbf{0}$. Элементы

вектора равны нулю для всех возмущений, кроме возмущений dU_{22}^{\max} и dU_{253}^{\max} , где они равны $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$ соответственно. Это означает, что строки матрицы \mathbf{S}_r , соответствующие dU_{22}^{\max} и dU_{253}^{\max} , совпадают.

На рисунке 2.7 показана схема рассматриваемого фрагмента ЭЭС-300 с результатами оптимизации. Генератор в узле 253 не был отобран в ходе оптимизации, у него нулевая загрузка как по активной, так и по реактивной мощности. Генератор связан с ЭЭС линией 253 – 22. Потери мощности в линии отсутствуют, напряжения в узлах 22 и 253 равны и установлены на максимальном значении 1,06.

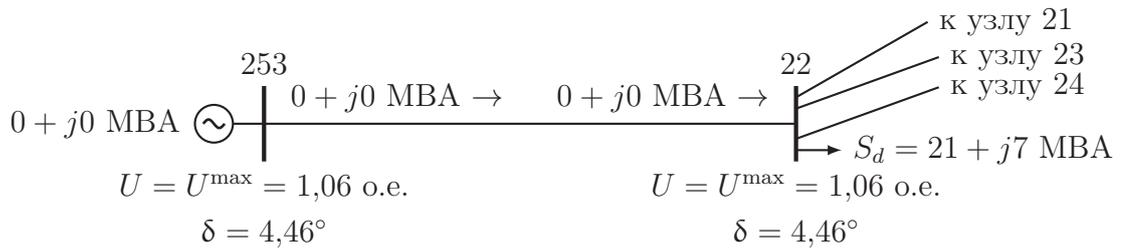


Рисунок 2.7 — Схема фрагмента ЭЭС-300, формирующая одинаковые реакции при различных воздействиях контролируемых напряжений

Рассмотрим ненулевые элементы строк в матрице Якоби, соответствующие активным и реактивным мощностям в узле 253:

$$\mathbf{J} = \begin{matrix} P_{253} \\ Q_{253} \\ \vdots \end{matrix} \begin{bmatrix} \delta_{22} & \delta_{253} & U_{22} & U_{253} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \frac{\partial P_{253}}{\partial \delta_{22}} & \dots & \frac{\partial P_{253}}{\partial \delta_{253}} & \dots & \frac{\partial P_{253}}{\partial U_{22}} & \dots & \frac{\partial P_{253}}{\partial U_{253}} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \frac{\partial Q_{253}}{\partial \delta_{22}} & \dots & \frac{\partial Q_{253}}{\partial \delta_{253}} & \dots & \frac{\partial Q_{253}}{\partial U_{22}} & \dots & \frac{\partial Q_{253}}{\partial U_{253}} & \dots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{matrix} P_{253} \\ Q_{253} \\ \vdots \end{matrix} \begin{bmatrix} \delta_{22} & \delta_{253} & U_{22} & U_{253} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & -48,852 & \dots & 48,852 & \dots & 5,72 \times 10^{-8} & \dots & 5,72 \times 10^{-8} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots & -6,06 \times 10^{-8} & \dots & 6,06 \times 10^{-8} & \dots & 46,087 & \dots & -46,087 & \dots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}.$$

Согласно полученным результатам изменение максимального предела по на-

пряжению U^{\max} в обоих узлах приводит к одинаковой реакции в ЭЭС. Действительно, согласно схеме узел 253 (с нулевой узловой мощностью в нем) можно объединить с узлом 22. При этом результаты оптимизации при тех же входных данных не изменятся.

При сборке матрицы чувствительности \mathbf{S} из (2.18), (2.19), рассмотренной в параграфе 2.1, столбцы, относящиеся к фиксированным модулям напряжений U_{22}, U_{253} , отбрасываются. В результате получаем следующие строки матрицы чувствительности

$$\mathbf{S} = \begin{matrix} & & \delta_{22} & & \delta_{253} & & \\ & & \vdots & & \vdots & & \\ P_{253} & \cdots & -48,852 & \cdots & 48,852 & \cdots & \\ & & \vdots & & \vdots & & \\ Q_{253} & \cdots & -6,06 \times 10^{-8} & \cdots & 6,06 \times 10^{-8} & \cdots & \\ & & \vdots & & \vdots & & \end{matrix}. \quad (2.29)$$

Подчеркнем, что остальные элементы указанных строк — нулевые. Очевидно, указанные две строки являются линейно зависимыми. Очевидно также, что фрагмент схемы, изображенный на рисунке 2.7, с аналогичными результатами оптимизации будет давать вырожденные матрицы чувствительности \mathbf{S} и \mathbf{S}_r для любой ЭЭС.

В силу того, что узел 253 связан только с узлом 22, выполняются равенства $\partial F_{P_{253}}/\partial \delta_{253} = -\partial F_{P_{253}}/\partial \delta_{22}$ и $\partial F_{Q_{253}}/\partial \delta_{253} = -\partial F_{Q_{253}}/\partial \delta_{22}$. А поскольку оба узла отнесены к контролируемым по напряжению, производные функций $F_{P_{253}}, F_{Q_{253}}$ по U_{253}, U_{22} не рассматриваются. Таким образом, условия для появления подобных зависимых воздействий следующие: 1) один из узлов ветви подключен только к данной ветви; 2) этот узел является МЛ-принимающим по активной и реактивной мощности; 3) в обоих узлах достигнут предел по напряжению. В таком случае пределы ограничений следует отнести к зависимым воздействиям и в матрице чувствительности \mathbf{S} будут сформированы линейно-зависимые строки.

Аналогичная ситуация может возникнуть и для контролируемых сечений в случае совпадения состава линий в них, например из-за временного отключения линии в одном из сечений. Если переток в таком контролируемом сечении достигнет максимального предельного значения, оба контролируемых сечения будут также вносить одинаковые возмущения в систему.

На примере тестовой ЭЭС-118 из пакета MATPOWER [82] с параметрами сетевых ограничений из [121] ситуация с одинаковыми реакциями на возмущения максимально допустимого потока мощности в линиях приведена на рисунке 2.8. В данном случае переток мощности в трансформаторе 80—81 и линии электропередачи 81—68 ограничен уровнем 220 МВт. Поскольку в рассматриваемой модели у трансформатора нулевое продольное активное сопротивление и в узле 81 нулевая мощность, поток активной мощности в трансформаторе и начале линии одинаков.

При достижении максимально допустимого потока мощности в таких ветвях будет сформирована вырожденная математическая модель. Действительно, строки матрицы \mathbf{S} , формируемые в матрице Якоби сетевых ограничений \mathbf{J}_S , в сумме будут давать строку, соответствующую узлу 81 из матрицы Якоби нелинейных уравнений УР для активной мощности.

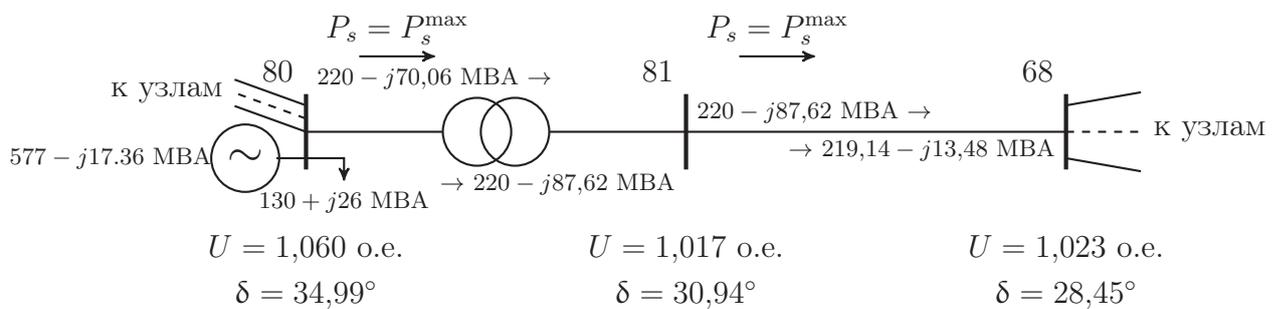


Рисунок 2.8 — Схема фрагмента ЭЭС-118, формирующая одинаковые реакции при различных воздействиях контролируемых перетоков мощности в различных линиях

Решение проблемы вырожденности системы уравнений чувствительности лежит в переводе одного из зависимых воздействий в статус реакций. В частности, на рисунке 2.7 зависимым можно считать напряжение в узле 22, а достигшим своего предельного значения — напряжение в узле 253. На рисунке 2.8 зависимым можно считать возмущение максимально допустимого потока мощности в трансформаторе, а достигшим своего предела — поток мощности в линии 81—68.

Кроме возможности поиска зависимых воздействий, матрица \mathbf{S}_r может быть использована для поиска наиболее значимых и незначимых воздействий. Первые существенным образом влияют на ЭЭС или ее части. Вторые, наоборот, при таком же возмущении дают слабый отклик в системе.

2.3.3 Алгоритм поиска зависимых воздействий

Сформулируем алгоритм поиска зависимых воздействий. Дано: Параметры оптимального УР, перечень воздействий.

1. Определить ядро оператора \mathbf{S}_f в (2.23).
2. Сформировать сокращенную матрицу чувствительности \mathbf{S}_r , выбрав строки, соответствующие воздействиям в Δx .
3. Если матрица вырождена, то имеются зависимые воздействия.
4. Для каждого нулевого собственного числа \mathbf{S}_r определить левый собственный вектор $\mathbf{v}_{\gamma=0}$.
5. Ненулевые значения в $\mathbf{v}_{\gamma=0}$ указывают на зависимые воздействия.

Выводы по параграфу 2.3. Показано, что вырожденные уравнения образуются при наличии воздействий, формирующих одинаковые реакции в ЭЭС. Представлена математическая модель чувствительности относительно воздействий на ЭЭС. Модель имеет гораздо меньшую размерность и позволяет идентифицировать одинаковые воздействия на оптимальный режим ЭЭС.

Решение такого рода вырожденных случаев лежит в переводе одного из зависимых факторов из воздействий в реакции. Разработан алгоритм поиска зависимых воздействий.

Матрица \mathbf{S}_r позволяет оценить значимость воздействия. Значимые воздействия существенным образом влияют на ЭЭС или ее части.

2.4 Выводы по главе 2

Предложены схемы взаимосвязи переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС. На основе предложенной в предыдущей главе классификации узлов переменные подразделены на воздействия, фиксированные параметры и реакции.

Разработаны математические модели чувствительности относительно реакций, когда реакции рассчитываются напрямую из системы линейных уравнений, и относительно воздействий, когда реакции определяются в виде линейной комбинации управляющего базиса воздействий.

Разработанные модели применимы для исследования чувствительности различных переменных в оптимизационных задачах РСВ и БР. Кроме того, модели чувствительности необходимы для анализа МЛ, которые по сути являются частными производными целевой функции к пределам соответствующих ограничений.

Глава 3. Исследование свойств оптимальных режимов ЭЭС при декомпозиции множителей Лагранжа

Использование МЛ в задачах оптимизации режимов ЭЭС в качестве узловых цен на рынках электроэнергии обусловило повышенное внимание к исследованию их свойств в зарубежной литературе. Одним из направлений исследования стала декомпозиция МЛ к уравнениям баланса активной и реактивной мощности в узлах на составляющие, характеризующие те или иные факторы их формирования.

Началом развития теории декомпозиции можно считать работы Bohn R., Caratanis M. C., Schweppe F. и др. в 1980-х годах [122—124]. В этих работах обсуждались узловое ценообразование на основе задачи оптимизации режимов ЭЭС и компоненты, из которых должны состоять узловые цены. Результаты исследования вошли в основу классической декомпозиции МЛ на системную (теневую) цену, вклад потерь и вклад системных ограничений.

Существует два основных назначения расчета компонент МЛ. Оптимальный режим загрузки генерирующего оборудования может быть получен без расчета МЛ. Последние тогда рассчитываются как сумма соответствующих компонент. Кроме того, компоненты нужны для аналитических целей при определении факторов, влияющих на МЛ, и дальнейшего использования в различных финансовых инструментах на рынках электроэнергии.

Существенным недостатком классической декомпозиции при применении ее для анализа факторов и формирования каких-либо финансовых обязательств является ее зависимость от выбора базисного узла. При этом сами МЛ от такого выбора не зависят. Несмотря на это, все промышленные подходы основаны на классической декомпозиции [11; 23—26; 29].

В [4] получены формулы классической декомпозиции МЛ для задачи оптимизации УР ЭЭС, применяемой при планировании режимов в России. В отечественной литературе также можно отметить работу [125], в которой разложение МЛ проводится для различных механизмов ценообразования и с помощью компонент показывается, что затратные узловые цены (узловые цены, рассчитанные не на основе МЛ-формирующих параметров, а на основе затрат всех поставщиков) всегда не превышают МЛ, которые рассматриваются как маржинальные узловые цены.

Данная глава посвящена развитию теории декомпозиции МЛ и анализу оптимальных режимов с их помощью. Постановка задачи предполагает исследование свойств оптимального режима и отвечающих им МЛ к уравнениям баланса активной и реактивной мощности, разложение последних на компоненты с выполнением следующих условий [126—128]:

1. Компоненты МЛ не зависят от выбора базисного узла.
2. Компоненты МЛ характеризуют влияние конкретного фактора, конкретного параметра целевой функции.
3. Компоненты имеют физический смысл, то есть наглядно характеризуют оптимальный режим, а также могут быть получены путем (численного) эксперимента.
4. Компоненты имеют экономический смысл, то есть характеризуют предельные издержки производства электроэнергии и их изменение при влиянии того или иного фактора.
5. Алгоритм обеспечивает полноту факторов, т. е. учитываются все факторы, в том числе и ограничения по напряжению.

3.1 Принципы декомпозиции МЛ

3.1.1 Классическая декомпозиция относительно балансирующего узла

В [129; 130] были получены классические выражения компонент МЛ для задачи оптимизации в нелинейной постановке в общем виде. В оптимизации учитывался широкий набор ограничений, включая динамические ограничения по частоте и углу вращения роторов генераторов, штрафные функции из-за отклонения частоты в системе и искажения синусоидальных напряжений.

Вывод аналитических выражений, позволяющих провести расчет соответствующих компонент МЛ, представлен, например, в [131]. Формулы получены из условия Куна-Таккера оптимальности первого порядка – равенства нулю градиента функции Лагранжа по переменной \mathbf{X} (1.28).

Зафиксировав одно из значений МЛ на каком-либо уровне и приняв $\lambda_b^Q = 0$, можно получить выражение для остальных МЛ. Относительно любого узла b значения МЛ λ_{-b}^P , λ_{-b}^Q легко выражаются и равны

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_{-b}^P \\ \lambda_{-b}^Q \end{bmatrix} &= -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} (\mathbf{J}_b^T \lambda_b^P + \mathbf{J}_{S-b}^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu}_{-b}) = \\ &= -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_b^T \lambda_b^P - (\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S-b}^T \boldsymbol{\sigma} - (\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \boldsymbol{\mu}_{-b}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь индексы b и $-b$ обозначают соответствующие подматрицы. Векторы $\lambda_{-b}^P, \lambda_{-b}^Q$ включают МЛ для всех узлов, кроме выбранного узла. Обычно за такой узел принимается базисный узел. В формуле (3.1) очевидно, что матрица \mathbf{J}_{-b}^T зависит от выбора базисного узла, а значит, от него зависит и каждая рассчитанная компонента.

Наиболее известная формула классической декомпозиции для узла j вместо (3.1) записывается в следующей форме:

$$\lambda_j^P = \left(1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j}\right) \lambda_b^P - \sum_s \frac{\partial P_s}{\partial P_j} \sigma_s, \quad (3.2)$$

где ΔP_l — совокупные нагрузочные потери активной мощности в ЭЭС, σ_s — МЛ к ограничению на переток активной мощности в контролируемом сечении s .

В таком виде она легче трактуется. Так, λ_b^P — МЛ в базисном узле, $\left(1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j}\right) \lambda_b^P$ — составляющая МЛ с учетом вклада потерь и $\lambda_j^{P\Pi} = -\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j} \lambda_b^P$ — вклад потерь, который характеризуется относительным приростом нагрузочных потерь в системе при увеличении мощности в узле j и балансировании этой мощности в базисном узле¹. Как было показано в главах 1 и 2, произвольно выбранный базисный узел не может балансировать изменения мощности в системе. В том числе и балансирующий узел в зависимости от принятых ограничений мощности в нем может не выполнять собственно функцию балансирования мощности в оптимальном режиме.

Последнее слагаемое в (3.2) $\sum_s \Delta \lambda_j^{P \text{ OC } s} = -\sum_s \frac{\partial P_s}{\partial P_j} \sigma_s$ является вкладом сетевых ограничений и характеризуется изменением перетока в контролируемом

¹Следует отметить, что согласно обозначениям, принятым в данной работе, мощность считается положительной в узле генератора, отрицательной в узле нагрузки.

сечении s при увеличении мощности в узле j . В случае если рассматриваемый узел находится близко к базисному или совпадает с ним, то в таком узле вклад потерь и сетевых ограничений всегда отсутствует. Считается, что на базисный узел такие факторы, как потери и сетевые ограничения, влияния не оказывают.

В ряде работ показывается, что используемые в расчете компонент МЛ относительный прирост потерь и изменение перетоков мощности в контролируемых сечениях при выборе произвольного базисного узла имеют исключительно математическую формулировку. При рассмотрении физических процессов, наблюдаемых в оптимальном режиме, такие величины могут не иметь смысла. В произвольно выбранном базисном узле, так же как и в балансирующем узле, может быть невозможно изменять активную мощность из-за отсутствия диапазона регулирования или нарушения какого-либо из ограничений задачи.

Последнее обстоятельство не раз подтверждалось. В [132] проводится подробный разбор классической декомпозиции, в котором оспаривается использование термина системной цены. В работе отмечено, что нельзя считать МЛ в базисном узле системной ценой, поскольку ее величина зависит от способа решения задачи оптимизации². Именно в [132] сделан вывод о том, что классическая декомпозиция не имеет физического смысла: «Декомпозиция узловых цен очевидно больше математическая ловкость, чем физически значимая реальность».³

Другой случай с узлами, удаленными от базисного и находящимися по другую сторону контролируемых сечений с ограниченным перетоком мощности, детально рассмотрен в [133]. С точки зрения анализа относительных приростов мощности показано, что вклад потерь в таких узлах завышен и что фактически контролируемое сечение из-за ограничения не способно нести дополнительную нагрузку. Таким образом, компоненты МЛ не дают фактического (физического) представления о вкладах потерь и сетевых ограничений в МЛ.

Следует отметить, что относительность компонент МЛ, полученных по результатам классической декомпозиции, затрудняет их использование на практике, поскольку любые величины, рассчитанные на основе таких компонент, будут

²В случае, если для решения задачи оптимизации система нелинейных уравнений сворачивается в одно уравнение, системная цена будет определяться тем, относительно какого узла производится такое преобразование.

³В оригинале: The spot price decomposition in distinct terms is rather a mathematical artifice than a physically meaningful reality.

иметь относительный характер и могут быть оспорены при использовании их для расчета стоимости электроэнергии.

Кроме того, исследование упрощенных линейаризованных задач оптимизации привело к игнорированию влияния на МЛ ограничений по напряжению. Например, классическая формула разложения (3.2) не содержит компоненты ограничения по напряжению. Поэтому даже в работах, рассматривающих задачу оптимизации в комплексной постановке, вводится допущение об отсутствии такого влияния. Отметим, что в нелинейной оптимизации ограничения по напряжению появляются с фиксацией модулей напряжений в узлах ЭЭС.

Также классическую декомпозицию затруднительно использовать для объяснения факторов формирования МЛ, поскольку разложение не связывает МЛ с какими-либо известными величинами, например, входными данными задачи оптимизации. При этом МЛ в балансирующем узле — величина, формирование которой еще необходимо проанализировать.

3.1.2 Другие известные направления и принципы декомпозиции относительно МЛ-формирующих узлов

Интерес исследователей к декомпозиции достаточно высок. Такие работы как [134] содержат расширение классической декомпозиции на случай использования различного рода ограничений, таких как влияние рынка системных услуг и ограничений на резерв.

В [135] разработан метод декомпозиции относительно распределенного балансирующего узла (РБУ). В [136] рассматривается процесс совершенствования ценообразования на рынке электроэнергии Калифорнии с переходом от упрощенной зональной модели к нелинейной оптимизации. Анализ изменений проводится для компоненты сетевых ограничений в МЛ на основе подхода из [135] с использованием в качестве базисного не одного узла, а РБУ. Мотивацией для перехода к нелинейной оптимизации стала необходимость корректной загрузки генерирующего оборудования при активных сетевых ограничениях внутри ранее установленных зон.

В [137; 138] также за основу взята работа [135] с декомпозицией МЛ относительно МЛ РБУ и вводится задача оптимизации, позволяющая выбрать РБУ.

Целевой функцией этой задачи является максимизация общей выгоды платежей за право на передачу мощности. С помощью задачи оптимизации определяются состав РБУ и его коэффициенты участия.

В [139] также рассматривается процедура разложения МЛ относительно РБУ. Дополнительно обсуждается выбор РБУ с точки зрения реальных (фактических) режимов энергосистемы, из которых предлагается использовать данные об относительном приросте потерь. В работе [140] рассматривается подход [139], но влияние потерь предлагается уточнять после оптимизации на модели постоянного тока с помощью повторного решения уже нелинейных уравнений УР. В [141; 142] предлагается таким образом уточнять и МЛ, а не только их компоненты.

Различные факторы, такие как неопределенность потребления электроэнергии, ограничения на нагрев, резерв мощности и др., предлагается рассматривать в [143], выделяя в МЛ их влияние через среднее арифметическое и стандартное отклонение.

В работах [144; 145] исследуются вопросы объединения оптимизационных задач и расчета МЛ в системообразующих и распределительных электрических сетях. Централизованная оптимизация проводится на уровне системообразующих сетей, локальный сбор и обмен информацией проводится на уровне распределительных сетей. Для расчета МЛ в узлах распределительных сетей используется классическая декомпозиция. За базисный узел берется узел из питающей сети и далее формируются МЛ для всех узлов распределительных сетей.

Интересные подходы к задаче анализа МЛ основаны на изучении пространства двойственных переменных при решении задачи оптимизации методом внутренних точек [146] и исследовании ортогонального пространства МЛ [147; 148].

В [149; 150] идея декомпозиции МЛ основана на использовании зависимости ХОПЗ от уровня загрузки генератора для квадратичных расходных характеристик. Связь между МЛ, ХОПЗ и мощностью генераторов дает возможность получить разложение с вкладом мощности каждого из них.

В [151] отмечается, что в электрической системе возможно существование нескольких независимых МЛ, которые определяют МЛ для всех остальных узлов. А в [147] показано, что размерность пространства возможных двойственных переменных зависит от ряда факторов и может быть больше единицы. Очевидно, что независимыми МЛ являются те, которые равны МЛ-формирую-

щим параметрам и определяются непосредственно входными данными задачи оптимизации.

В [131; 152; 153] предложен совершенно иной подход к разложению, в котором предусматривается использование соотношения

$$\boldsymbol{\lambda}_t^P = \left(\frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \mathbf{P}_t} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_m^P, \quad (3.3)$$

где m — индексы МЛ-формирующих узлов, t — индексы МЛ-принимающих узлов.

По сути вместо балансирующего узла разложение проводится относительно узлов с замыкающими генераторами.

В [153] формула (3.3) получена следующим образом. Для линеаризованной постановки задачи берутся уравнения из классической декомпозиции (3.1):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_m^P &= \mathbf{DF}_m \boldsymbol{\lambda}_b^P + \mathbf{T}_m \boldsymbol{\sigma}, \\ \boldsymbol{\lambda}_t^P &= \mathbf{DF}_t \boldsymbol{\lambda}_b^P + \mathbf{T}_t \boldsymbol{\sigma}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где по смыслу (3.1) $\mathbf{DF} = -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_b^T$, $\mathbf{T} = -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S-b}^T$ — векторы коэффициентов $\partial P_b / \partial P_i$ и $\partial P_s / \partial P_i$ относительных приростов мощности в базисном узле и контролируемом сечении при изменении мощности в узле i , а m, t — соответствующие строки матриц для МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов.

Из первого выражения в (3.4) можно получить, что

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_b^P \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{DF}_m & \mathbf{T}_m \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_m^P. \quad (3.5)$$

Полученное выражение можно подставить во второе выражение из (3.4) и получить искомую формулу :

$$\boldsymbol{\lambda}_t^P = \begin{bmatrix} \mathbf{DF}_t & \mathbf{T}_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{DF}_m & \mathbf{T}_m \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_m^P. \quad (3.6)$$

Рассмотрим декомпозицию, предложенную в работе Orfanogianni T. и Gross G. [152], получившей награду общества IEEE⁴. В ней расчет проводится для линеаризованной постановки задачи, а уравнение (1.28) записывается в следующей форме:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_m \\ \mathbf{J}_t \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_m^P \\ \boldsymbol{\lambda}_t^P \end{bmatrix} + \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma} = 0, \quad (3.7)$$

⁴IEEE Power Engineering Society Technical Committee Prize Paper Award.

где $\mathbf{J}_m = \partial \mathbf{P}_m / \partial \boldsymbol{\delta}$, $\mathbf{J}_t = \partial \mathbf{P}_t / \partial \boldsymbol{\delta}$. Индексы m, t обозначают соответствующие строки матрицы Якоби \mathbf{J} .

Далее берутся строки для МЛ-принимających узлов и МЛ выражаются как:

$$\boldsymbol{\lambda}_t^P = - (\mathbf{J}_t^T)^\dagger (\mathbf{J}_m^T \boldsymbol{\lambda}_m^P + \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma}), \quad (3.8)$$

где $(\mathbf{J}_t^T)^\dagger = (\mathbf{J}_t^T \mathbf{J}_t)^{-1} \mathbf{J}_t^T$ – псевдообратная матрица неквадратной матрицы \mathbf{J}_t^T .

Компоненты МЛ далее предлагается получить с помощью (3.3). Учитывая (3.3), можно выразить второе слагаемое в (3.8) как

$$- (\mathbf{J}_t^T)^\dagger \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma} = \left(\left(\frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \mathbf{P}_t} \right)^T + (\mathbf{J}_t^T)^\dagger \mathbf{J}_m \right) \boldsymbol{\lambda}_m^P. \quad (3.9)$$

Референтная цена λ_b^P задается экспертом как $\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\lambda}_m^P$, где $\boldsymbol{\alpha}$ – вектор весовых коэффициентов вклада МЛ-формирующих узлов в референтную цену, таких что $\sum \alpha_i = 1$.

Вклад потерь определяется как:

$$\boldsymbol{\lambda}_m^{P\Pi} = 0, \quad \boldsymbol{\lambda}_t^{P\Pi} = -\lambda_b^P (\mathbf{e}_t + (\mathbf{J}_t^T)^\dagger \mathbf{J}_m \mathbf{e}_m), \quad (3.10)$$

где $\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_m$ – состоящие из единиц вектора соответствующих размерностей.

Вклад сетевых ограничений определяется обратным счетом:

$$\boldsymbol{\lambda}_m^{P\text{OC}} = \boldsymbol{\lambda}_m^P - \lambda_b^P \mathbf{e}_m, \quad \boldsymbol{\lambda}_t^{P\text{OC}} = \boldsymbol{\lambda}_t^P - \lambda_b^P \mathbf{e}_t - \boldsymbol{\lambda}_t^{P\Pi}. \quad (3.11)$$

В результате зависимость от балансирующего узла исключается, но пропадает информация о влиянии каждого системного ограничения в отдельности. Авторами не приводятся рекомендации по выбору элементов вектора $\boldsymbol{\alpha}$, и можно заключить, что данная декомпозиция не является уникальной. То есть компоненты зависят от экспертного выбора параметров алгоритма.

Кроме того, как будет показано далее, использование псевдообратной матрицы $(\mathbf{J}_t^T)^\dagger$ в нелинейной постановке задачи оптимизации дает неадекватные с точки зрения УР значения составляющих МЛ. Например, вклад МЛ с учетом потерь не должен быть отрицательным. Отрицательный вклад в отсутствие активных ограничений говорит о том, что поставка электроэнергии в данный узел снижает мощность генераторов в системе, что противоречит здравому смыслу.

Выводы по параграфу 3.1. Следует отметить большой интерес к декомпозиции МЛ в зарубежной литературе. Имеющиеся методы обладают следующими недостатками: компоненты МЛ либо зависят от выбора базисного узла,

либо теряют часть информации об индивидуальном влиянии на них каждого из ограничений. Считается, что декомпозиция не имеет физического смысла. Кроме того, классическая формула декомпозиции не включает вклады, обусловленные ограничениями по напряжению.

Таким образом, можно выделить следующие направления для исследования: получение уникальных, т. е. не зависящих от выбора базисного узла, компонент, учитывающих индивидуальное влияние ограничений, включая ограничения по напряжению; предложение физической аналогии для анализа как МЛ, так и их компонент.

3.2 Декомпозиция по параметрам целевой функции

В данной главе разрабатывается метод, ближайший к которому рассмотрен в [154]. Авторы рассматривают компоненты МЛ, полученные под влиянием замыкающих генераторов в системе, индивидуально рассматриваются сетевые ограничения и ограничения по напряжению. Результаты достигаются с помощью расчета чувствительности. Компоненты не зависят от выбора базисного узла.

В данной работе представлен метод, позволяющий получить более детальную информацию о МЛ с выделением весовых коэффициентов влияния каждого из ограничений и представлением вкладов ограничений в виде взвешенной суммы МЛ-формирующих параметров. Метод позволяет представить МЛ в каждом узле в виде взвешенной суммы входных данных задачи оптимизации. Назовем такой метод методом взвешенной декомпозиции. Декомпозицию будем основывать на разработанной ранее классификации узлов. Это позволяет делать обоснованным выбор подматриц, используемых в расчете. Предлагаемый метод подходит для линеаризованных целевых функций, таких, какие используются на РСВ (1.15) и БР (1.13).

Запишем систему (1.28) в более полном виде

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_N} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial \delta_N} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_N} \\ \hline \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_1} & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_N} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_N} & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial U_N} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^P \\ \vdots \\ \lambda_N^P \\ \lambda_1^Q \\ \vdots \\ \lambda_N^Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_N} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_N} \\ \hline \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_N} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mu_1^U \\ \vdots \\ \mu_N^U \end{bmatrix} = 0 \quad (3.12)$$

или

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{F}_P}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right)^T \\ \hline \left(\frac{\partial \mathbf{F}_P}{\partial \mathbf{U}} \right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial \mathbf{U}} \right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}^P \\ \boldsymbol{\lambda}^Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right)^T \\ \hline \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{U}} \right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu} = 0. \quad (3.13)$$

Классический подход предполагает выделение базисного узла. Если 1-й узел является базисным, то выражения (3.12) и (3.13) можно записать как

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial F_{Q_1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial F_{P_2}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_1} \\ \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_1} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial U_1} & \frac{\partial F_{P_2}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_1} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_1} \\ \hline \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial F_{P_2}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_{P_1}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{P_2}}{\partial \delta_N} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial \delta_N} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial \delta_N} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial \delta_N} \\ \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_2} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial U_2} & \frac{\partial F_{P_2}}{\partial U_2} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_2} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial U_2} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_{P_1}}{\partial U_N} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial U_N} & \frac{\partial F_{P_2}}{\partial U_N} & \dots & \frac{\partial F_{P_N}}{\partial U_N} & \frac{\partial F_{Q_2}}{\partial U_N} & \dots & \frac{\partial F_{Q_N}}{\partial U_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^P \\ \lambda_1^Q \\ \lambda_2^P \\ \vdots \\ \lambda_N^P \\ \lambda_2^Q \\ \vdots \\ \lambda_N^Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_1} \\ \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_1} \\ \hline \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{S_1}}{\partial \delta_N} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial \delta_N} \\ \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_2} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{S_1}}{\partial U_N} & \dots & \frac{\partial P_{S_M}}{\partial U_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_1^U \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mu_2^U \\ \vdots \\ \mu_N^U \end{bmatrix} = 0 \quad (3.14)$$

или

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_{P_b}}{\partial \delta_b} & \frac{\partial F_{Q_b}}{\partial \delta_b} & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{P-b}}{\partial \delta_b}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial \delta_b}\right)^T \\ \frac{\partial F_{P_b}}{\partial U_b} & \frac{\partial F_{Q_b}}{\partial U_b} & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{P-b}}{\partial U_b}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial U_b}\right)^T \\ \hline \left(\frac{\partial F_{P_b}}{\partial \delta_{-b}}\right)^T & \left(\frac{\partial F_{Q_b}}{\partial \delta_{-b}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{P-b}}{\partial \delta_{-b}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial \delta_{-b}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial F_{P_b}}{\partial U_{-b}}\right)^T & \left(\frac{\partial F_{Q_b}}{\partial U_{-b}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{P-b}}{\partial U_{-b}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_Q}{\partial U_{-b}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_b^P \\ \lambda_b^Q \\ \lambda_{-b}^P \\ \lambda_{-b}^Q \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_b}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_b}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_{-b}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_{-b}}\right)^T \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_b}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_b}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_{-b}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_{-b}}\right)^T \end{bmatrix}} \boldsymbol{\sigma} + \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\mu}_b^U \\ \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\mu}_{-b}^U \end{bmatrix} = 0. \quad (3.15)$$

На такой форме записи основана классическая формула разложения (3.1). Запишем (3.13), выделив регулирующие активную мощность узлы MP и балансирующие узлы по реактивной мощности MQ и узлы с фиксированными узловыми мощностями TP и TQ (см. примеры 1.5–1.6):

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{MP}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \delta_{MP}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \delta_{MP}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \delta_{MP}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial U_{MQ}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial U_{MQ}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial U_{MQ}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial U_{MQ}}\right)^T \\ \hline \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \delta_{TP}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \delta_{TP}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \delta_{TP}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \delta_{TP}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial U_{TQ}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial U_{TQ}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial U_{TQ}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial U_{TQ}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{MP} \\ \lambda_{MQ} \\ \lambda_{TP} \\ \lambda_{TQ} \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_{MP}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_{MQ}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_{TP}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_{TQ}}\right)^T \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_{MP}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_{MQ}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \delta_{TP}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial U_{TQ}}\right)^T \end{bmatrix}} \boldsymbol{\sigma} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\mu}_{MQ} \\ \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\mu}_{TQ} \end{bmatrix} = 0. \quad (3.16)$$

Последнюю формулу запишем в более компактном виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{mm}^T & \mathbf{J}_{tm}^T \\ \mathbf{J}_{mt}^T & \mathbf{J}_{tt}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_m \\ \boldsymbol{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{S(:,m)}^T \\ \mathbf{J}_{S(:,t)}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_m \\ \boldsymbol{\mu}_t \end{bmatrix} = 0 \quad (3.17)$$

и рассмотрим вторую строку из нее:

$$\mathbf{J}_{tt}^T \boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{J}_{mt}^T \boldsymbol{\lambda}_m + \mathbf{J}_{S(:,t)}^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu}_t = 0. \quad (3.18)$$

Учитывая, что вектор $\boldsymbol{\lambda}_m$ равен параметрам целевой функции $\mathbf{C}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{MP}^T & \mathbf{C}_{MQ}^T \end{bmatrix}^T$, причем $\mathbf{C}_{MQ} = 0$, выразим $\boldsymbol{\lambda}_t$ как:

$$\boldsymbol{\lambda}_t = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \left(\mathbf{J}_{mt}^T \mathbf{C}_m + \mathbf{J}_{S(:,t)}^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu}_t \right). \quad (3.19)$$

При отсутствии активных ограничений на перетоки мощности в контролируемых сечениях и ограничений по напряжению, когда $\boldsymbol{\sigma} = 0$ и $\boldsymbol{\mu}_t = 0$, декомпозиция множителей по МЛ-формирующим параметрам выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{\lambda}_t^{\text{УР}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{mt}^T \mathbf{C}_m = \mathbf{W}^{\text{УР}} \mathbf{C}_m. \quad (3.20)$$

В случае, если МЛ-формирующий узел один и он является балансирующим узлом, то полученная формула совпадает со стандартной формулой декомпозиции (3.1). Иначе, когда МЛ-формирующих узлов несколько и располагаются они произвольно, выражение $\mathbf{W}^{\text{УР}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{mt}^T$ определяет вклад каждого такого узла в МЛ. Назовем такой вклад *режимной компонентой*.

Отметим, что согласно выражению (3.19) матрица \mathbf{J}_{tt} позволяет связать МЛ в МЛ-принимающих узлах с МЛ в МЛ-формирующих узлах. Учитывая, что в МЛ-формирующих узлах возможно регулирование активной и (или) реактивной мощности, можно предложить существование такого гипотетического (псевдо-) УР, который мог бы быть найден с помощью матрицы \mathbf{J}_{tt} .

Использование матрицы \mathbf{J}_{tt} для расчета УР предполагает отбрасывание фаз и модулей напряжений с индексом m . Т.е. необходимо полагать постоянными модули напряжений в МЛ-формирующих узлах по реактивной мощности и фазы в МЛ-формирующих узлах по активной мощности. Получается, что фазы должны быть закреплены в узлах, регулирующих активную мощность (регулирующих узлах). Регулирующих узлов в общем случае может быть несколько. Несмотря на то, что фазы напряжений в нескольких узлах физически не могут быть закреплены, удобно использовать аналогию расчета УР. Это позволит использовать стандартный аппарат анализа режимов ЭЭС для анализа МЛ, отвечающих оптимальному режиму.

В таком случае расчет рассматриваемого псевдо-УР проводится с регулируемыми узлами. Еще одну аналогию можно провести между регулируемыми узлами и распределенным балансирующим узлом. Использование последнего сопровождается выбором коэффициентов участия в балансировании режима. Коэффициентами участия каждого из регулирующих узлов в снижении небаланса активной мощности в системе при расчете псевдо-УР являются полученные коэффициенты $w_{ji}^{\text{УР}}$. Они различны для каждого узла, что свидетельствует о различной реакции МЛ-формирующих узлов на прирост мощности в них. Если коэффициенты участия регулирующих узлов задать заранее, то может оказаться, что для покрытия дополнительной мощности нагрузки в ближайшем к

регулирующему узлу 1 узлу 2, например, в объединенной энергосистеме (ОЭС) Сибири будет задействован более удаленный узел 3, например, в ОЭС Центра. Таким образом, коэффициенты w_{ji}^{YP} характеризуют близость рассматриваемого узла j к регулируемому узлу i .

Далее, рассматривая режимную компоненту МЛ, будем предполагать, что рассматривается псевдо-УР, рассчитываемый при использовании регулирующих узлов. Назовем его УР ЭЭС с регулируемыми узлами.

При наличии в оптимальном режиме активных сетевых ограничений и $\sigma > 0$ в МЛ появляется *компонента сетевых ограничений*:

$$\lambda_t^{OC} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S(:,t)}^T \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.21)$$

При наличии в оптимальном режиме активных ограничений по напряжению и $\boldsymbol{\mu}_t > 0$ в МЛ аналогично появляется *компонента ограничений по напряжению*:

$$\lambda_t^{OH} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \boldsymbol{\mu}_t. \quad (3.22)$$

Отметим, что при рассмотрении УР с регулируемыми узлами компоненты в МЛ ограничений по напряжению будут высокими для сенсорных по изменению модулей напряжений узлов.

Наличие активных ограничений по напряжению и сетевых ограничений вносит соответствующий вклад в формулу разложения МЛ. Учтем, что МЛ к сетевым ограничениям и ограничениям по напряжению $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\mu}_t$ зависят от параметров целевой функции и могут быть через них выражены. По определению эти множители равны производной целевой функции по соответствующему ограничению:

$$\boldsymbol{\sigma} = -\eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}_S^{\max}} \right)^T = -\eta \left(\frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \mathbf{P}_S^{\max}} \right)^T \mathbf{C}_{MP} = -\eta \left(\mathbf{J}_{m(:,S)} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{P}_S^{\max}} \right)^T \mathbf{C}_m, \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_t &= -\eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}_t^{\max}} - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}_t^{\min}} \right)^T = -\eta \left(\frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \mathbf{X}_t^{\max}} - \frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \mathbf{X}_t^{\min}} \right)^T \mathbf{C}_{MP} = \\ &= -\eta \left(\mathbf{J}_{m(:,t)} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_t^{\max}} - \mathbf{J}_{m(:,t)} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_t^{\min}} \right)^T \mathbf{C}_m. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Для нахождения производных воспользуемся уравнениями чувствительности из главы 2. Окончательно получаем следующее разложение узловых МЛ:

$$\lambda_t = (\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \left(-\mathbf{J}_{mt}^T + \eta \mathbf{J}_{S^{(\cdot)}t}^T \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{P}_S^{\max}} \right)^T \mathbf{J}_{m^{(\cdot)}}^T + \right. \\ \left. + \eta \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_t^{\max}} - \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_t^{\min}} \right)^T \mathbf{J}_{m^{(\cdot)}}^T \right) \mathbf{C}_m = \mathbf{W} \mathbf{C}_m. \quad (3.25)$$

Таким образом, мы получаем разложение МЛ на режимный вклад — УР, вклад сетевых ограничений — ОС, вклад ограничений по напряжению — ОН (рисунок 3.1), зависящее только от МЛ-формирующих параметров и не зависящее от промежуточных двойственных переменных:

$$\lambda = \sum_{C_i \in \mathbf{C}_m} \left(\mathbf{w}_{(\cdot)i}^{\text{УР}} + \mathbf{w}_{(\cdot)i}^{\text{ОС}} + \mathbf{w}_{(\cdot)i}^{\text{ОН}} \right) C_i \quad (3.26)$$

или

$$\lambda_j = \sum_{C_i \in \mathbf{C}_m} (w_{ji}^{\text{УР}} + w_{ji}^{\text{ОС}} + w_{ji}^{\text{ОН}}) C_i. \quad (3.27)$$

Векторы $\mathbf{w}_{(\cdot)i}^{\text{УР}}$, $\mathbf{w}_{(\cdot)i}^{\text{ОС}}$, $\mathbf{w}_{(\cdot)i}^{\text{ОН}}$ позволяют представить МЛ в виде отдельных компонент. Режимный вклад показывает относительный прирост мощности в МЛ-формирующих узлах в отсутствие ограничений. Вклад ограничений показывает то, как изменяется мощность МЛ-формирующих узлов под их влиянием. Расчет коэффициентов основан на информации об оптимальном режиме ЭЭС. Для этого, в частности, используется матрица Якоби \mathbf{J}_{tt} для ЭЭС с регулирующими узлами.

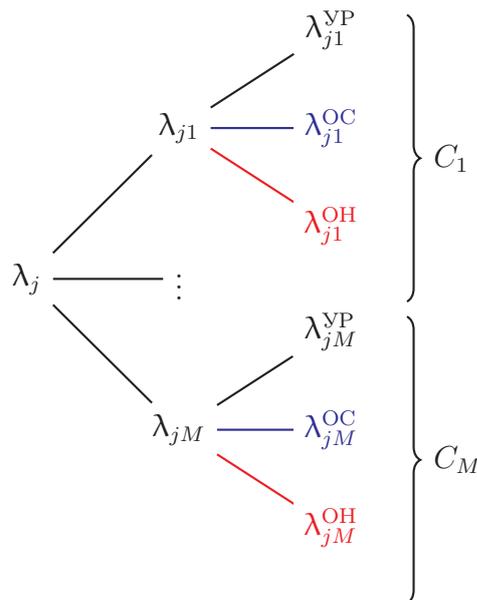


Рисунок 3.1 — Компоненты МЛ в узле j

При наличии активных ограничений используется матрица Гессе нелинейных уравнений УР и ограничений перетоков активной мощности в контролируемых сечениях. Матрица Гессе взвешивается по множителям Лагранжа λ и σ . Таким образом, для разложения с одной стороны используется информация о свойствах оптимального режима, а с другой стороны — экономическая информация о параметрах целевой функции.

Вектор режимных весов $w_{ji}^{\text{УР}}$ состоит из неотрицательных коэффициентов участия МЛ-формирующих узлов, вектор весов активных ограничений $w_{ji}^{\text{ОС}}, w_{ji}^{\text{ОН}}$ может содержать отрицательные элементы. Появление отрицательных коэффициентов обусловлено необходимостью нахождения решения задачи в допустимой области решений. Чтобы обеспечить дополнительный 1 МВт нагрузки в узле j , может оказаться невозможным использовать даже имеющуюся мощность какого-либо из МЛ-формирующих узлов, не выходя из области допустимых решений. Поэтому требуется его разгрузка, чтобы соответствующее ограничение было выполнено.

Пример 3.1. Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим пример ЭЭС-5. Исходные данные представлены на рисунке 3.2. Рассматривается целевая функция минимизации стоимости производства электроэнергии (1.13). Результаты оптимизации представлены на рисунке 3.3. МЛ-формирующим параметром стал параметр целевой функции $C_1 = 1400$ руб./МВт. Об этом свидетельствует равенство $\lambda_1^P = 1400$ и выполнение строгих неравенств $P_{g1}^{\min} < P_{g1} < P_{g1}^{\max}$. В генераторных узлах 2 и 3 мощность не отобрана и равна минимальному пределу регулирования. МЛ в этих узлах сформированы меньше C_2, C_3 . Исходя из (1.30), разница между ними приходится на множители $\pi_2^{\min}, \pi_3^{\min}$. Уровень напряжения задан в узле 1 и равен максимальному значению U_1^{\max} . Разложение МЛ на составляющие проведено в соответствии с (3.20) и представлено в таблице 3.1. Поскольку в результате оптимизации кроме ограничения $U_1 = U_1^{\max}$ другие активные ограничения отсутствуют, а ограничение по напряжению в МЛ-формирующем узле в разложении не участвует, в формирование МЛ вносит вклад только режимная составляющая МЛ-формирующего параметра C_1 . В данном случае разложение МЛ на составляющие совпадает с классической декомпозицией (3.2) относительно базисного узла 1. Если вычесть из МЛ в каждом узле величину C_1 , то можно получить вклад потерь.

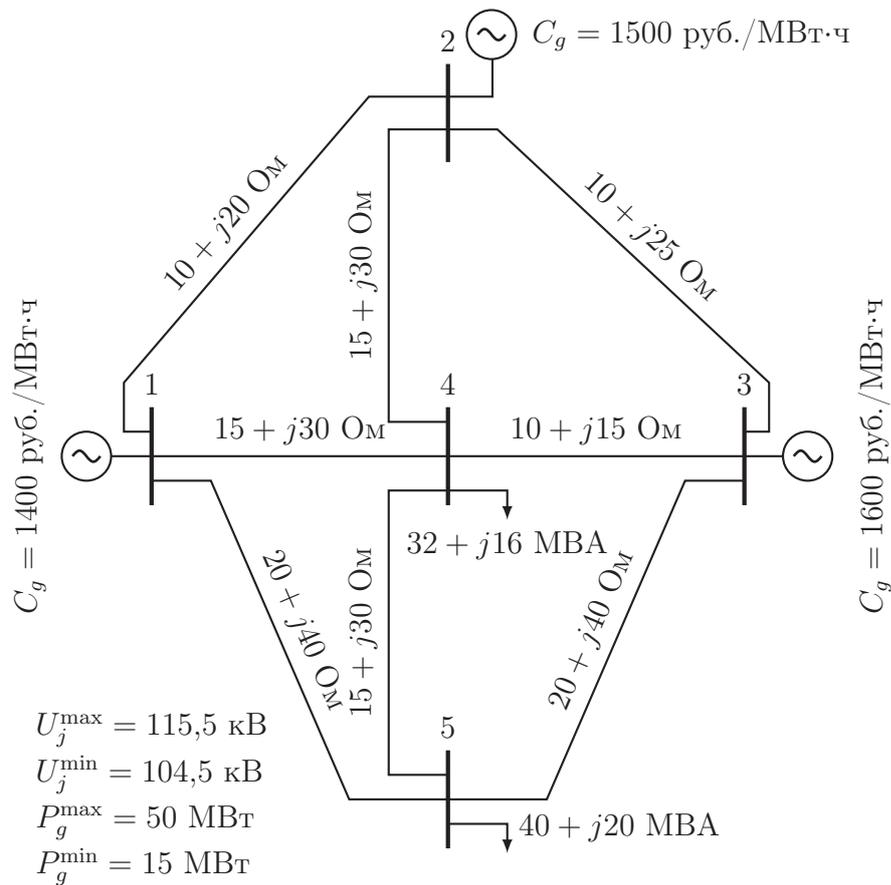


Рисунок 3.2 — Тестовая схема ЭЭС из пяти узлов

Пример 3.2. Рассмотрим более общий случай, когда МЛ сформированы не одним, а несколькими МЛ-формирующими параметрами. Пусть новые параметры целевой функции $C_1 = 1500$ руб./МВт, $C_2 = 1510$ руб./МВт, $C_3 = 1520$ руб./МВт (рисунок 3.4). В результате оптимизации МЛ-формирующими параметрами стали сразу все параметры. Можно сказать, что МЛ между узлами отличаются на величину потерь (в ценовом выражении). С одной стороны, это действительно так, поскольку режим, в котором наименее приоритетный поставщик в узле 3 отобран для выработки электроэнергии и передачи ее в нагрузочные узлы, более экономичен, чем передача электроэнергии от более приоритетных генераторов, но и с более высоким уровнем потерь. С другой стороны, три различных параметра целевой функции являются независимыми друг от друга и могут быть изменены как входные данные задачи оптимизации. Размерность линейного пространства, которое образуют МЛ в (1.29), равна трем, и каждый параметр вносит свой вклад в формирование МЛ.

Результаты декомпозиции МЛ в соответствии с (3.20) представлены в таблице 3.2. Из них видно, что генератор в узле 2 в наименьшей степени влияет на формирование МЛ в узлах 4 и 5. Режимный вклад в узле 2 составляет 23,2%

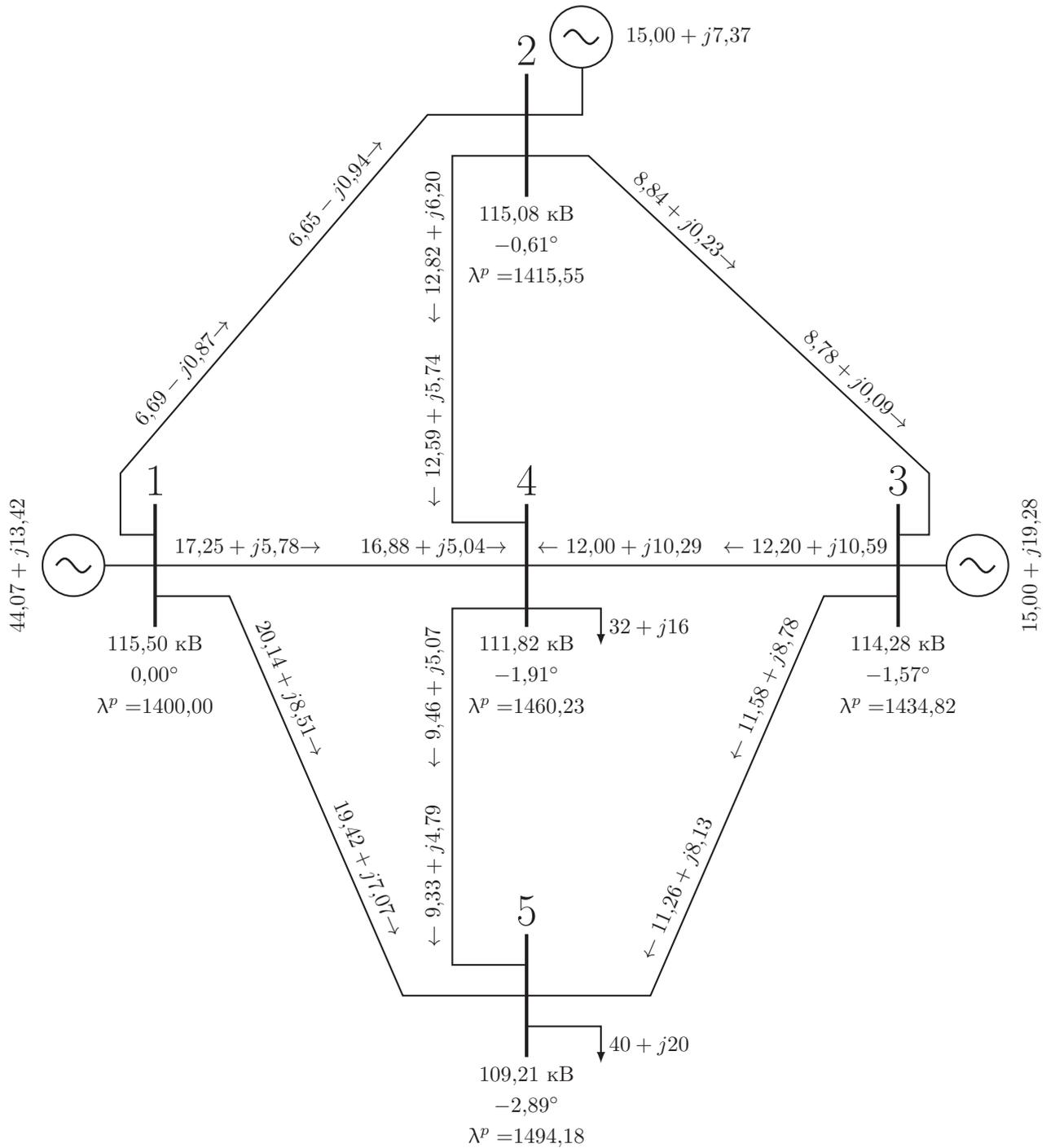


Рисунок 3.3 — Результаты оптимизации режима при базовых условиях

Таблица 3.1 — Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.1 (рисунок 3.3)

Составляющие МЛ в узлах	1	2	3	4	5
λ^P , руб./МВт·ч	1400,00	1415,55	1434,82	1460,23	1494,18
Режимный вклад C_1	1	1,01111	1,02487	1,04302	1,06728

и 9,6 % соответственно. МЛ в узлах 4 и 5 в большей степени формируются параметрами в узлах 1 и 3 с весовыми вкладами от 30,2 % до 52,9 %.

Таблица 3.2 — Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.2 (рисунок 3.4)

Составляющие МЛ в узлах	1	2	3	4	5
λ^P , руб./МВт·ч	1500,00	1510,00	1520,00	1567,04	1614,95
Режимный вклад МЛ-формирующих параметров					
C_1	1	–	–	0,30178	0,44447
C_2	–	1	–	0,23199	0,09554
C_3	–	–	1	0,50268	0,52894

Пример 3.3. Внесем в исходный сценарий в примере 3.1 ограничение на переток активной мощности в линии 1–4 на уровне 17 МВт. Параметры оптимального режима ЭЭС, отобранная мощность генераторов и МЛ показаны на рисунке 3.5. Активное сетевое ограничение увеличивает размерность пространства МЛ и приводит к появлению второго МЛ-формирующего параметра в узле 2. Мощность генератора 1 из-за сетевого ограничения не может быть передана в нагрузочные узлы. Поэтому востребована менее приоритетная мощность генератора 2.

Проведем декомпозицию МЛ по формуле (3.25). Результат (см. таблицу 3.3) показывает, что сетевое ограничение вносит серьезные изменения по сравнению с режимной составляющей МЛ. Так, без учета сетевого ограничения рост нагрузки в узле 4 приводит к относительному приросту мощности генераторов в узле 1 на 0,32507 МВт, в узле 2 на 0,69308 МВт. При учете сетевого ограничения рост нагрузки в узле 4 на 1 МВт требует снижения мощности генератора в узле 1 на 1,37981 МВт, увеличения мощности генератора в узле 2 на 1,36609 МВт. Суммарный вклад C_1 в МЛ 4 становится отрицательным, а вклад C_2 — утроенным. Вклады МЛ-формирующих узлов показывают зоны влияния МЛ-формирующих параметров. В зоне влияния C_2 оказались все узлы кроме узла 1. В зоне влияния узла 1 находится только сам узел 1. Можно сказать, что он находится за сетевым ограничением.

Пример 3.4. Рассмотрим теперь влияние ограничения по напряжению. Для этого в примере 3.1 увеличим мощность нагрузки на 25 % и увеличим U_1^{\max} до 118,5 кВ, U_5^{\min} до 108,5 кВ. Результаты оптимизации (рисунок 3.6) показывают,

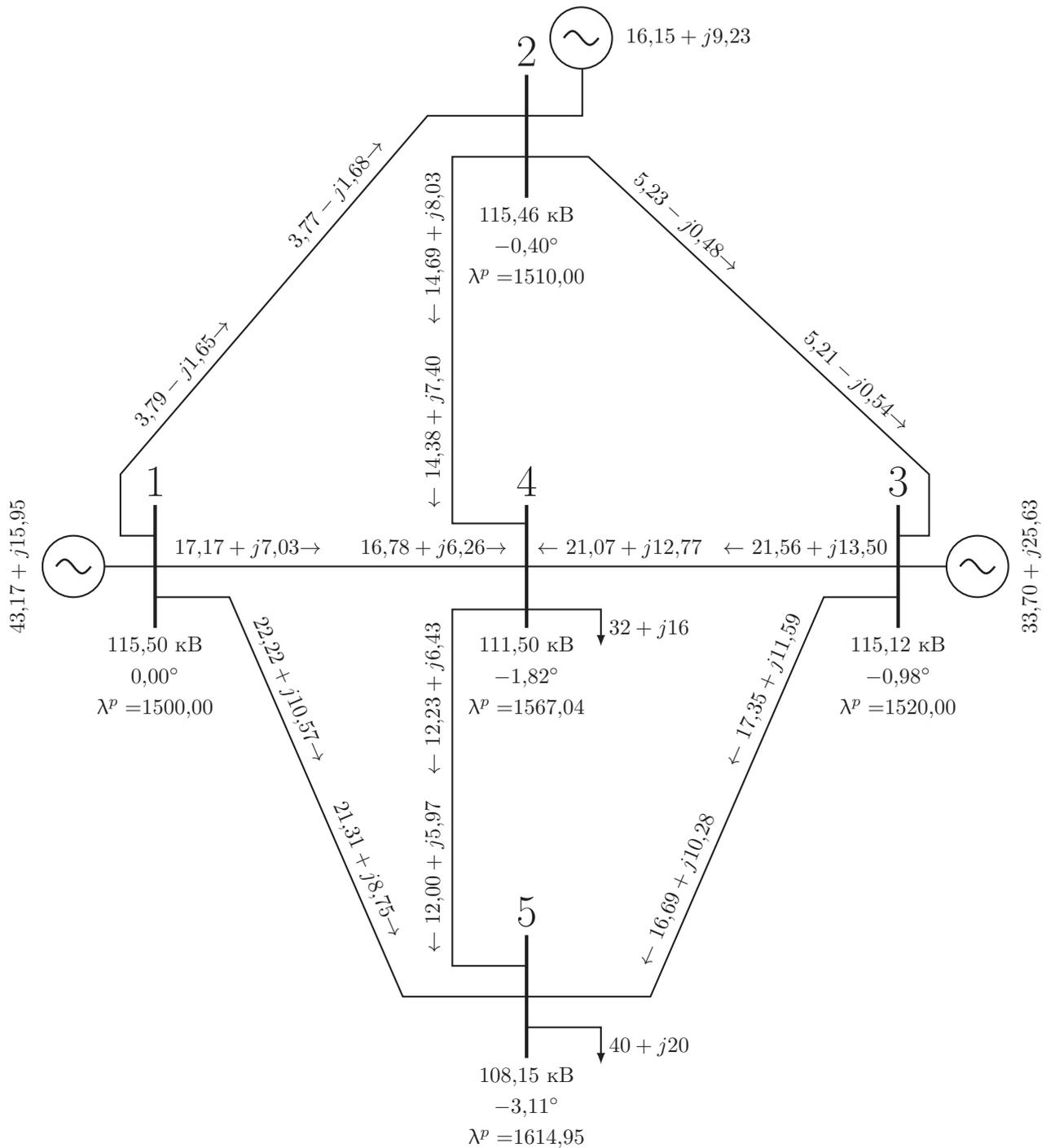


Рисунок 3.4 — Результаты оптимизации режима при
 $C_1 = 1500, C_2 = 1510, C_3 = 1520$

что становится активным ограничение на нижний предел напряжения в узле 5. Проведем декомпозицию МЛ по формуле (3.25). Результаты декомпозиции представлены в таблице 3.4. Они показывают, что рассматриваемое ограничение привело к росту МЛ в узлах 4 и 5 на 0,6–2,8 руб./МВт.

Пример 3.5. Рассмотрим также пример, более характерный для ЕЭС России, в котором существенным образом проявляется нелинейность уравнений баланса

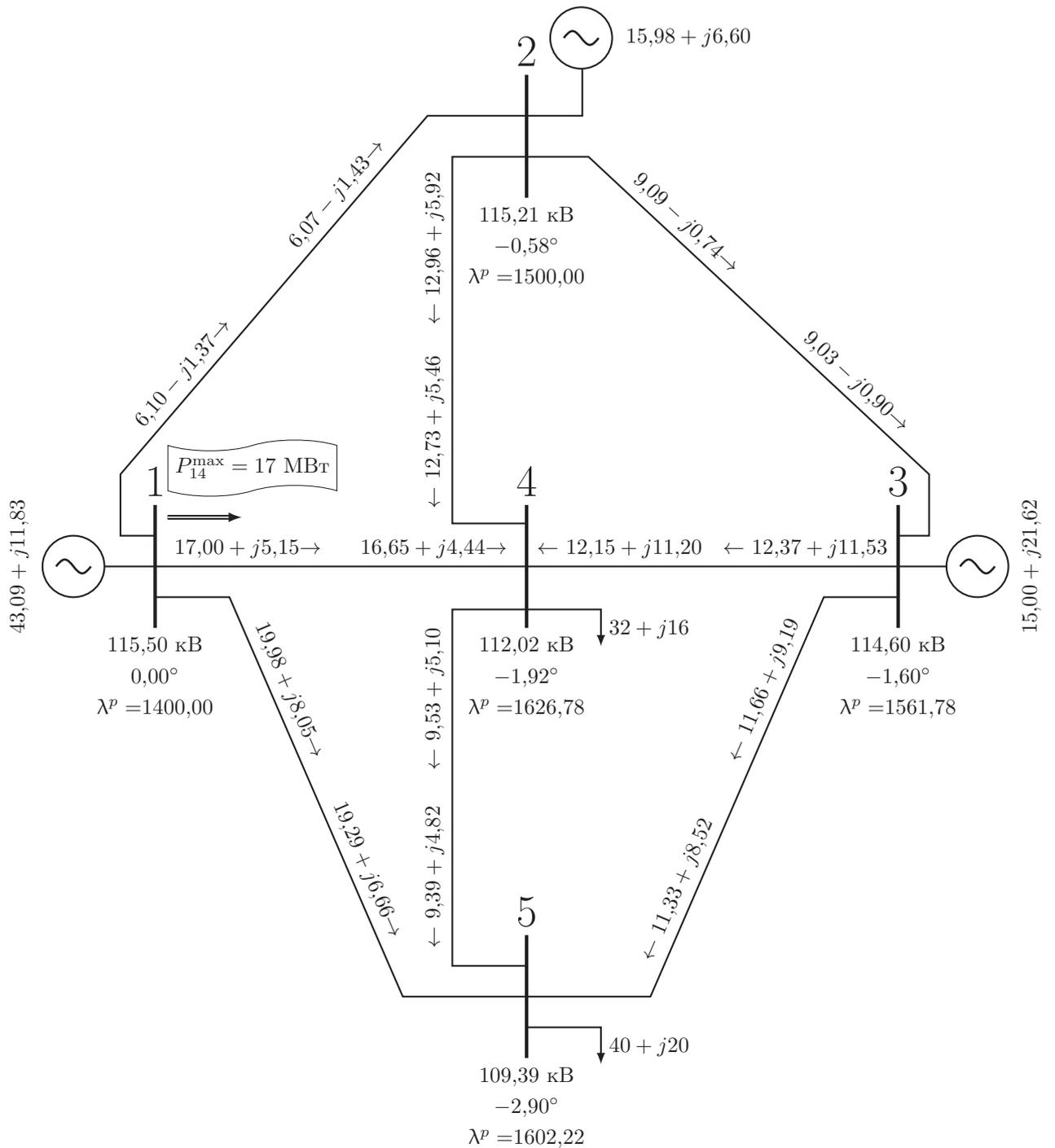


Рисунок 3.5 — Результаты оптимизации режима при внесении ограничения на переток активной мощности в линии 1—4

активной и реактивной мощности. На рисунке 3.7 представлена схема ЭЭС и данные оптимального режима по узлам. В таблице 3.5 даны параметры ветвей и перетоки мощности в них. Параметры целевых функций генераторов приняты следующими (узел подключения генератора — ценовой параметр): в узле 6 — 1700 руб./МВт, 7 — 1200 руб./МВт, 8 — 1300 руб./МВт, 9 — 1400 руб./МВт, 10 — 1500 руб./МВт, 13 — 1600 руб./МВт и 20 — 1000 руб./МВт.

Таблица 3.3 — Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.3 (рисунок 3.5)

Составляющие МЛ в узлах	1	2	3	4	5
λ^P , руб./МВт·ч	1400,00	1500,00	1561,78	1626,69	1602,22
Режимный вклад МЛ-формирующих параметров					
C_1	1	–	0,32507	0,46184	0,60806
C_2	–	1	0,69308	0,57514	0,45449
Вклад, обусловленный сетевым ограничением					
C_1	–	–	–0,78816	–1,37981	–0,81330
C_2	–	–	0,78033	1,36609	0,80522
Суммарный вклад					
C_1	–	–	–0,46309	–0,91797	–0,20524
C_2	–	–	1,47341	1,94123	1,25970

Таблица 3.4 — Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.4 (рисунок 3.6)

Составляющие МЛ в узлах	1	2	3	4	5
λ^P , руб./МВт·ч	1494,83	1500,00	1536,82	1570,48	1622,04
Режимный вклад МЛ-формирующих параметров					
C_2	0,99656	1	1,02456	1,04659	1,07949
Вклад, обусловленный сетевым ограничением по напряжению в узле 5					
C_2	–0,00001	–	–0,00001	0,00040	0,00187
Суммарный вклад					
C_2	0,99655	1	1,02455	1,04699	1,08136

Нелинейность обусловлена передачей значительного объема мощности и, как следствие, существенного сдвига фаз напряжений в линиях электропередачи. Так, разность фаз в линиях 2–3 составляет $37,5^\circ$. В контролируемом сечении, объединяющем указанные линии, переток мощности достиг установленного максимума в 2400 МВт. Контролируемое сечение не является изолирующим и сформировано только для сети 500 кВ.

МЛ-формирующими узлами стали узлы 9 и 13 с параметрами 1400 и 1600 руб./МВт соответственно. Участок ЭЭС справа от этих узлов характеризуется повышенным значением МЛ — от 1,53 до 2,76 выше МЛ-формирующих параметров. Это говорит о том, что в отсутствие внутренних мощностей доставка дополнительной мощности от МЛ-формирующих узлов сопровождается существенным ростом потерь, характерным для нелинейного участка угловой характеристики мощности электропередачи.

Следует отметить корреляцию между фазами и МЛ к уравнениям баланса активной мощности. Максимальный МЛ 3863,47 руб./МВт наблюдается в узле с наименьшей фазой $-6,57^\circ$. Модули напряжения в узлах, наоборот, связаны с

Таблица 3.5 — Параметры ветвей и перетоки мощности (пример 3.5)

№	Из узла	В узел	R_{ij} , Ом	X_{ij} , Ом	B_{cij} , мкСм	k_{ij} ,	P_{ij} , МВт	Q_{ij} , МВАр	P_{ji} , МВт	Q_{ji} , МВАр
1	2	1	5,00	50,00	600,00	–	-899,01	-61,16	914,86	62,00
2	2	1	5,00	50,00	600,00	–	-899,01	-61,16	914,86	62,00
3	2	10	0,20	12,00	–	0,020	-1018,68	-801,42	1020,00	880,46
4	2	11	0,50	30,00	–	0,461	416,71	108,15	-416,35	-86,34
5	3	2	12,00	120,00	1440,00	–	-1120,09	146,09	1200,00	324,53
6	3	2	12,00	120,00	1440,00	–	-1120,09	146,09	1200,00	324,53
7	3	15	0,97	31,10	–	0,461	843,61	352,53	-839,57	-223,27
8	4	3	5,00	50,00	600,00	–	-684,46	332,11	698,29	-322,36
9	4	3	5,00	50,00	600,00	–	-684,46	332,11	698,29	-322,36
10	4	5	0,20	20,00	240,00	–	298,22	-602,65	-297,85	582,21
11	4	5	0,20	20,00	240,00	–	298,22	-602,65	-297,85	582,21
12	4	19	0,30	30,00	–	0,461	772,48	541,07	-771,30	-423,69
13	5	6	0,20	20,00	240,00	–	195,32	-632,67	-195,00	601,46
14	5	7	0,15	15,00	240,00	–	-99,61	-831,74	100,00	807,55
15	8	1	0,20	30,00	240,00	–	300,00	55,77	-299,93	-110,65
16	9	1	0,15	15,00	240,00	–	1631,28	195,48	-1629,80	-113,35
17	11	12	6,42	30,00	192,90	–	133,17	-6,83	-131,02	6,82
18	11	12	6,42	30,00	192,90	–	133,17	-6,83	-131,02	6,82
19	12	13	0,00	20,00	–	0,043	-250,77	-182,49	250,77	219,79
20	12	14	15,00	61,00	400,00	–	254,22	84,19	-232,83	-15,12
21	12	14	15,00	60,00	400,00	–	258,58	84,67	-236,51	-14,32
22	16	14	22,00	100,00	700,00	–	-124,18	31,87	134,67	-10,28
23	16	14	22,00	100,00	700,00	–	-124,18	31,87	134,67	-10,28
24	16	15	6,42	30,00	192,90	–	-39,19	-28,73	39,57	23,27
25	16	17	7,49	35,00	225,00	–	143,78	-17,50	-139,50	29,32
26	16	17	7,49	35,00	225,00	–	143,78	-17,50	-139,50	29,32
27	17	18	6,42	30,00	192,90	–	-60,50	-79,32	62,18	79,67
28	17	18	6,42	30,00	192,90	–	-60,50	-79,32	62,18	79,67
29	19	18	4,28	20,00	128,60	–	-14,35	11,85	14,39	-17,03
30	19	18	4,28	20,00	128,60	–	-14,35	11,85	14,39	-17,03
31	18	20	0,50	20,00	–	0,043	-353,13	-175,29	355,00	250,00

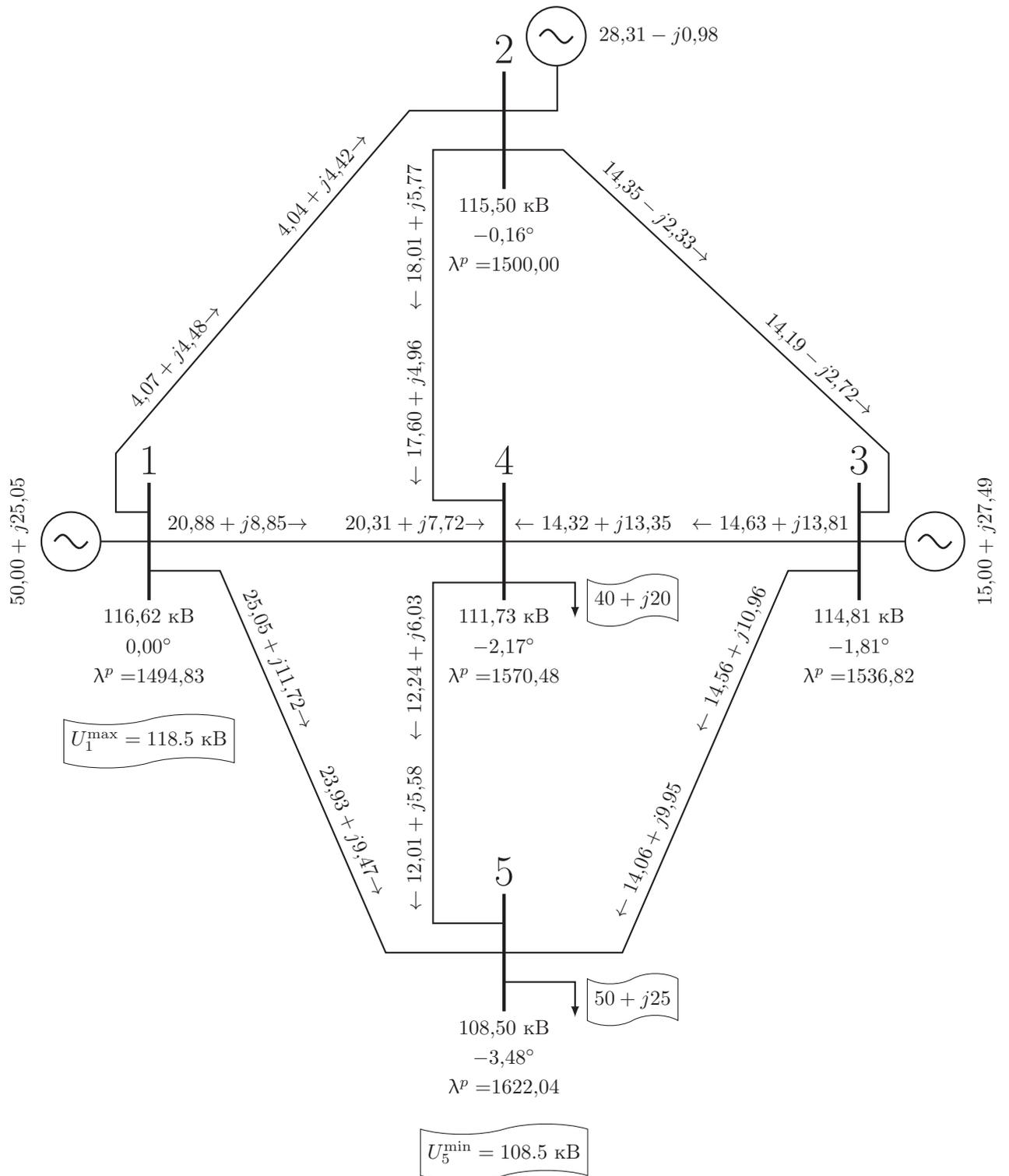
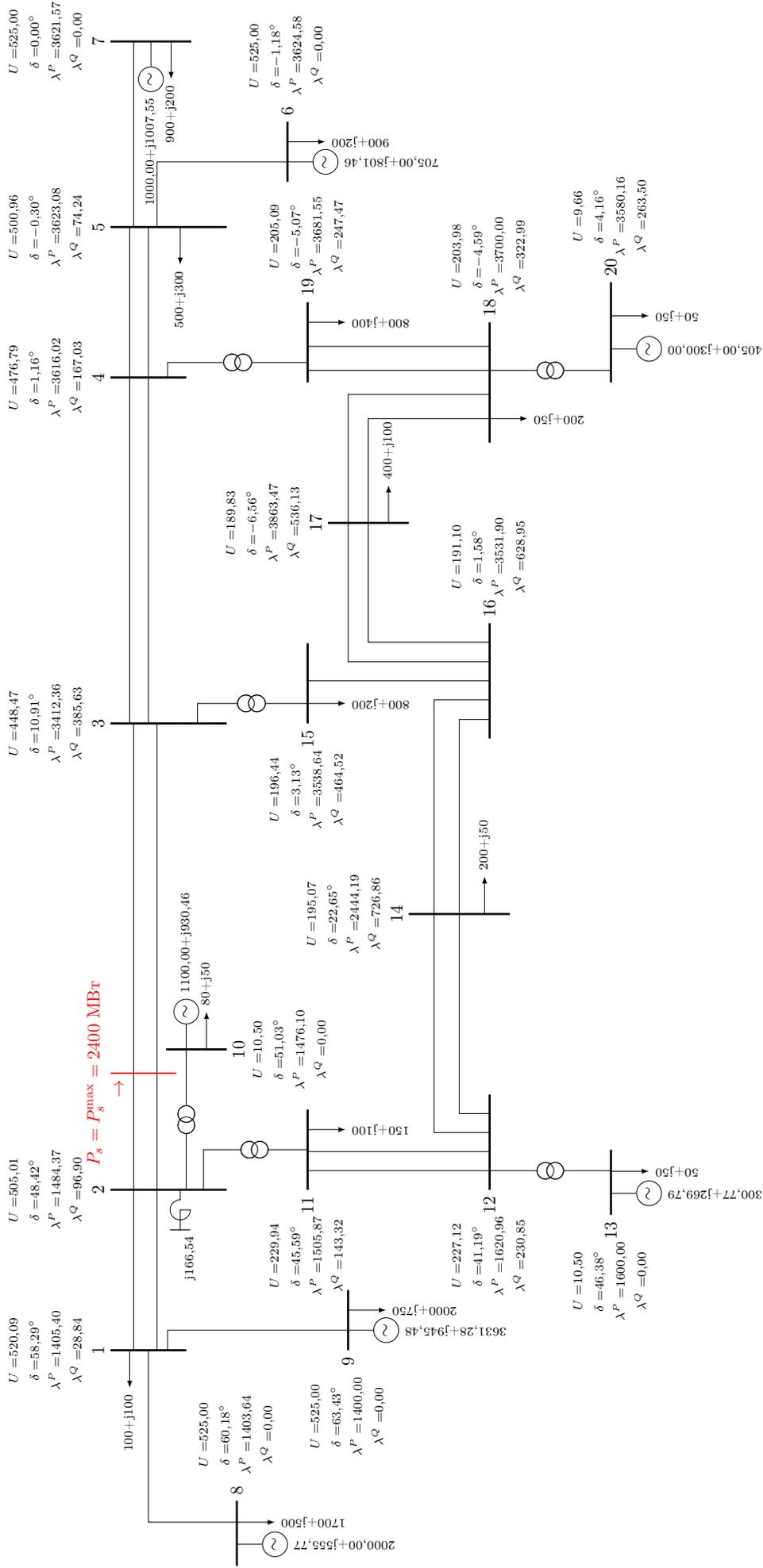


Рисунок 3.6 — Результаты оптимизации режима при увеличении потребления и повышении пределов напряжения в узлах 1 и 5

МЛ к уравнениям баланса реактивной мощности. Такая корреляция характерна для режимной компоненты МЛ и в ряде случаев может быть скорректирована активными ограничениями задачи оптимизации.

Рассмотрим компоненты МЛ для данного примера, которые представлены в таблице 3.6. Режимный вклад обоих МЛ-формирующих узлов в сумме



Напряжения даны в кВ, мощности в МВА, МЛ в руб./МВт (руб./МВар).

Рисунок 3.7 — Оптимальный режим ЭЭС с проявлением нелинейности (пример 3.5)

характеризует относительный прирост мощности генераторов при изменении нагрузки в соответствующем узле. У ряда узлов сумма значительно превышает единицу, а режимная компонента существенно превышает МЛ-формирующие параметры целевой функции 1400 и 1600 руб./МВт. Таким образом, режимная компонента МЛ характеризует тяжесть режима и значительный относительный прирост потерь. Последний для узлов в правой части схемы, исходя из весовых коэффициентов режимной компоненты, составляет от 0,44 до 0,68, а сама компонента превышает 2000 руб./МВт и достигает 2441,60 руб./МВт.

Таблица 3.6 — Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.5 (рисунок 3.7)

Узел	Суммарный вклад			Режимный вклад			Вклад сечения		
	$\sum w_{j9}^*$	$\sum w_{j13}^*$	λ_j^P руб./МВт	w_{j9}^{YP}	w_{j13}^{YP}	λ_j^{YPP} руб./МВт	w_{j9}^{OC}	w_{j13}^{OC}	λ_j^{OCP} руб./МВт
1	0,994	0,008	1405,40	0,937	0,063	1412,06	0,058	-0,055	-6,66
2	0,954	0,093	1484,37	0,857	0,185	1495,54	0,097	-0,092	-11,17
3	-10,341	11,181	3412,36	1,096	0,352	2097,62	-11,437	10,829	1314,74
4	-10,844	11,748	3616,02	1,158	0,385	2236,40	-12,002	11,364	1379,62
5	-10,863	11,770	3623,08	1,160	0,386	2241,03	-12,023	11,384	1382,05
6	-10,867	11,774	3624,58	1,160	0,386	2241,98	-12,028	11,388	1382,60
7	-10,859	11,765	3621,57	1,160	0,385	2240,04	-12,018	11,380	1381,53
8	0,997	0,005	1403,64	0,936	0,062	1410,60	0,061	-0,057	-6,96
9	1,000	0,000	1400,00	1,000	0,000	1400,00	0,000	0,000	0,00
10	0,968	0,075	1476,10	0,855	0,183	1489,14	0,114	-0,107	-13,05
11	0,690	0,337	1505,87	0,725	0,304	1501,87	-0,035	0,033	3,99
12	-0,103	1,103	1620,96	0,433	0,596	1559,38	-0,536	0,507	61,58
13	0,000	1,000	1600,00	0,000	1,000	1600,00	0,000	0,000	0,00
14	-3,857	4,902	2444,19	0,728	0,562	1917,19	-4,585	4,341	527,00
15	-10,510	11,408	3538,64	1,131	0,386	2200,56	-11,640	11,022	1338,08
16	-9,777	10,762	3531,90	1,119	0,446	2279,49	-10,895	10,316	1252,41
17	-11,140	12,162	3863,47	1,229	0,450	2441,60	-12,369	11,712	1421,87
18	-10,859	11,814	3700,00	1,180	0,415	2316,14	-12,039	11,399	1383,87
19	-10,938	11,872	3681,55	1,176	0,401	2288,96	-12,115	11,471	1392,59
20	-10,471	11,399	3580,16	1,143	0,403	2245,20	-11,613	10,996	1334,96

Из-за ограничения перетока в контролируемом сечении 2—3 в рассматриваемом участке ЭЭС происходит перераспределение влияния МЛ-формирующих узлов на МЛ в остальных узлах. Отметим, что все МЛ в ЭЭС сформированы МЛ-формирующими параметрами в узлах 9 и 13. Это означает, что для формирования МЛ на уровне 3500—3800 руб./МВт необходимо существенным

образом увеличить вклад узла 13 и также снизить вклад (увеличить отрицательный вклад) узла 9. Это и происходит в рассматриваемом участке ЭЭС. Вес узла 13 возрастает на 10,399—11,712, в то время как вес узла 9 снижается на 10,895—12,369. Можно отметить, что в результате ограничения перетока в контролируемом сечении задействуется сеть 220 кВ как для передачи мощности, так и для формирования МЛ. Генератор в узле 13 находится в сети более низкого напряжения. При перегрузке в сети 500 кВ его влияние возрастает.

Сумма весовых коэффициентов сетевых ограничений, также как и в случае с режимной компонентой, характеризует относительный прирост потерь. В данном случае эти потери связаны с учетом самого ограничения. Так, загрузка генератора в узле 13 вместо более приоритетного генератора в узле 9 позволяет снизить относительные нагрузочные потери в сети за счет снижения (точнее, ограничения) значительного по объему перетока в контролируемом сечении. В результате имеем отрицательный относительный прирост потерь в размере от 0,58 до 0,66.

Сравним предложенный в настоящей работе метод взвешенной декомпозиции с классическим подходом (3.1). Классический подход предполагает расчет компонент МЛ относительно базисного узла. В базисном узле МЛ к ограничению на баланс реактивной мощности должен быть равен нулю. Формулу (3.1) можно применить и в случае ненулевого МЛ. Тогда матрицу \mathbf{J}_{-b} необходимо будет расширить. Однако в общем случае, например в схемах без шунтирующих связей, она может быть вырожденной.

В данном примере все генераторные узлы, кроме узла 20, поддерживают напряжение на заданном уровне. МЛ к уравнениям баланса реактивной мощности в них нулевые, и каждый из узлов может быть выбран в качестве базисного для классической декомпозиции МЛ. Рассмотрим для этих целей в качестве базисных узлы 7 и 9. Первый был выбран в качестве базисного изначально. Начальная фаза напряжения в нем закреплена на нулевом уровне. Второй возьмем для иллюстрации проблемы выбора базисного узла. Результаты разложения МЛ на компоненты приведены в таблице 3.7.

Отметим, что ввиду использования линеаризованной задачи оптимизации классический подход не учитывает вклад напряжения. Однако, исходя из (3.14), ненулевые МЛ к ограничениям, фиксирующим напряжения в генераторных узлах, необходимо учесть в расчете. В этой связи наряду с МЛ базисного узла,

вклада потерь и сетевых ограничений была рассчитана и компонента по напряжению.

Итак, рассматривая в качестве базисного узел 7, имеем, что каждый МЛ к уравнению баланса активной мощности в узле раскладывается на МЛ базисного узла 3621,57 руб./МВт, вклад потерь от -341,69 руб./МВт (-9,4 %) до 109,24 руб./МВт (3,0 %), вклад контролируемого сечения от -965,60 до 20,56 руб./МВт и вклад поддержания напряжения в генераторных узлах от -1003,25 до 198,53 руб./МВт. Отметим, что вклад по напряжению соразмерен с вкладом сетевого ограничения из-за достаточно «тяжелого» режима.

МЛ 3700 руб./МВт в узле 18 можно объяснить как МЛ базисного узла 3621,57 руб./МВт, компоненту потерь 2,92 руб./МВт, вклад ограничения по напряжению 111,95 руб./МВт за вычетом компоненты контролируемого сечения в размере 36,44 руб./МВт. Такой подход не позволяет объяснить МЛ 3621,57 руб./МВт.

Кроме того, рассмотрим формирование МЛ в узле 9. Согласно классической декомпозиции он состоит из МЛ базисного узла, отрицательных вкладов потерь в размере 283,19 руб./МВт, ограничения на переток в контролируемом сечении в размере 935,13 руб./МВт и ограничения по напряжению 1003,25 руб./МВт. В сумме данные компоненты равны 1400 руб./МВт.

Ситуация диаметрально меняется, если разложение проводить относительно базисного узла 9. МЛ состоят из МЛ 1400 руб./МВт, вклад потерь составляет от -24,53 руб./МВт (-1,8 %) до 164,57 руб./МВт (11,8 %), вклад контролируемого сечения равен от -28,32 до 1022,69 руб./МВт, вклад ограничения по напряжению от 0 до 1319,71 руб./МВт.

Очевидно, что классическая теория не дает ответов на многие вопросы и требует развития. Например, неизвестно, как выбрать базисный узел, как сформирован МЛ в базисном узле. Что характеризуют отрицательные производные $\partial P_s / \partial P_j$, $\partial \Delta P_l / \partial P_j$ при базисном узле 7, если мощность генератора находится на пределе и не может быть увеличена?

Также возникает вопрос, что означают компоненты в МЛ-формирующих узлах. В частности компоненты МЛ в узле 13 при базисном узле 9 включают вклад контролируемого сечения и вклад ограничений по напряжению суммарно в размере 205,64 руб./МВт. Но ведь МЛ сформирован МЛ-формирующим параметром генератора. Если немного изменить данный МЛ-формирующий параметр, как изменятся компоненты? Аналогичный вопрос имеет место, если

рассматривать базисный узел 7. Компоненты МЛ-формирующих узлов в сумме будут равны $-1416,02$ и $-1216,02$ руб./МВт. Как данные компоненты характеризуют сформировавшиеся МЛ на уровне 1400 и 1600 руб./МВт в узлах 9 и 13?

Сравним также предложенный подход с подходом из [152]. В таблице 3.8 представлены весовые коэффициенты, рассчитанные на основе псевдообратной матрицы $(\mathbf{J}_t^T)^\dagger$ из (3.8). Составляющие узловых цен рассчитаны согласно (3.10)–(3.11), где референтная цена задана как средняя от МЛ-формирующих параметров: $\lambda_b^P = 0,5\lambda_9^P + 0,5\lambda_{13}^P = 1500$ руб./МВт.

Основной недостаток использования псевдообратной матрицы заключается в получении отрицательных весовых коэффициентов режимного вклада (см. w_{j13}^{UR}). Получается, что может оказаться отрицательным вклад какого-то из МЛ-формирующих узлов в режимной компоненте МЛ. Это в свою очередь означает, что дополнительный 1 МВт нагрузки в узле приводит к снижению мощности генератора в МЛ-формирующем узле. В отсутствие ограничений, а режимная компонента исключает их влияние, не ясно, почему для покрытия дополнительной мощности нагрузки может потребоваться снизить мощность какого-либо из генераторов.

Кроме того, компоненты ограничений в МЛ находятся обратным счетом. Во-первых, они содержат компоненты ограничений по напряжению, а не только вызваны сетевыми ограничениями. Во-вторых, их невозможно разложить на отдельные ограничения. О разложении компонент МЛ по отдельным ограничениям в предлагаемом в данной работе алгоритме речь пойдет далее.

Наличие компоненты сетевых ограничений при фактическом их отсутствии делает невозможным использование псевдообратной матрицы при оптимизации УР ЭЭС в нелинейной постановке. Из-за ненулевых МЛ к зафиксированным модулям напряжения, например в PV узлах, сумма референтной цены и вклада потерь будет всегда не равна итоговым МЛ. Это означает, что обратным счетом найденная компонента ограничений не будет равна нулю.

Таким образом, компоненты МЛ, рассчитанные с помощью псевдообратной матрицы, с трудом поддаются интерпретации. Это обстоятельство не позволяет использовать их для анализа МЛ.

Выводы по параграфу 3.2. Таким образом, разработан метод взвешенной декомпозиции МЛ, решающий проблемы известных методов декомпозиции.

Таблица 3.8 — Декомпозиция МЛ для примера 3.5, основанная на псевдообратной матрице из [152],

Узел	Суммарный вклад			Режимный вклад			Вклад сечения			Составляющие МЛ, руб./МВт		
j	$\sum w_{j9}^*$	$\sum w_{j13}^*$	λ_j^P	w_{j9}^{YP}	w_{j13}^{YP}	w_{j9}^{OC}	w_{j13}^{OC}	λ_b^P	$\lambda_j^{P\Pi}$	λ_j^{POC}		
1	0,994	0,008	1405,40	0,986	0,015	0,008	-0,007	1500,00	1,51	-96,11		
2	0,954	0,093	1484,37	1,009	0,027	-0,055	0,066	1500,00	54,31	-69,93		
3	-10,341	11,181	3412,36	2,242	-0,945	-12,583	12,126	1500,00	445,23	1467,13		
4	-10,844	11,748	3616,02	2,646	-1,285	-13,490	13,033	1500,00	541,86	1574,15		
5	-10,863	11,770	3623,08	2,655	-1,293	-13,518	13,063	1500,00	543,13	1579,95		
6	-10,867	11,774	3624,58	2,656	-1,294	-13,524	13,068	1500,00	543,76	1580,82		
7	-10,859	11,765	3621,57	2,654	-1,292	-13,512	13,057	1500,00	542,89	1578,67		
8	0,997	0,005	1403,64	0,992	0,009	0,005	-0,004	1500,00	1,32	-97,68		
9	1,000	0,000	1400,00	1,000	0,000	0,000	0,000	1500,00	0,00	-100,00		
10	0,968	0,075	1476,10	1,007	0,027	-0,039	0,048	1500,00	51,83	-75,73		
11	0,690	0,337	1505,87	0,704	0,312	-0,014	0,025	1500,00	25,12	-19,26		
12	-0,103	1,103	1620,96	0,002	0,998	-0,105	0,105	1500,00	0,13	120,83		
13	0,000	1,000	1600,00	0,000	1,000	0,000	0,000	1500,00	0,00	100,00		
14	-3,857	4,902	2444,19	2,404	-1,157	-6,261	6,060	1500,00	370,12	574,07		
15	-10,510	11,408	3538,64	2,605	-1,275	-13,115	12,683	1500,00	495,25	1543,38		
16	-9,777	10,762	3531,90	4,530	-3,089	-14,306	13,851	1500,00	661,07	1370,83		
17	-11,140	12,162	3863,47	5,740	-4,198	-16,880	16,360	1500,00	812,95	1550,52		
18	-10,859	11,814	3700,00	3,994	-2,565	-14,853	14,379	1500,00	643,76	1556,25		
19	-10,938	11,872	3681,55	3,168	-1,778	-14,106	13,650	1500,00	584,68	1596,86		
20	-10,471	11,399	3580,16	2,859	-1,478	-13,329	12,877	1500,00	571,33	1508,83		

В частности он обеспечивает получение составляющих МЛ, не зависящих от базисного узла. Обоснование их расчета лежит в использовании оптимального режима с регулирующими узлами, т.е. режима, параметры которого совпадают с оптимальным и в котором принято, что в регулирующих активную мощность узлах закрепляются фазы напряжения. Отклик регулирующих узлов определяют веса, в соответствии с которыми параметры целевой функции формируют узловые МЛ, т.е. метод взвешенной декомпозиции позволяет представить МЛ в виде взвешенной суммы МЛ-формирующих параметров.

Дано сравнение метода с известными подходами. Показано, что основное преимущество предлагаемого метода заключается в возможности использования аппарата анализа режимов ЭЭС для анализа МЛ.

3.3 Декомпозиция множителей Лагранжа по факторам, определяющим их формирование

Целое направление зарубежных статей посвящено изучению условий возникновения и возможностей снижения перегрузок в электрических сетях и влияния сетевых ограничений на экономичность производства и распределения электроэнергии. Используются следующие способы снижения перегрузок в оперативных режимах [155; 156]:

- диспетчерские команды на снижение или повышение активной мощности генераторов;
- управление реактивной мощностью;
- экономические стимулы, в частности использование узлового ценообразования при определении стоимости электроэнергии;
- управление потоками мощности с помощью устройств FACTS.

Разложение МЛ на составляющие с выделением индивидуального вклада каждого из сетевых ограничений позволяет определить объекты диспетчерского управления для перераспределения их мощности в краткосрочной перспективе [157], а также собрать данные о влиянии на МЛ перегрузок в сети на рынке электроэнергии для формирования в будущем инвестиционных программ в долгосрочной перспективе [158].

В данном параграфе рассмотрим возможность получить более детальную декомпозицию МЛ из формулы (3.25). Рассмотрим составляющую сетевых ограничений

$$\lambda_t^{\text{OC}} = \eta(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S(\cdot)t}^T \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{P}_S^{\text{max}}} \right)^T \mathbf{J}_{m(\cdot)}^T \mathbf{C}_m. \quad (3.28)$$

Параметры, характерные для конкретного сетевого ограничения, очевидно, содержатся в матрицах $\mathbf{J}_{S(\cdot)t}$ и $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{P}_S^{\text{max}}}$. В первой матрице контролируемому сечению соответствует строка, во второй матрице — столбец. Умножение столбца транспонированной матрицы $\mathbf{J}_{S(\cdot)t}$ на строку транспонированной матрицы $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{P}_S^{\text{max}}}$ для конкретного контролируемого сечения s даст матрицу размерности $(|TP| + |TQ|) \times 2N$. Такой же размерности получим матрицу при рассмотрении всех контролируемых сечений сразу. Но при этом произведение полных матриц содержит совокупную информацию об активных сетевых ограничениях. А рассмотрение отдельных ограничений позволяет из всей совокупности вычленить коэффициенты, относящиеся только к рассматриваемому ограничению. Аналогичным образом рассматриваются и ограничения по напряжению. А формулу (3.27) можно представить в следующем виде:

$$\lambda_j = \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{YP}} C_i + \sum_{s \in S} \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{OC}_s} C_i + \sum_{v \in \mathbf{U}^{\text{max}}} \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{OH}_v} C_i + \sum_{l \in \mathbf{U}^{\text{min}}} \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{OH}_l} C_i \quad (3.29)$$

или

$$\lambda_j = \lambda_j^{\text{YP}} + \sum_{s \in S} \lambda_j^{\text{OC}_s} + \sum_{v \in \mathbf{U}^{\text{max}}} \lambda_j^{\text{OH}_v} + \sum_{l \in \mathbf{U}^{\text{min}}} \lambda_j^{\text{OH}_l}. \quad (3.30)$$

Таким образом, получаем декомпозицию МЛ с компонентами для каждого фактора (активного ограничения) в отдельности. Схема разложения при наличии S активных сетевых ограничений и V активных ограничений по напряжению показана на рисунке 3.8. Отметим, что неактивные ограничения не оказывают влияния на оптимальный УР и МЛ.

Кроме разложения на компоненты по факторам: режимному вкладу, вкладу сетевых ограничений и вкладу ограничений по напряжению, каждая из компонент раскладывается на компоненты параметров целевой функции. Схематично детализированная декомпозиция показана на рисунке 3.9. Каждая из компонент определяется некоторым весом w_{ji} , умноженным на МЛ-формирующий параметр целевой функции C_i .

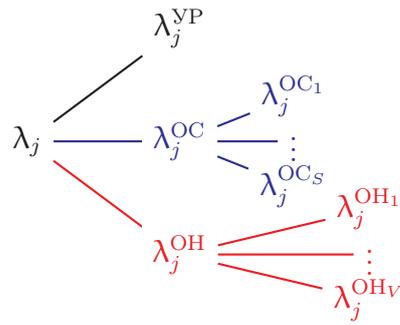


Рисунок 3.8 — Компоненты МЛ в узле j с детализацией по каждому ограничению

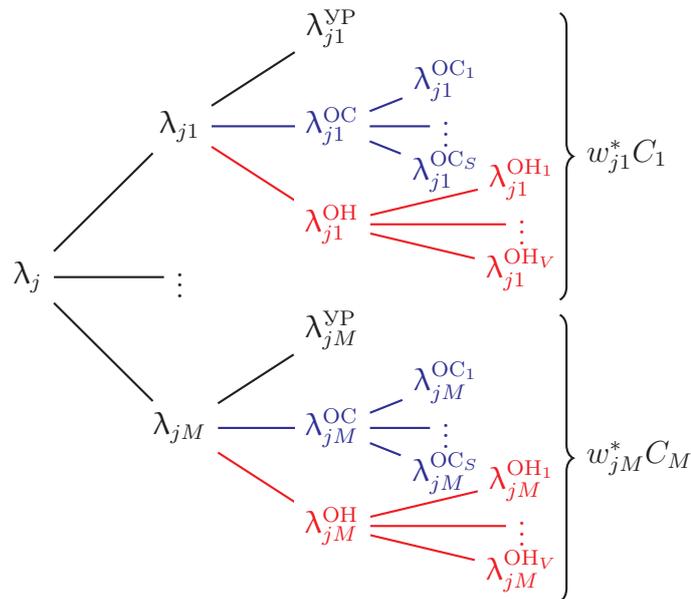


Рисунок 3.9 — Компоненты МЛ в узле j с детализацией по МЛ-формирующим параметрам целевой функции

Пример 3.6. Добавим еще одно сетевое ограничение в пример 3.3 в линии 2–4 с максимально допустимым потоком активной мощности 12,6 МВт, установим, что потребитель в узле 4 также подает заявку с параметром 1550 руб./МВт, применим целевую функцию максимизации общественного благосостояния (1.15) и рассмотрим результаты оптимизации, приведенные на рисунке 3.10. Появление второго активного ограничения приводит к необходимости повысить мощность генератора в узле 3 свыше минимального предела регулирования. Однако его параметр 1600 руб./МВт превышает заявку потребителя. Поэтому в ходе оптимизации мощность нагрузки в узле 4 снижается. Ее снижение позволяет разгрузить генератор в узле 2. В итоге МЛ формируются двумя МЛ-формирующими

узлами 1 и 4 с параметрами 1400 и 1550 руб./МВт соответственно. Результаты декомпозиции показаны в таблице 3.9.

Каждый весовой коэффициент равен относительному приросту мощности соответствующего МЛ-формирующего узла i при изменении нагрузки в узле j . При рассмотрении отдельно сетевого ограничения в линии 1–4 видно, что рост (появление) нагрузки в узлах 2, 3 и 5 покрывается за счет увеличения мощности генератора 1. Обратная ситуация наблюдается при рассмотрении сетевого ограничения в линии 2–4. Вес генератора 1 отрицателен при воздействии линии 2–4, он требует разгрузки. Одновременно требуется увеличение мощности в узле 4, т. е. снижение нагрузки.

Таблица 3.9 — Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.6 (рисунок 3.10)

Составляющие МЛ в узлах	1	2	3	4	5
λ^P , руб./МВт·ч	1400,00	1384,56	1476,56	1550,00	1543,88
Режимный вклад МЛ-формирующих параметров					
C_1	1	0,41263	0,13191	–	0,36441
C_4	–	0,57306	0,85740	1	0,67413
Вклад, обусловленный сетевым ограничением в линии 1–4					
C_1	–	0,07377	0,11857	–	0,03041
C_4	–	–0,06800	–0,10930	–	–0,02804
Вклад, обусловленный сетевым ограничением в линии 2–4					
C_1	–	–0,23473	–0,09848	–	–0,03020
C_4	–	0,1626	0,06730	–	0,02062
Суммарный вклад					
C_1	1	0,25167	0,15200	–	0,36463
C_4	–	0,66531	0,81533	1	0,66672

Пример 3.7. Эффективность разработанного метода продемонстрируем также на системе большой размерности. Для этого рассмотрим тестовую Польскую ЭЭС-2746 вечернего зимнего пика 2003–2004 гг. из пакета MATPOWER [82]. Параметры целевой функции определялись набором случайных чисел от 1 до 100. Пределы передаваемой мощности в линиях 340–9, 389–20, 417–379, 1244–1359, 1559–1454 и 1964–1996, так же как и минимальные допустимые уровни напряжения в узлах 212, 301, 505, сознательно изменены, чтобы создать перегрузку в сети. Данные по заявкам и внесенным изменениям, а также результаты расчета и рассчитанные весовые коэффициенты опубликованы в репозитории исследовательских данных [159].

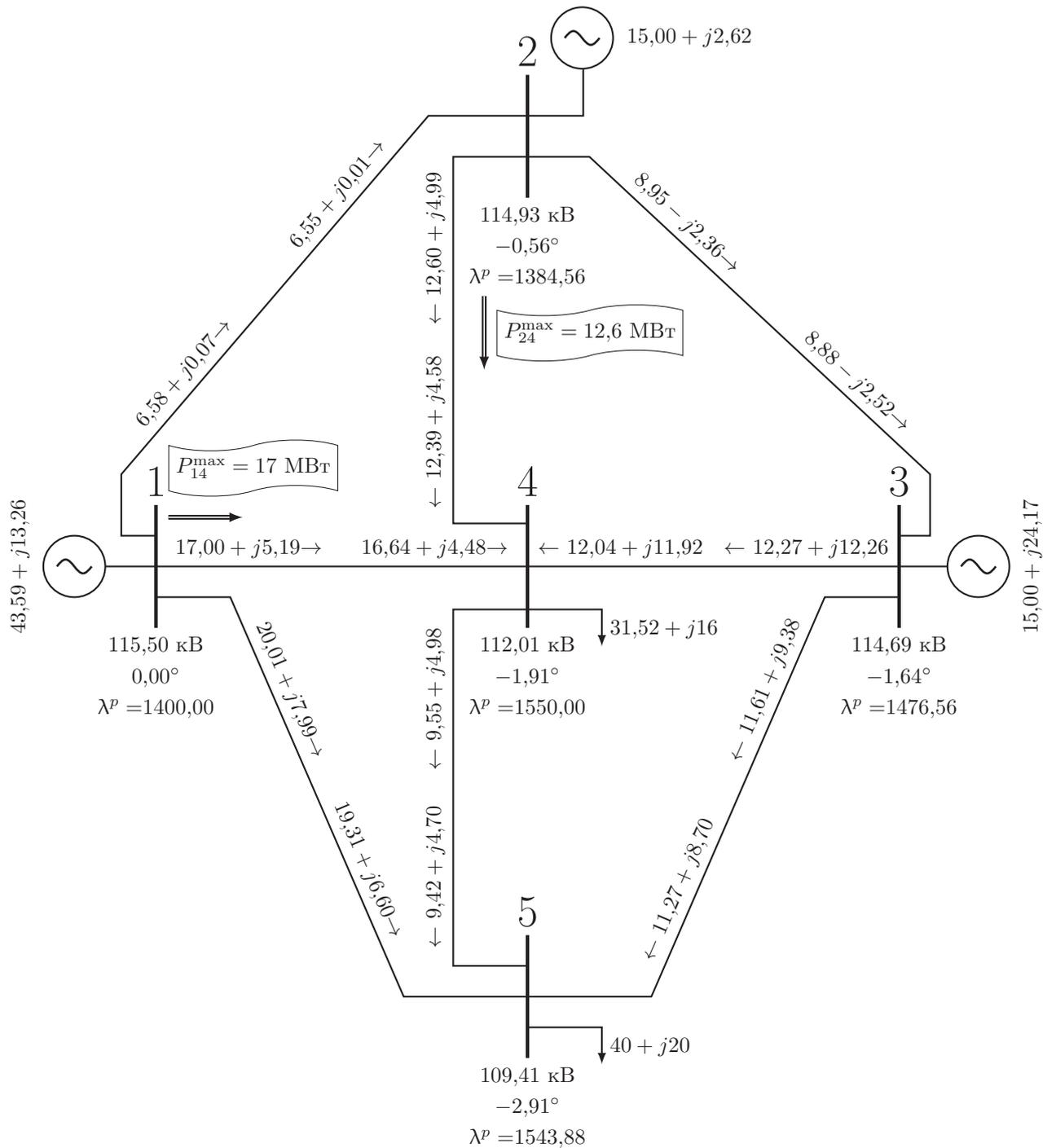


Рисунок 3.10 — Результаты оптимизации режима при внесении ограничений на потоки активной мощности в линии 1–4 и 2–4

По результатам оптимизации к МЛ-формирующим узлам MP относятся узлы 58, 382, 736, 1996, 2096. Параметры целевой функции в этих узлах равны 45, 4, 41, 36 и 62 д.ед./МВт соответственно. На рисунке 3.11 показаны полученные уровни МЛ. Точечным пунктиром нанесены области для каждого сетевого ограничения, в которых вес узла 2096 в МЛ с максимальным параметром целевой функции имеет существенное влияние. Именно в этих зонах отмечено

повышение уровня МЛ в МЛ-принимающих узлах. Зеленые области, отмеченные точками в узлах, представляют узлы с влиянием ограничений по напряжению. Отмечены также узлы 417 и 1559, в которых наблюдаются максимальный 458,96 и минимальный МЛ $-17,16$ д.ед./МВт в данном расчете. Стандартные способы анализа МЛ не дают ответа о причинах его формирования на таком крайне высоком (низком) уровне.

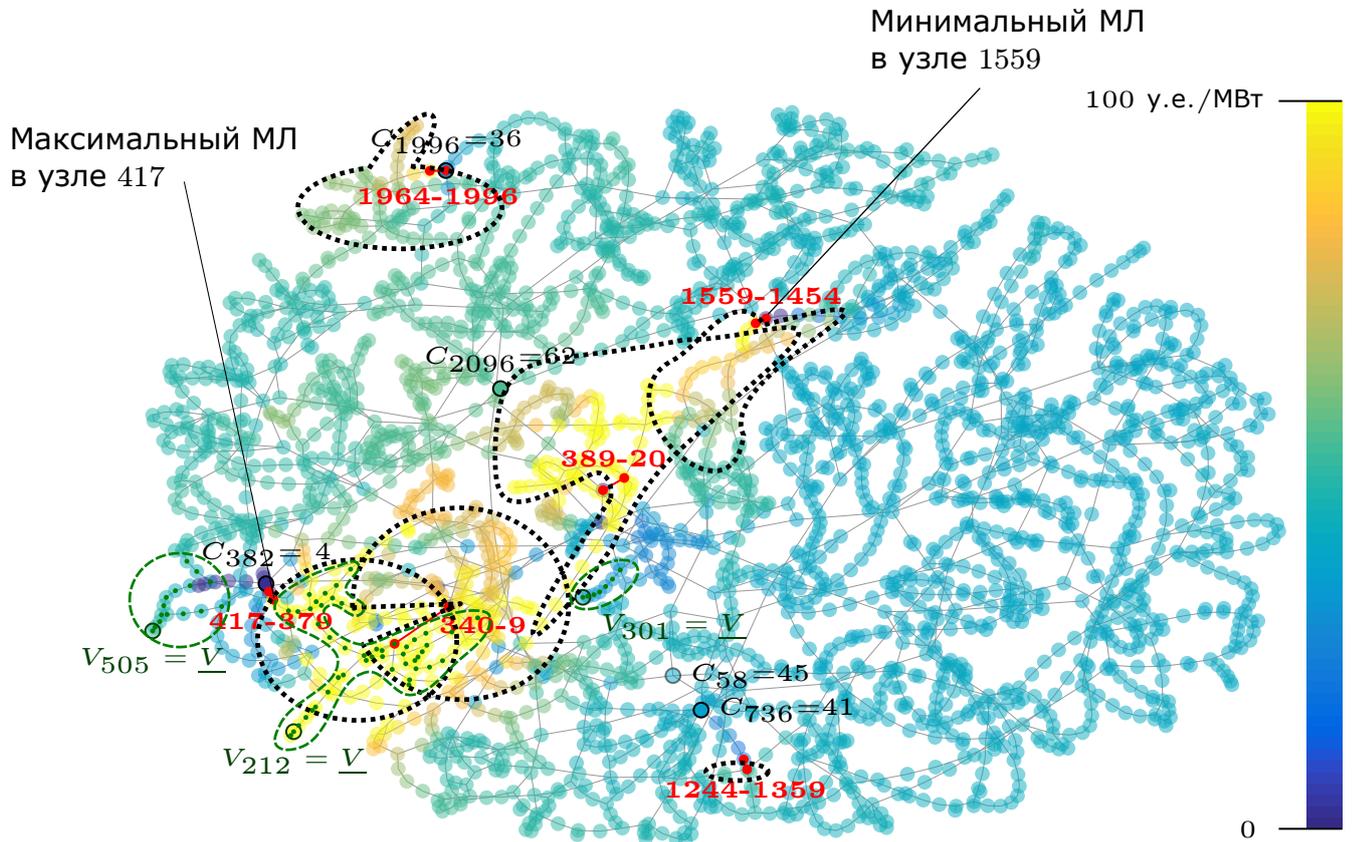


Рисунок 3.11 — Распределение МЛ в энергосистеме

На рисунке 3.12 показано влияние каждой из перегруженных линий электропередачи. МЛ-формирующие узлы отсортированы по параметрам целевой функции. Более внимательный взгляд на МЛ обнаруживает, что рост МЛ в узле 417 заключается во влиянии линии (контролируемого сечения) 417—379. Информация о коэффициентах влияния представлена в таблице 3.10. Сохранение мощности в линии 417—379 на максимуме при поставке последнего 1 МВт мощности в узел 417 приводит к необходимости загрузить генератор 2096 на 12,7534 МВт и разгрузить генераторы 58 и 382 на 6,0221 и 7,2329 МВт соответственно. Учитывая их параметры в целевой функции, МЛ возрастает на 441,14 д.ед./МВт.

Аналогично сформировано значение МЛ в узле 1559 (см. таблицу 3.11). Только наибольшее влияние оказывает линия 1559—1454. В ходе анализа резуль-

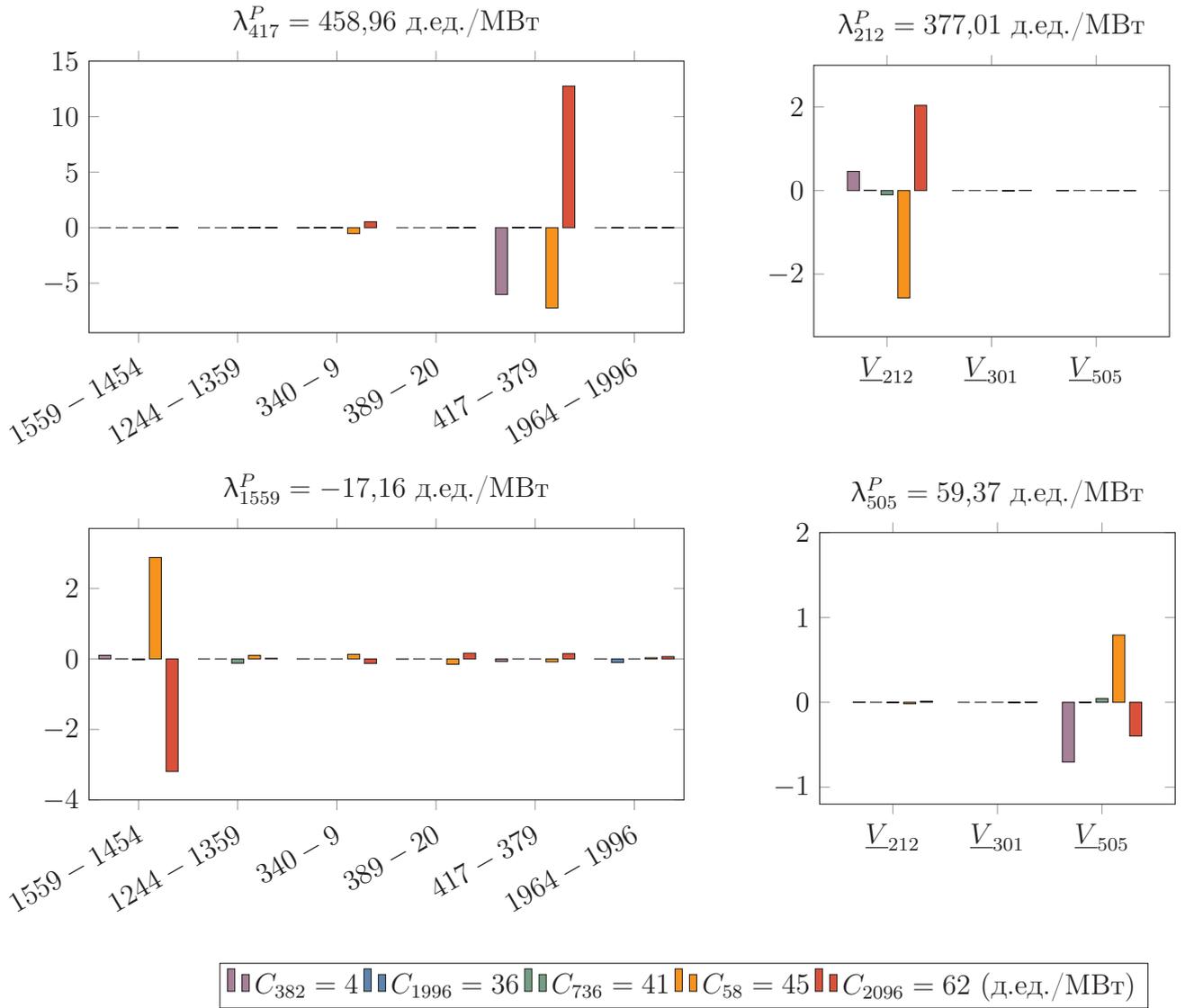


Рисунок 3.12 — Индивидуальные коэффициенты влияния на 4 МЛ-принимающих узла

татов оптимизации для рассматриваемого МЛ можно установить, что сетевое ограничение для обеспечения 1 МВт замыкающей нагрузки в данном узле приводит к снижению мощности в узле 2096 на 3,1932 МВт и приросту мощности в узле 58 на 2,8750 МВт. Учитывая их параметры в целевой функции (62 и 45 соответственно), только это ограничение приводит к снижению МЛ на 68,60 д.ед./МВт. Причем режимная компонента равна 43,143 д.ед./МВт, а итоговый МЛ — $-17,16$ д.ед./МВт.

Рассмотрим узлы 212 и 505. Весовые коэффициенты влияния активных ограничений по напряжению для этих узлов также представлены на рисунке 3.12 и в таблицах 3.12, 3.13. Они по своей величине сопоставимы с весовыми

Таблица 3.10 — Коэффициенты влияния MP узлов на λ_{417}^P с выделением индивидуального влияния каждого сетевого ограничения

Фактор	$w_{417\ 382}$ ($C_{382} = 4$)	$w_{417\ 1996}$ ($C_{1996} = 36$)	$w_{417\ 736}$ ($C_{736} = 41$)	$w_{417\ 58}$ ($C_{58} = 45$)	$w_{417\ 2096}$ ($C_{2096} = 62$)
УР	0,9502	0,0059	0,0064	0,0382	0,0107
ОС _{1559–1454}	–	–	–	–0,0005	0,0006
ОС _{1244–1359}	–	–	–0,0056	0,0046	0,0008
ОС _{340–9}	–0,0133	0,0016	–0,0015	–0,5361	0,5316
ОС _{389–20}	–	–	–	–0,0026	0,0028
ОС _{417–379}	–6,0221	0,0235	0,0314	–7,2329	12,7534
ОС _{1964–1996}	–	–0,0059	–	0,0021	0,0038
$\sum w_{417\ i}^*$	–5,0839	0,0251	0,0304	–7,7364	13,3110

* Здесь учитываются только весовые коэффициенты ОС, ОН не приведены

Таблица 3.11 — Коэффициенты влияния MP узлов на λ_{1559}^P с выделением индивидуального влияния каждого сетевого ограничения

Фактор	$w_{1559\ 382}$ ($C_{382} = 4$)	$w_{1559\ 1996}$ ($C_{1996} = 36$)	$w_{1559\ 736}$ ($C_{736} = 41$)	$w_{1559\ 58}$ ($C_{58} = 45$)	$w_{1559\ 2096}$ ($C_{2096} = 62$)
УР	0,0659	0,1068	0,1092	0,5683	0,1448
ОС _{1559–1454}	0,1024	0,0036	–0,0284	2,8750	–3,1932
ОС _{1244–1359}	–0,0005	–	–0,1204	0,0995	0,0179
ОС _{340–9}	0,0032	–0,0004	0,0004	0,1310	–0,1299
ОС _{389–20}	–0,0044	–	0,0004	–0,1524	0,1628
ОС _{417–379}	–0,0705	0,0003	0,0004	–0,0847	0,1493
ОС _{1964–1996}	0,0014	–0,1041	–0,0002	0,0363	0,0664
$\sum w_{1559\ i}^*$	0,0970	0,0062	–0,0386	3,4792	–2,7864

* Здесь учитываются только весовые коэффициенты ОС, ОН не приведены

коэффициентами сетевых ограничений. Но между ними можно выделить следующую разницу.

1) Активное сетевое ограничение создает около себя две противоположных по знаку зоны влияния. Активное ограничение по напряжению создает около себя только одну зону влияния в зависимости от достигнутого предела. При достижении минимального предела регулирования МЛ в зоне влияния возрастают. При достижении максимального предела регулирования — снижаются.

2) Активное сетевое ограничение препятствует передаче более дешевой электроэнергии и тем самым является причиной отбора для работы менее приоритетного генератора. Из левого ряда графиков сетевых ограничений на рисунке 3.12 видно, что влияние более дорогих и менее дорогих МЛ-формирующих узлов разностороннее. Разгрузка наиболее дорогих МЛ-формирующих узлов

Таблица 3.12 — Коэффициенты влияния MP узлов на λ_{212}^P с выделением индивидуального влияния каждого ограничения по напряжению

Фактор	$w_{212\ 382}$ ($C_{382} = 4$)	$w_{212\ 1996}$ ($C_{1996} = 36$)	$w_{212\ 736}$ ($C_{736} = 41$)	$w_{212\ 58}$ ($C_{58} = 45$)	$w_{212\ 2096}$ ($C_{2096} = 62$)
УР	0,2290	0,0780	0,1021	0,6056	0,1400
ОН ₉₅	—	—	—	—	—
ОН ₁₁₈	—	—	-0,0001	0,0001	—
ОН ₁₅₇	—	—	—	—	—
ОН ₁₈₃	—	—	—	—	—
ОН ₂₁₂	0,4579	0,0094	-0,0995	-2,5686	2,0386
ОН ₃₀₁	-0,0002	—	—	-0,0084	0,0061
ОН ₅₀₅	-0,0009	—	—	0,0010	-0,0005
ОН ₂₁₇₅	—	—	—	—	—
ОН ₂₇₂₇	—	—	—	0,0002	-0,0002
$\sum w_{212\ i}^*$	-0,2309	0,0620	-0,1313	-19,9533	20,6288

* Здесь учитываются только весовые коэффициенты ОН, ОС не приведены

Таблица 3.13 — коэффициенты влияния MP узлов на λ_{505}^P с выделением индивидуального влияния каждого ограничения по напряжению

Фактор	$w_{505\ 382}$ ($C_{382} = 4$)	$w_{505\ 1996}$ ($C_{1996} = 36$)	$w_{505\ 736}$ ($C_{736} = 41$)	$w_{505\ 58}$ ($C_{58} = 45$)	$w_{505\ 2096}$ ($C_{2096} = 62$)
УР	0,5660	0,0882	0,0617	0,3709	0,1425
ОН ₉₅	—	—	—	—	—
ОН ₁₁₈	—	—	-0,0001	0,0001	—
ОН ₁₅₇	—	—	—	—	—
ОН ₁₈₃	—	—	—	—	—
ОН ₂₁₂	0,0028	—	-0,0006	-0,0157	0,0125
ОН ₃₀₁	—	—	—	-0,0015	0,0011
ОН ₅₀₅	-0,7038	-0,0008	0,0425	0,79203	-0,3967
ОН ₂₁₇₅	—	—	—	—	—
ОН ₂₇₂₇	—	—	—	0,0004	-0,0004
$\sum w_{505\ i}^*$	-0,2785	-0,0012	0,0486	0,8507	0,3267

* Здесь учитываются только весовые коэффициенты ОС, ОН не приведены

сопровождается загрузкой наименее дорогих, и наоборот. Из правого ряда графиков на том же рисунке видно, что такого разделения для ограничений по напряжению нет. Это приводит к тому, что компонента ограничения по напряжению в МЛ меньше по величине с сопоставимым весом сетевого ограничения. Например, для узла 212 в компоненте $\lambda_{212}^{\text{ОН}_{212}}$ МЛ-формирующие параметры 45 и 41 д.ед./МВт узлов 58 и 736 входят с весами -2,5686 и -0,0995 соответственно. Это приводит к снижению МЛ на 119,67 д.ед./МВт. Положительные веса

0,4579 и 2,0386 имеют МЛ-формирующие узлы 382 и 2096 с параметрами 4 и 62 д.ед./МВт соответственно. Суммарно они дают прирост 128,22 д.ед./МВт. А компонента для этого ограничения составляет в сумме всего 8,55 д.ед./МВт. Она существенно ниже влияния сетевого ограничения 1559—1454 при сопоставимых весовых коэффициентах.

3.3.1 Алгоритм метода взвешенной декомпозиции

Сформулируем алгоритм взвешенной декомпозиции МЛ по факторам, определяющим их формирование.

Дано: Оптимальный УР ЭЭС.

1. Рассчитать расширенные матрицы \mathbf{J} , \mathbf{H} .
2. Выполнить классификацию узлов согласно алгоритму 1.4.4.
Результат: множества переменных t, m .
3. Рассчитать производные $\partial \mathbf{X} / \partial \mathbf{P}_S^{\max}$, $\partial \mathbf{X} / \partial \mathbf{X}_t^{\max}$, $\partial \mathbf{X} / \partial \mathbf{X}_t^{\min}$, используя алгоритм 2.2.2.
4. Рассчитать вес режимной компоненты $w_{ji}^{\text{УР}}$ как скалярное произведение j -й строки матрицы $(-\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1}$ и i -го столбца матрицы \mathbf{J}_{mt}^T .
5. Рассчитать вес компоненты сетевого ограничения $w_{ji}^{\text{ОС}_s}$ как скалярное произведение j -й строки матрицы $-(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S(\cdot)t}^T \in \mathbb{R}^{|t| \times S}$ на i -столбец матрицы $(\partial \mathbf{P}_m / \partial \mathbf{P}_S^{\max})^T \in \mathbb{R}^{S \times |m|}$ при использовании s -й строки матрицы $\mathbf{J}_{S(\cdot)t}$ и s -го столбца матрицы $\partial \mathbf{P}_m / \partial \mathbf{P}_S^{\max}$.
6. Рассчитать вес компоненты ограничения по напряжению $w_{ji}^{\text{ОН}_v}$ как скалярное произведение j -й строки матрицы $-(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \in \mathbb{R}^{|t| \times |t|}$ на i -столбец матрицы $(\partial \mathbf{P}_m / \partial \mathbf{X}_t^{\max})^T \in \mathbb{R}^{t \times |m|}$ или $-(\partial \mathbf{P}_m / \partial \mathbf{X}_t^{\min})^T \in \mathbb{R}^{|t| \times |m|}$ при использовании столбца матрицы $\partial \mathbf{P}_m / \partial \mathbf{X}_t^{\max(\min)}$, соответствующего ограничению U_v .
7. Выполнить проверку: для каждого МЛ должно выполняться равенство (3.27), то есть сумма компонент должна быть равна МЛ.

Выводы по параграфу 3.3. Показано, что метод взвешенной декомпозиции позволяет представить МЛ как сумму режимной компоненты и индивидуальных компонент сетевых ограничений и ограничений по напряжению.

Каждая из компонент в свою очередь представляется как взвешенная сумма МЛ-формирующих параметров целевой функции.

3.4 Множители Лагранжа как характеристика оптимального установившегося режима, чувствительности сетевых ограничений и ограничений по напряжению в ЭЭС

3.4.1 Математическая, экономическая и физическая интерпретация множителей Лагранжа и весовых коэффициентов декомпозиции

На основании метода взвешенной декомпозиции в данном параграфе рассмотрим взаимосвязь МЛ с оптимальным режимом и получим, что МЛ суть характеристика полученного УР. Предложим физическую интерпретацию компонент МЛ.

По определению МЛ характеризуют величину изменения значения целевой функции в результате малого изменения правой части (предела) ограничения. Экономический смысл МЛ определяется как теневая цена соответствующего ограничения.

Утверждение 3.1. Каждый коэффициент $w_{ji}^{\text{УР}}$ для узла j при элементе C_i показывает относительный прирост мощности в МЛ-формирующем узле i при увеличении нагрузки в узле j в данном оптимальном режиме.

Доказательство. Рассмотрим малое приращение узловых мощностей в МЛ-принимающих узлах $\begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t^T & d\mathbf{Q}_t^T \end{bmatrix}^T$. Оно вызовет изменение фаз и модулей напряжения в МЛ-принимающих узлах:

$$\begin{bmatrix} d\boldsymbol{\delta}_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{tt}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

МЛ-формирующие узлы являются регулируемыми узлами. При расчете УР согласно принятому ранее допущению уравнения баланса активной мощности для регулирующих узлов не составляются. При этом фазы напряжений в

них полагаются неизменными и известными из решения задачи оптимизации. Неизменными также полагаются напряжения в узлах балансирования реактивной мощности. Тогда прирост мощности в МЛ-формирующих узлах будет равен:

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{P}_m \\ d\mathbf{Q}_m \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{mt} \begin{bmatrix} d\boldsymbol{\delta}_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{mt} \mathbf{J}_{tt}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix} = -(\mathbf{W}^{\text{YP}})^T \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Если малые приращения рассмотреть в отношении нагрузок независимо друг от друга, т.е. представить отрицательной диагональной единичной матрицей $\begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t^T & d\mathbf{Q}_t^T \end{bmatrix}^T = -\mathbf{I}$, то матрица относительных приростов мощности в МЛ-формирующих узлах будет равна

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{P}_m \\ d\mathbf{Q}_m \end{bmatrix} = (\mathbf{W}^{\text{YP}})^T \mathbf{I} = (\mathbf{W}^{\text{YP}})^T, \quad (3.33)$$

что и требовалось доказать. \square

Из разработанной декомпозиции следует, что все МЛ задачи оптимизации являются взвешенной суммой параметров целевой функции. Коэффициенты w_{jm}^{YP} в режимных компонентах МЛ определяются как балансирование мощности m -м узлом из числа регулирующих узлов при покрытии последнего 1 МВт мощности в узле j и равняются производной $\partial P_m^{\text{YP}} / \partial P_j$ в полученном УР (рисунок 3.13). Если провести численный эксперимент расчета УР с регулируемыми узлами после снижения нагрузки на 1 МВт, то коэффициенты будут с некоторой точностью равны разнице мощности в таких узлах до и после эксперимента.



Рисунок 3.13 — Физическая интерпретация w_{jm}^{YP}

Что касается вклада сетевых ограничений, то со стороны рассматриваемого УР с регулируемыми узлами определяющим является отклик перетока активной мощности в контролируемом сечении на изменение мощности в узле j , т.е. $\partial P_s / \partial P_j$, где $s = 1, \dots, S$.

Утверждение 3.2. Каждый коэффициент w_{ji}^{OC} для узла j при элементе C_i характеризуется реакцией потоков мощности в контролируемых сечениях на увеличение нагрузки в узле j в данном оптимальном режиме.

Доказательство. Согласно (3.31) малое приращение узловых мощностей в МЛ-принимающих узлах $\left[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T \right]^T$ вызовет изменение фаз и модулей напряжения в МЛ-принимающих узлах. В МЛ-формирующих узлах по активной (реактивной) мощности фазы (модули) напряжений неизменны. Тогда приращение перетока в контролируемых сечениях будет равно:

$$d\mathbf{P}_S = \mathbf{J}_{S(:)t} \begin{bmatrix} d\boldsymbol{\delta}_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{S(:)t} \mathbf{J}_{tt}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

При $\left[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T \right]^T = -\mathbf{I}$ имеем:

$$d\mathbf{P}_S = -\mathbf{J}_{S(:)t} \mathbf{J}_{tt}^{-1}. \quad (3.35)$$

Тогда для (3.21) получим:

$$\boldsymbol{\lambda}_t^{\text{OC}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S(:)t}^T \boldsymbol{\sigma} = d\mathbf{P}_S^T \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.36)$$

□

Экономическая интерпретация активных ограничений в виде неравенств определяется как степень изменения целевой функции при изменении предела ограничения или как теневая цена соответствующего ограничения. Для сетевого ограничения ее принято называть ценой сечения. Рассмотрим ее физическую интерпретацию как отклик мощности в регулирующих узлах на изменение предела ограничения.

В такой формулировке рассматривается изменение мощности в регулирующих узлах в задаче оптимизации установившегося режима (ОУР) при изменении максимально допустимого перетока мощности в контролируемом сечении. Очевидно, что изменение максимально допустимого перетока ведет к изменению мощности в регулирующих узлах и, как следствие, — к изменению целевой функции. Такое изменение повлияет на загрузку регулирующих узлов только в том случае, если ограничение активно.

Указанный отклик для ограничения на переток мощности в контролируемом сечении s является производной $\partial P_m^{\text{OУР}} / \partial P_s^{\text{max}}$ в задаче ОУР. По сравнению с УР, в котором производные могут быть рассчитаны с помощью матрицы Якоби, здесь производная определяется для оптимизационной задачи, в которой направление отклика задается целевой функцией. В этой связи необходимо использовать уравнения чувствительности, разработанные в главе 2.

Как результат, коэффициенты $w_{jm}^{\text{OC}_s}$ равны произведению двух рассмотренных производных (рисунок 3.14):

$$w_{jm}^{\text{OC}_s} = \frac{\partial P_s^{\text{УР}}}{\partial P_j} \frac{\partial P_m^{\text{ОУР}}}{\partial P_s^{\text{max}}}. \quad (3.37)$$

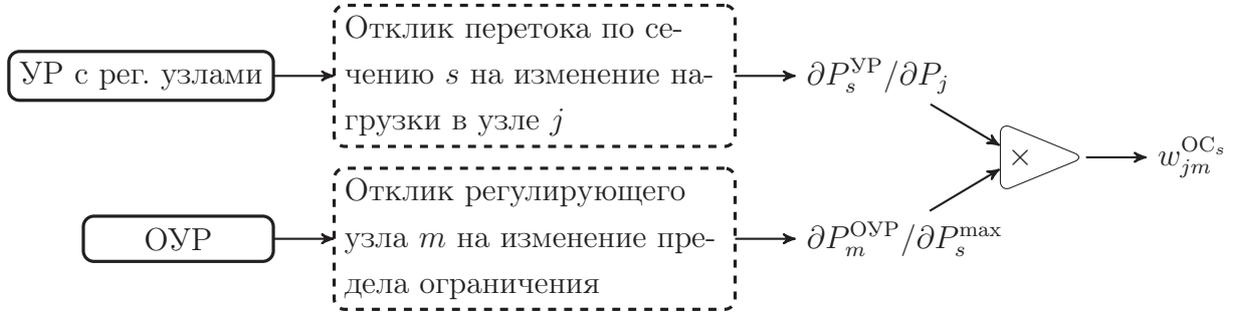


Рисунок 3.14 — Физическая интерпретация $w_{jm}^{\text{OC}_s}$

Аналогично определяются коэффициенты $w_{jm}^{\text{OH}_v}$ для ограничения по напряжению при $v = 1, \dots, V$ (рисунок 3.15):

$$w_{jm}^{\text{OH}_v} = \frac{\partial U_v^{\text{УР}}}{\partial P_j} \frac{\partial P_m^{\text{ОУР}}}{\partial U_v^{\text{max}}} \text{ или } w_{jm}^{\text{OH}_v} = -\frac{\partial U_v^{\text{УР}}}{\partial P_j} \frac{\partial P_m^{\text{ОУР}}}{\partial U_v^{\text{min}}}. \quad (3.38)$$

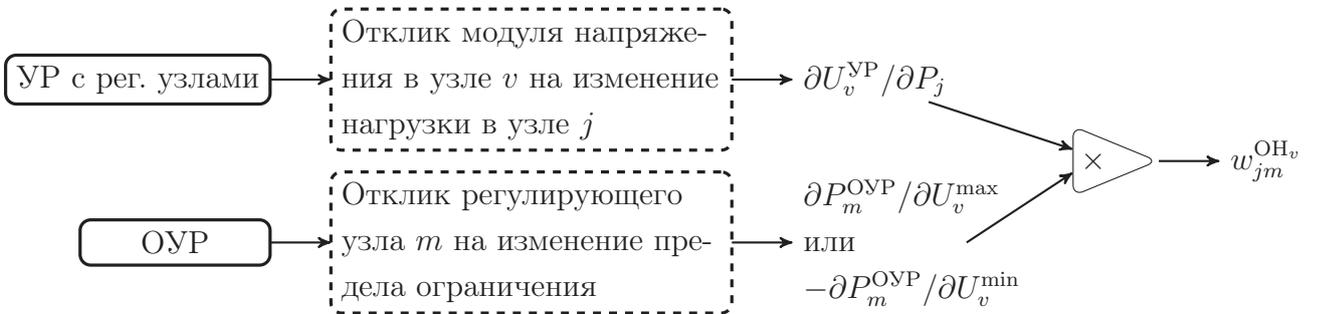


Рисунок 3.15 — Физическая интерпретация $w_{jm}^{\text{OH}_v}$

Утверждение 3.3. Каждый коэффициент w_{ji}^{OH} для узла j при элементе C_i характеризуется реакцией модуля напряжения (фазы напряжения, если рассматриваются ограничения на диапазон изменения фаз) в МЛ-принимающих узлах при увеличении нагрузки в узле j в данном оптимальном режиме.

Доказательство. Доказательство аналогично приведенным выше. Согласно (3.31) возмущения $\left[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T \right]^T = -\mathbf{I}$ вызовут изменение фаз и модулей на-

пряжения в МЛ-принимаяющих узлах:

$$\begin{bmatrix} d\delta_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_{tt}^{-1} \mathbf{I} = -\mathbf{J}_{tt}^{-1}. \quad (3.39)$$

Подставляя (3.39) в (3.22), получим:

$$\lambda_t^{\text{OH}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \boldsymbol{\mu}_t = \begin{bmatrix} d\delta_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\mu}_t. \quad (3.40)$$

□

Таким образом, МЛ определяются параметрами целевой функции и свойствами УР в оптимальной точке. Преимуществами рассмотрения МЛ в таком виде является их предсказуемость и обоснованность. Кроме того, МЛ, как и УР, в оптимальной точке не зависят от выбора балансирующего или базисного узла. Предлагаемая физическая интерпретация, основанная на рассмотрении регулирующих узлов, также не задействует в расчетах заранее заданный балансирующий или базисный узел.

Отметим, что сетевые ограничения и ограничения по напряжению из-за перераспределения мощности регулирующих узлов являются причиной искажения МЛ по сравнению с режимной компонентой.

Пример 3.8. Рассмотрим пример ЭЭС-30 с 6 генераторами с целевой функцией

$$f = 0,8P_{g1} + 1250P_{g2} + 500P_{g13} + 1500P_{g22} + 0,8P_{g23} + 1000P_{g27} \rightarrow \min, \quad (3.41)$$

отражающей совокупную стоимость производства электроэнергии.

Результаты оптимизации, обсуждаемые в данном примере, опубликованы в репозитории исследовательских данных [160]. Полученные МЛ приведены на рисунке 3.16. В результате оптимизации генераторы в узлах 1, 13, 23 работают с максимальной мощностью, генераторы в узлах 2, 22, 27 загружены частично, они на рисунке выделены двойной обводкой. Можно предположить, что из-за некоторых ограничений допустимой области УР не было возможности разгрузить мощность наименее приоритетного источника мощности в узле 22.

Можно наблюдать, что в линиях 16–17 и 27–28 переток активной мощности достиг максимально допустимых значений 16 и 65 МВт соответственно, вследствие чего, например, дальнейшая загрузка наиболее приоритетного из замыкающих генератора 27 была невозможна.

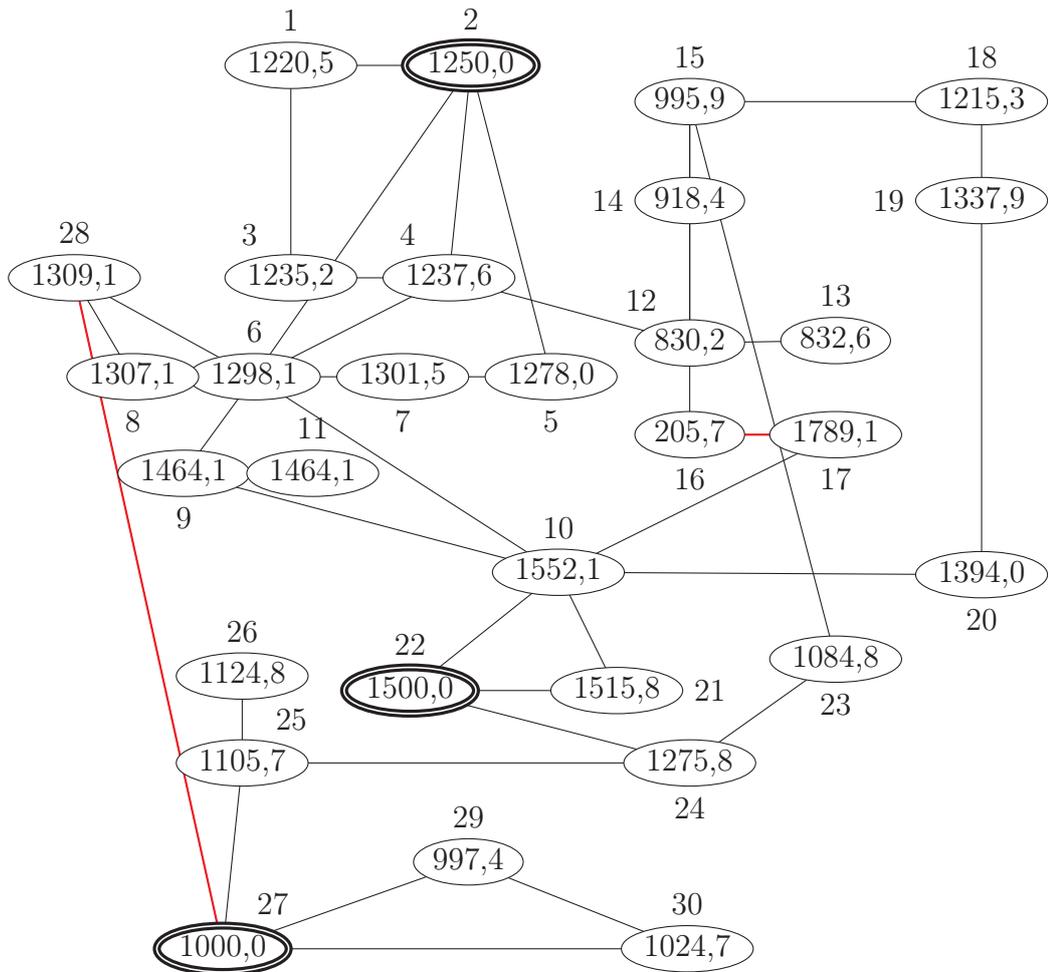


Рисунок 3.16 — Граф сети и МЛ в 30-узловой ЭЭС

Важное значение имеют МЛ-формирующие узлы 2, 22, 27. Можно сказать, что во время оптимизации генераторы в этих узлах проходили отбор последними как наименее приоритетные. Это указывает на то, что любое небольшое изменение в оптимизационной задаче будет сбалансировано с их помощью. Для исследуемого режима они являются балансирующими по активной мощности. Исходя из необходимых условий оптимальности режима (равенства нулю градиента функции Лагранжа по переменным задачи оптимизации) в таких узлах МЛ равны соответствующим параметрам функции Лагранжа. Действительно, МЛ в узле 2 равен 1250, в узле 22 равен 1500, а в узле 27 — 1000.

Отметим, что кроме активных ограничений сети в линиях 16—17 и 27—28 имеются активные ограничения по напряжению: максимального предела достигло напряжение в узле 29, минимального — в узле 13.

Рассмотрим в качестве примера узел 16 с минимальным МЛ 205,68. В таблице 3.14 приведено разложение МЛ на компоненты с соответствующими

коэффициентами для узла 16, в таблицах 3.15, 3.16 — отклики УР с регулирующими узлами и ОУР⁵.

Таблица 3.14 — Коэффициенты УР, ОС и ОН для МЛ в узле 16

C_m	$w_{16m}^{УР}$	$w_{16m}^{ОС_{16-17}}$	$w_{16m}^{ОС_{27-28}}$	$w_{16m}^{ОН_{13}}$	$w_{16m}^{ОН_{29}}$	$\sum w_{16m}^*$
$C_2 = 1250$	0,32738	4,05413	0,04315	0,00257	0	4,42723
$C_{22} = 1500$	0,60665	-4,78796	0,01127	0,00738	0	-4,16266
$C_{27} = 1000$	0,06682	0,91679	-0,05528	-0,01269	0	0,91564
Компоненты МЛ и итоговый МЛ	1386,02	-1197,49	15,56	1,59	0	205,68

Таблица 3.15 — Отклики УР на изменение мощности в узле 16

$\frac{\partial P_2}{\partial P_{16}}$	$\frac{\partial P_{22}}{\partial P_{16}}$	$\frac{\partial P_{27}}{\partial P_{16}}$	$\frac{\partial P_{s:16-17}}{\partial P_{16}}$	$\frac{\partial P_{s:27-28}}{\partial P_{16}}$	$\frac{\partial U_{13}}{\partial P_{16}}$	$\frac{\partial U_{29}}{\partial P_{16}}$
0,32738	0,60665	0,06682	0,56013	-0,03696	-0,02163	0

Таблица 3.16 — Отклики ОУР на изменение пределов активных ограничений

m	$\frac{\partial P_m}{\partial P_{s:16-17}^{\max}}$	$\frac{\partial P_m}{\partial P_{s:27-28}^{\max}}$	$\frac{\partial P_m}{\partial U_{13}^{\min}}$	$\frac{\partial P_m}{\partial U_{29}^{\max}}$
2	7,23788	-1,16737	0,11865	-0,22936
22	-8,54799	-0,30492	0,34106	-0,33762
27	1,63746	1,49553	-0,58672	0,61742

Режимная компонента МЛ в узле 16 составляет $\lambda_{16}^{УР} = 1386,02$. Такой МЛ был бы при данном режиме в отсутствие ограничений. Фактором снижения МЛ оказалось ограничение перетока мощности в линии 16—17 с компонентой $\lambda_{16}^{ОС_{16-17}} = \sum_m w_{16m}^{ОС_{16-17}} C_m = 4,05413 \cdot 1250 - 4,78796 \cdot 1500 + 0,91679 \cdot 1000 = -1197,49$.

Таким образом, основной отрицательный вклад вносит распределение мощности между генераторами в регулирующих узлах: для обеспечения последнего 1 МВт в данном узле из-за данного ограничения был разгружен генератор 22 на 4,78796 МВт и загружены генераторы 2 и 27 на 4,05413 и 0,91679 МВт соответственно. С учетом параметров этих генераторов в целевой функции МЛ снижается на величину 1197,49.

Рассмотрим формирование коэффициентов $w_{16m}^{ОС_{16-17}}$. Во-первых, нас интересует влияние изменения активной мощности в узле 16 на переток мощности в линии 16—17. Производная $\partial P_{16-17}^{УР} / \partial P_{16}$ равна 0,56013, то есть при

⁵Напряжение измеряется в о.е.

уменьшении нагрузки на 1 МВт переток по линии 16—17 возрастает на 0,56013 МВт. Во-вторых, нас интересует влияние предела перетока активной мощности по сечению на загрузку регулирующих узлов. Если $P_{s:16-17}^{\max}$ увеличить на 1 МВт, произойдет перераспределение мощности между замыкающими генераторами. Наименее приоритетная мощность генератора в узле 22 снизится на 8,54799 МВт, более приоритетные генераторы 2 и 27 загрузятся на 7,23788 и 1,63746 МВт соответственно. Следует отметить, что ограничение во втором сечении (линии 27—28) остается активным, поэтому возможности загрузить генератор 27 как более приоритетный вместо генератора 2 не появляется. Умножив $\partial P_{s:16-17}^{\text{УР}}/\partial P_{16} = 0,56013$ на $\partial P_m^{\text{ОУР}}/\partial P_{s:16-17}^{\max}$, получаем искомые коэффициенты.

Аналогично исследуется МЛ в любом другом интересующем узле, в частности в узле 17 режимная компонента составляет 1434,40. Дополнительно к ней добавляется компонента ограничения перетока мощности в линии 16—17 в размере 341,94. Основное различие с узлом 16 заключается в том, что производная $\partial P_{16-17}^{\text{УР}}/\partial P_{17}$ равна $-0,15994$, а значит, последний 1 МВт в этом узле требует пропорциональной перезагрузки регулирующих узлов: загрузки генератора 22 с $C_{22} = 1500$ на $0,15994 \cdot 8,54799 = 1,367$ МВт и разгрузки других замыкающих генераторов на $0,15994 \cdot 7,23788 = 1,158$ и $0,15994 \cdot 1,63746 = 0,262$ МВт соответственно.

Рассмотрим далее влияние ограничения по напряжению на узлы 29, 30. Формирование МЛ в них выглядит достаточно странным. Во-первых, это нагрузочные узлы, в которых МЛ по сравнению с генераторными должен увеличиваться, а электрически они связаны только с генераторным узлом 27. Можно ожидать, что, будучи регулирующим узлом, именно он определяет формирование МЛ в рассматриваемых узлах. Но картина формирования МЛ противоречит данным рассуждениям: в узле 29 МЛ ниже, а в узле 30 — выше 1000. Объяснение лежит в активном ограничении по напряжению в узле 29.

В таблице 3.17 представлены ненулевые компоненты МЛ. В данном случае гипотеза о том, что влияющим МЛ-формирующим узлом для рассматриваемых узлов 29 и 30 является узел 27, подтверждается для режимной компоненты. Вес режимной компоненты генератора 27 равен 1,02486 и 1,04198 соответственно. Здесь 2,5 % и 4,2 % отражают относительный прирост потерь активной мощности при доставке в узлы последнего 1 МВт мощности нагрузки от узла 27.

Дополнительным влияющим фактором оказалось ограничение по напряжению в узле 29, в котором модуль напряжения достиг максимального значения.

Таблица 3.17 — Коэффициенты УР, ОС и ОН для МЛ в узлах 29 и 30

C_m	$w_{29m}^{УР}$	$w_{29m}^{ОН_{29}}$	$\sum w_{29m}^*$	$w_{30m}^{УР}$	$w_{30m}^{ОН_{29}}$	$\sum w_{30m}^*$
$C_2 = 1250$	0	-0,03588	-0,03588	0	-0,02250	-0,02250
$C_{22} = 1500$	0	-0,05281	-0,05281	0	-0,03311	-0,03311
$C_{27} = 1000$	1,02486	0,09658	1,12144	1,04198	0,06055	1,10253
Компонента МЛ и итоговый МЛ	1024,86	-27,48	997,38	1041,98	-17,24	1024,74

Рассмотрим формирование коэффициентов $w_{jm}^{ОН_{29}}$. Со стороны УР с регулирующими узлами имеем $\partial U_{29}/\partial P_{29} = 0,15642$ и $\partial U_{29}/\partial P_{30} = 0,09805$. Эти производные равны соответствующим элементам матрицы, обратной матрице Якоби для расчета УР с регулирующими узлами.

Со стороны ОУР увеличение предела ограничения U_{29}^{\max} условно на 1 о.е. ведет к перезагрузке регулирующих узлов: повышению мощности в узле 27 на 0,61742 МВт и снижению мощности в узлах 2 и 22 на 0,22936 и 0,33762 МВт соответственно (см. $\partial P_m^{ОУР}/\partial U_{29}^{\max}$ в таблице 3.16). Ограничение по напряжению оказывает влияние на загрузку всех регулирующих узлов и в этой связи оказывает влияние на МЛ в узлах в той степени, в какой изменение мощности в них воздействует на напряжение в узле 29. Таким образом, МЛ в узле 29 по сравнению с режимной компонентой снижается на 27,48 (компенсируя вклад потерь), а в узле 30 снижается на 17,24 и итоговые МЛ равны 997,38 и 1024,74 соответственно.

На данном примере наглядно показано, как МЛ отражают в себе влияние оптимальных режимов ЭЭС — различных факторов, каждый из которых можно рассмотреть отдельно, а пофакторные компоненты МЛ определяются как произведение

- 1) параметра целевой функции (цены в заявке) замыкающего генератора,
- 2) степени влияния изменения мощности в узле на рассматриваемый фактор (загрузка регулирующих узлов в УР, переток активной мощности по сечению для сетевого ограничения, модуль напряжения для ограничений по напряжению),
- 3) степени влияния изменения предела ограничения на загрузку регулирующих узлов.

На основании рассмотренной модели можно сформулировать следующие свойства МЛ:

1. МЛ определяются оптимальным режимом, в результате чего можно выделить режимную компоненту. При наличии активных сетевых ограничений, ограничений по напряжению к значениям МЛ добавляются компоненты, которые могут как увеличивать МЛ, так и уменьшать. Степень изменения МЛ определяется свойствами оптимального режима. Т.е. МЛ отражают особенности УР, полученного в ходе оптимизации, аккумулируя в себе различные факторы.

2. МЛ раскладываются на компоненты, каждая из которых имеет физическую и экономическую интерпретацию. Физическая интерпретация основывается на том, что при внесении того или иного фактора при рассмотрении оптимального режима меняется мощность в регулирующих узлах. Такой отклик и определяет физическую сторону формирования МЛ, экономическая же определяется параметрами целевой функции.

3.4.2 Представление множителей Лагранжа в виде линейной комбинации параметров целевой функции с коэффициентами оптимального режима ЭЭС

Полученный подход позволяет проанализировать, каким образом будут сформированы МЛ, если оптимальный УР останется прежним, а параметры целевых функций изменятся. Имеется некоторый коридор параметров целевой функции для генераторов 2, 22 и 27, при которых оптимальный УР не изменится. Ответим на вопрос, насколько низким может быть МЛ в узле 16? Согласно полученным коэффициентам, МЛ в узле формируется следующим образом: $205,68 = 4,42708 \cdot 1250 - 4,16250 \cdot 1500 + 0,91558 \cdot 1000$. МЛ в узле будет равен нулю, если параметр 1250 заменить на 1204 или если параметр 1000 заменить на 775. На рисунках 3.17 и 3.18 показаны МЛ, полученные после решения задачи оптимизации при корректировке параметров целевой функции. В первом случае МЛ в узле 16 действительно упал до нуля, во втором случае установился на уровне 0,9. Полученные МЛ немного отличаются от ожидаемых 2,03 и -0,33. Это объясняется тем, что отклики в ОУР зависимы от параметров целевой функции. Однако эта зависимость, как видно из примера, не столь существенна.

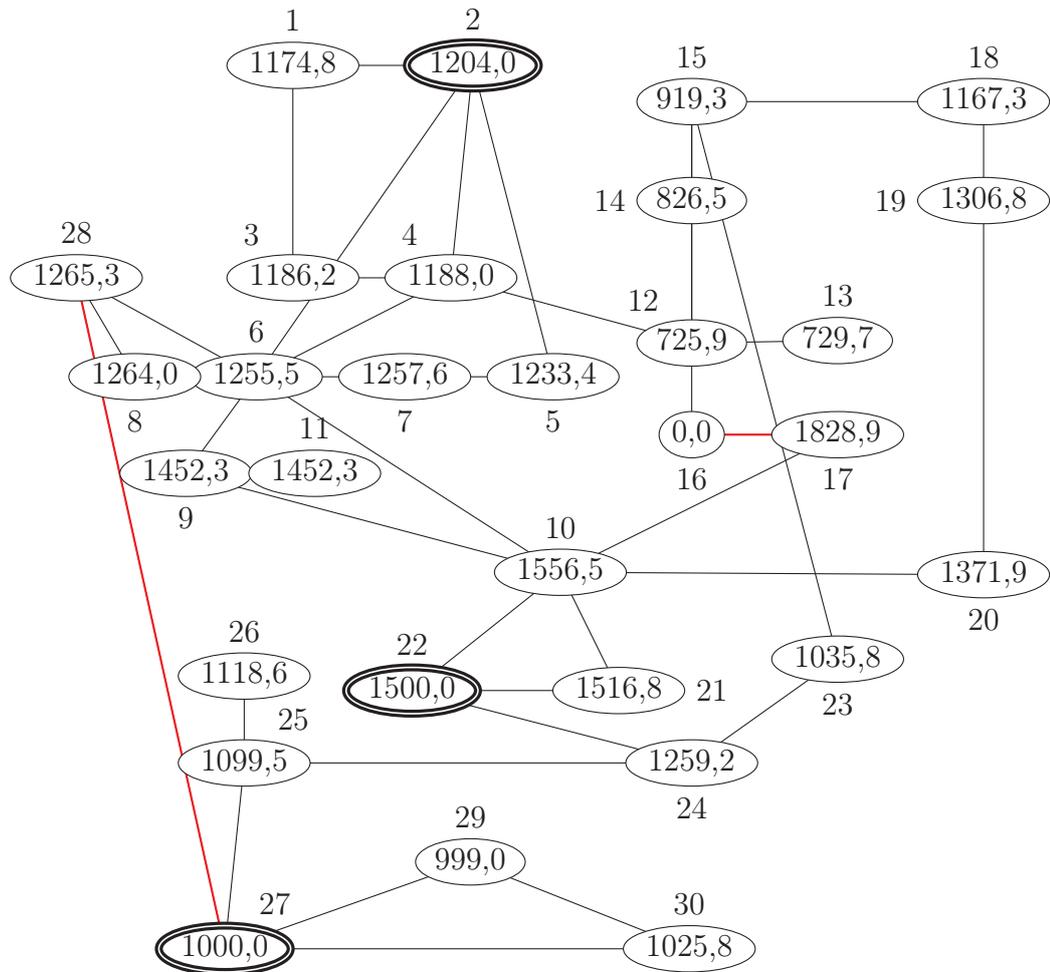


Рисунок 3.17 — МЛ при замене параметра в узле 2 с 1250 на 1204

После снижения МЛ до нуля возникает следующий вопрос: а что будет, если параметр целевой функции уменьшить далее — ниже 1204 и 775? Тогда МЛ в узле 16 будет отрицательным. С математической точки зрения МЛ к ограничениям типа равенств могут быть как положительными, так и отрицательными. С экономической точки зрения такие МЛ дают сигнал к увеличению нагрузки для улучшения целевой функции. С физической точки зрения увеличение нагрузки в узле 16 ведет к разгрузке сечения и перераспределению мощности в регулирующих узлах, причем таким образом, что целевая функция улучшается.

Пример 3.9. Возьмем пример с ЭЭС-2746 3.7 и продемонстрируем линейность компонент не только в окрестности оптимального режима, но и в более широком диапазоне изменения параметров целевой функции. Согласно рисунку 3.12 и таблице 3.10 МЛ-формирующий узел 382 имеет отрицательный вес при формировании МЛ в узле 417. На рисунке 3.19 представлены изменение МЛ в нем, а также основные компоненты МЛ при увеличении параметра C_{382} от 4 до 75 д.ед/МВт.

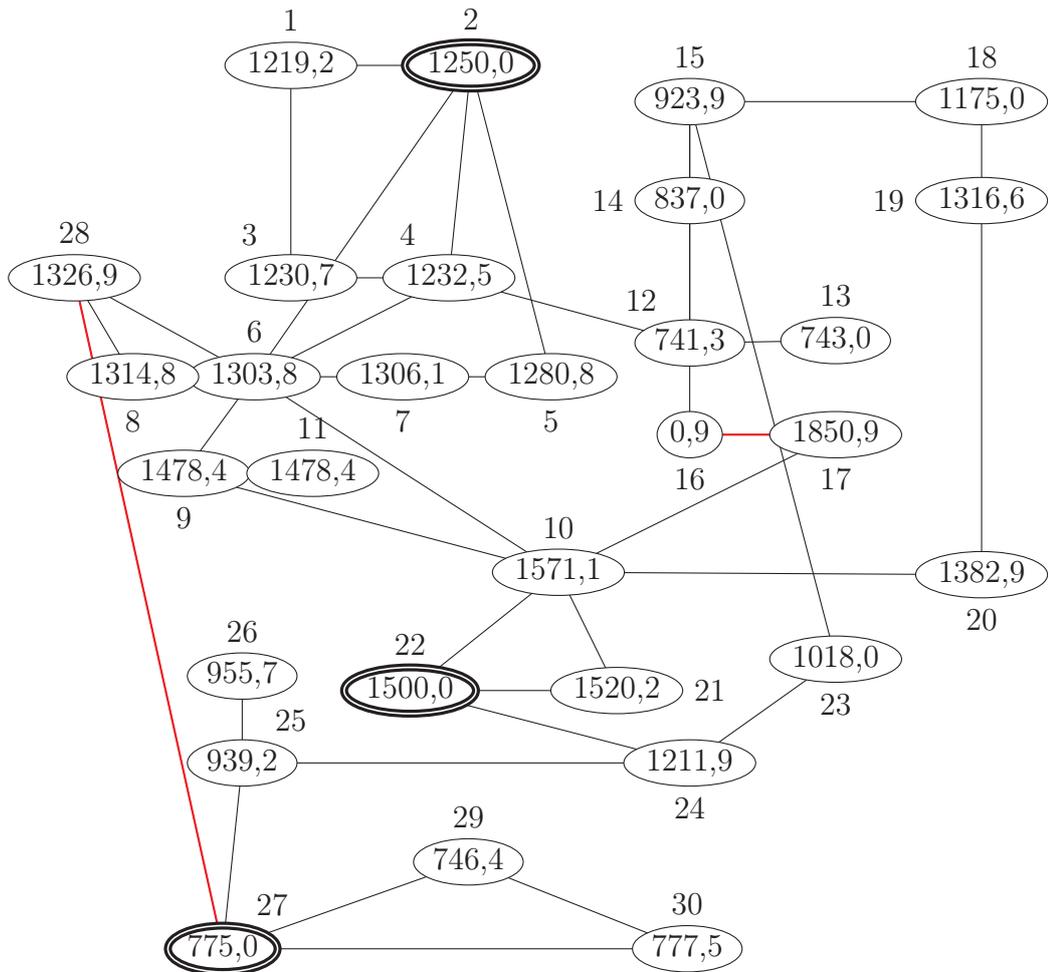


Рисунок 3.18 — МЛ при замене параметра в узле 27 с 1000 на 775

Узел 417 находится сравнительно близко к МЛ-формирующему узлу. В этой связи режимная компонента МЛ в нем примерно равна C_{382} . Она соответствующим образом растет при росте C_{382} . При этом рост C_{382} обуславливает снижение сетевой компоненты МЛ, созданной ограничением в линии 417—389. Именно это снижение и обуславливает снижение МЛ в узле 417. Причем разница до и после пересчета МЛ примерно равна $\sum w_{417\ 382} \Delta C_{382}$.

Выводы по параграфу 3.4. Предложена физическая интерпретация МЛ, согласно которой они формируются на нескольких уровнях: УР без учета ограничений, влияния на УР сетевых ограничений и ограничений по напряжению. В основе формирования МЛ лежит УР с регулируемыми узлами. В них входят МЛ-формирующие узлы с замыкающими мощностями. Вес каждого из факторов определяет относительный прирост мощности в МЛ-формирующем узле: режимная компонента — при покрытии последнего 1 МВт мощности в МЛ-принимающем узле без ограничений, компоненты ограничений — при внесении каждого из ограничений.

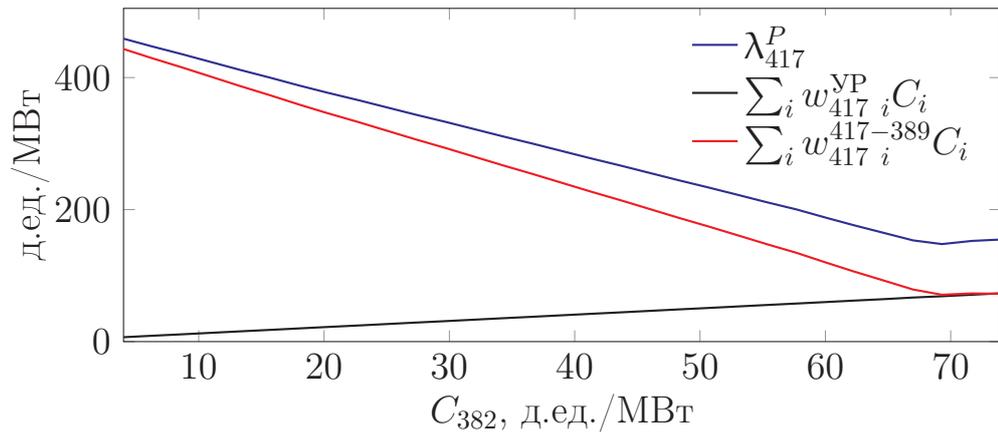


Рисунок 3.19 — МЛ в узле 417 и его основные компоненты при изменении параметра целевой функции генератора 382

Показана взаимосвязь между весовыми коэффициентами декомпозиции МЛ и параметрами оптимального УР через реакцию регулирующих узлов на изменение узловых мощностей. Показано, что МЛ представимы в виде линейной комбинации параметров линейной целевой функции. Такими параметрами на рынках электроэнергии выступают заявленные цены на продажу или покупку электроэнергии. Физическое обоснование такого представления, что подтверждается расчетами, позволяет использовать такую комбинацию не только в малой окрестности оптимального режима, но и в широком диапазоне изменения параметров целевой функции. При этом требуется выполнение условия неизменности параметров оптимального режима.

3.5 Выводы по главе 3

МЛ задачи оптимизации УР ЭЭС представимы в виде взвешенной суммы параметров целевой функции. Вес каждого из параметров равен относительно приросту мощности в регулирующих узлах при изменении мощности в МЛ-принимающих узлах, а также при воздействии активных сетевых ограничений и ограничений по напряжению. Разработанный метод взвешенной декомпозиции основан на использовании аналогии анализа МЛ с физическими процессами, наблюдаемыми в УР ЭЭС. Предложенная аналогия позволяет для анализа МЛ использовать аппарат анализа режимов ЭЭС и обеспечивает получение компонент, не зависящих от базисного узла, а также предоставляет информацию

о каждом ограничении в отдельности, в том числе о каждом ограничении по напряжению.

МЛ являются характеристикой оптимального режима, аккумулируя в себе различные факторы. Они раскладываются на компоненты, каждая из которых имеет физическую и экономическую интерпретацию. Физическая интерпретация формируется на основании откликов регулирующих узлов, экономическая определяется параметрами целевой функции.

В зависимости от параметров оптимального режима МЛ в отдельных узлах могут быть существенно выше максимального или ниже минимального параметров целевой функции (в том числе и отрицательными). Показано, что особые МЛ возникают из-за повышения относительных приростов активной мощности в регулирующих узлах, вызванного необходимостью при покрытии последнего 1 МВт мощности нагрузки в таких узлах поддерживать потоки активной мощности в контролируемых сечениях, напряжения в контролируемых узлах на заданном активным ограничением уровне.

Глава 4. Принцип декомпозиции как эффективный инструмент анализа оптимальных режимов на оптовом рынке электроэнергии

С введением рыночного ценообразования в электроэнергетике актуальной стала задача анализа цен на электроэнергию. Целью введения узлового ценообразования было использование генерирующих и сетевых мощностей наиболее эффективным образом в условиях конкурентных отношений различных собственников — производителей и потребителей электроэнергии. Идея такого подхода принадлежит Scheweppe F., Caramanis M., Bohn R. и др. [122; 124]. Принципы расчета узловых цен на основе решения задачи оптимизации УР ЭЭС были представлены Hogan W. в [161; 162]. В отечественной литературе вопросы оптимизации режимов ЭЭС, их взаимосвязи с ценообразованием в условиях конкурентного рынка изложены в [4; 34; 163].

С помощью узлового ценообразования с использованием нелинейной оптимизации УР ЭЭС обеспечивается эффективная загрузка генерирующего оборудования и одновременно определяются узловые цены на электроэнергию, которые равны предельным издержкам поставки мощности в узлы. Узловая цена показывает изменение стоимости, которое было зафиксировано при передаче в узел последнего 1 МВт мощности при учете всех ограничений системы. Другими словами, узловая цена — это теневая цена уравнений баланса активной мощности в задаче оптимизации УР ЭЭС. В регламентах оптового рынка электроэнергии и мощности в России [11] дано следующее определение узловой цены на РСВ: узловая цена отражает стоимость покрытия «замыкающего» (или «последнего») 1 МВт спроса со стороны генераторных агрегатов энергосистемы. В России стоимость электроэнергии на оптовом рынке разделяется на регулируемую и конкурентную. Регулируемая часть рассчитывается для населения и приравненных к нему потребителей, а также в неценовых зонах и особых субъектах РФ ценовых зон. Свободная часть включает в себя стоимость на РСВ, БР — рынках с узловым ценообразованием — и стоимость по свободным двусторонним договорам. Согласно годовым отчетам АО «АТС» [164] доля стоимости электроэнергии, реализуемой на РСВ и БР, в общей стоимости электроэнергии и мощности на оптовом рынке превышает 65 %. Это обуславливает практическую важность изучения МЛ и параметров оптимальных режимов ЭЭС.

Узловое ценообразование используется и на зарубежных рынках электроэнергии, в частности в США, Новой Зеландии, Сингапуре и др. [23–29]. Одна из основных его целей — обеспечить возможность загружать генерирующее оборудование таким образом, чтобы не создавать перегрузок в электрических сетях. Сторонниками узлового ценообразования обсуждаются вопросы использования узловых цен для управления ЭЭС, в которых узловые цены в режиме реального времени будут сигналом к изменению мощности генераторов и нагрузок, включению в сеть и отключению из сети генерирующего оборудования, поддержанию напряжения и обеспечению необходимых резервов мощности [165; 166].

Противники узлового ценообразования указывают на его недостатки: стоимость сетевых ограничений становится выше, чем при обеспечении минимально необходимых мер для снятия перегрузок в сети. Кроме этого, у участников рынка имеются стимулы к сохранению перегрузок [167].

МЛ различаются в каждом узле из-за системных ограничений и потерь. Классическая декомпозиция применяется к узловым ценам и разбивает их на три составляющие: системную цену, вклад потерь и вклад системных ограничений [4; 129; 130; 168].

Системной ценой называют маржинальную цену топлива и обслуживания генерирующего оборудования [124], цену энергии [131], цену в балансирующем узле [4], цену в базисном узле [169] и т. д. Однако цена топлива и обслуживания генерирующего оборудования (или более правильно ХОПЗ) фактически неизвестна, поставщики могут закладывать в цену рентабельность и другие расходы. А в случае формирования цены заявкой покупателя она не будет отражать цену топлива вовсе. Цены в балансирующем или базисном узле не имеют экономического смысла системной цены — это цены в конкретных узлах, к которым, может быть, никто из участников даже не подключен.

Кроме расчета узловых цен, такая декомпозиция используется на зарубежных рынках электроэнергии в финансовых контрактах специального вида: прав на передачу мощности [161; 170] и страхования риска роста стоимости потерь [171; 172].

Рассмотренные в данной главе вопросы применения метода взвешенной декомпозиции при анализе цен РСВ и БР следуют за циклом работ, посвященных вопросам анализа и мониторинга узловых равновесных цен, влиянию на них стратегий участников рынка [173–177], управлению ценами при помощи

устройств FACTS и компенсирующих устройств реактивной мощности [93; 94; 118].

4.1 Анализ узловых цен на оптовом рынке электроэнергии

4.1.1 Проблемы существующей практики анализа узловых равновесных цен

МЛ используются в качестве цен на РСВ и БР в ежедневно проводимых конкурентных отборах ценовых заявок участников оптового рынка электроэнергии и мощности. Анализом узловых цен занимаются подразделения крупных генерирующих компаний и крупных потребителей, независимые аналитические агентства, предлагающие свои продукты по прогнозу и анализу цен широкому кругу пользователей, в том числе небольшим участникам рынка. Инфраструктурные организации — Коммерческий оператор, Системный оператор и Совет рынка — в своем штате также содержат подразделения или отдельных сотрудников, которые отвечают за анализ узловых цен.

Наиболее исследованной областью анализа цен является рассмотрение условий и причин отбора заявленных участниками мощностей. Подобный анализ основан на рассмотрении ценообразующих (замыкающих) заявок, полностью отобранных и полностью не отобранных заявок. Анализируются такие условия, как прогноз потребления, плановая выработка мощности гидроэлектростанций, мощности атомных электростанций, включение или выключение крупных блоков тепловых электростанций с относительно высокими КПД и низкими ценами в заявках. Учитываются крупные ремонты сетевого оборудования и сопутствующие изменения максимально допустимого перетока в контролируемых сечениях, начало или окончание отопительного сезона, весеннего половодья, рост цен на топливо [164; 178]. Анализ делается как для ценовых зон в целом, так и для отдельных энергосистем, если наблюдаются сетевые ограничения на передачу электроэнергии. С помощью перечисленной информации даются ответы на следующие вопросы:

- какое соотношение спроса и предложения в целом по ЕЭС или для отдельных энергосистем;
- какая структура предложения (доля атомных и гидроэлектростанций в плановой выработке электроэнергии);
- какие сетевые ограничения на переток активной мощности стали активными, как изменялся их предел;
- какие заявки стали замыкающими вследствие приведенных выше причин.

Фактически выделяются факторы, повлиявшие на выбор именно такого оптимального режима с текущими МЛ-формирующими параметрами. Для РСВ и БР с подачей ценовых заявок МЛ-формирующие узлы и заявки с МЛ-формирующими параметрами можно назвать ценообразующими, поскольку цена в МЛ-формирующем узле является основой образования цен в других узлах ЭЭС.

Формирование узловых равновесных цен, т. е. их различие между собой и по сравнению с ценообразующими узлами до сих пор не изучено. Одной из причин является использование нелинейной оптимизации УР ЭЭС. Нет четкого понимания, как на узловые цены влияет реактивная мощность. В [93; 94; 118] на численных экспериментах показано, что ее влияние в отдельных случаях может быть значительным. Нет исследований влияния слабых мест в сети и ограничений по напряжению. В [179] показан один из подходов анализа разницы узловых цен. Использование классической декомпозиции МЛ для этой цели не облегчает задачу анализа, поскольку ни одна компонента узловой цены, полученная по результатам такой декомпозиции, не связывает узловые цены с входными данными задачи оптимизации. По сути классическая декомпозиция даже не отвечает на вопрос о причинах разности узловых цен между собой.

Использование метода взвешенной декомпозиции позволяет детально рассмотреть узловые цены, связать их напрямую с параметрами целевой функции задачи оптимизации и свойствами оптимального УР. Подход основан на разложении МЛ на режимную компоненту, компоненты, обусловленные сетевыми ограничениями, и компоненты, обусловленные ограничениями по напряжению [126].

По объему финансовых обязательств РСВ является наиболее крупным сектором торговли электроэнергией на оптовом рынке электроэнергии и мощности.

В этой связи вопросы формирования узловых цен являются крайне важными и актуальными.

Рассмотрим пример расчета узловых цен на РСВ в России. Согласно отчету АО «АТС» о равновесных ценах в наиболее крупных узлах за 21.04.2017 в 14 часе [180] узловые цены сформированы на уровне от 391,75 до 2417,21 руб./МВт·ч. На рисунке 4.1 показано их распределение по территориям. Можно отметить, что наиболее высокие узловые цены наблюдаются в объединенной энергосистеме (ОЭС) Юга, наиболее низкие — в ОЭС Сибири. Следует отметить, что взятый пример не выделяется особым образом по сравнению с результатами расчета узловых равновесных цен в другие дни и часы. В целом причины такого распределения известны. Они приводятся в отчетах Администратора торговой системы и Совета рынка. Однако возникает вопрос высокой разницы узловых цен, например, в Омской области.

В таблице 4.1 приведены данные из отчета о равновесных ценах по узлам Омской области, а на рисунке 4.2 приведен граф фрагмента электрической сети из отчета АО «АТС» о плановых перетоках по ветвям и контролируемым сечениям [181; 182] за тот же период времени с указанием узловых равновесных цен.

Согласно отчету АО «АТС» о торговом графике режимных генерирующих единиц [183] узел 1000796 Омской ТЭЦ-3 предположительно стал МЛ-формиру-

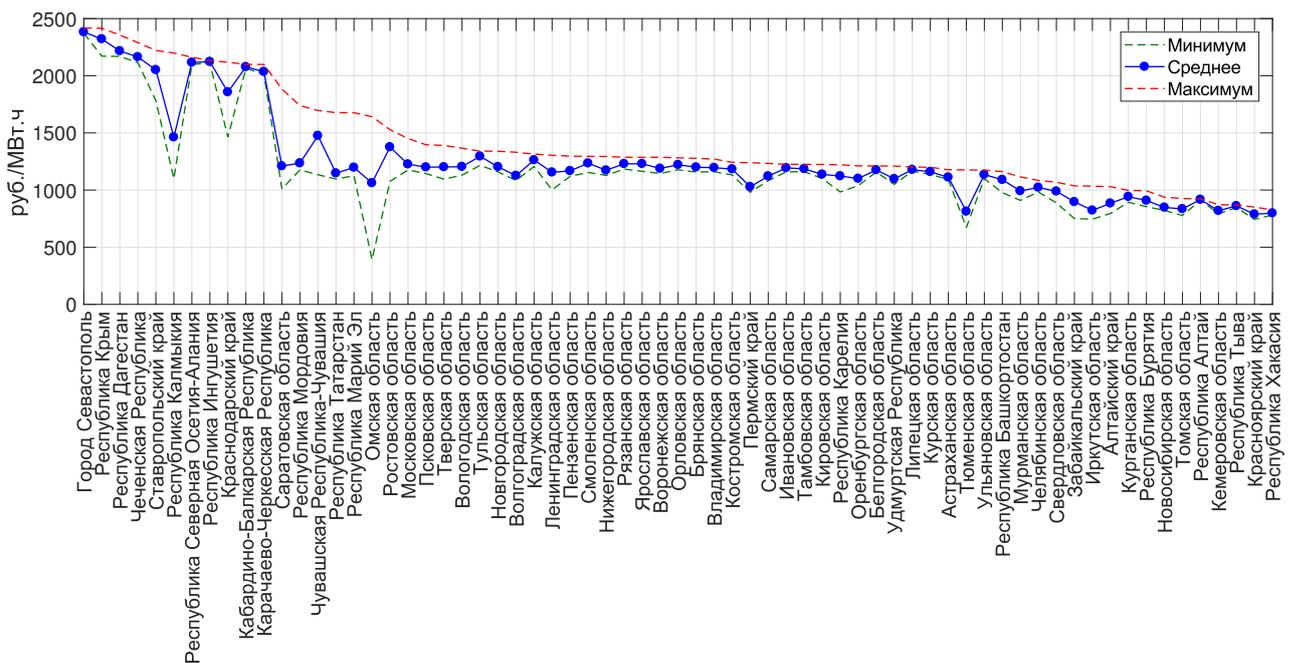


Рисунок 4.1 — Распределение узловых цен в 14 часе 21.04.2017

Таблица 4.1 – Равновесные узловые цены в Омской области в 14 часе
21.04.2017

Узел	Наименование	Класс напряжения, кВ	Цена, руб./МВт·ч
1000796	ОТЭЦ-3	120	1642,00
1000731	пт С-20	120	1640,94
1000730	пт С-19	120	1640,94
1000733	пт С-62	120	1566,14
1000732	пт С-61	120	1565,83
1000718	Весенняя	120	1487,50
1000714	Юбилейная	120	1374,00
1000713	Москаленки	120	1352,62
1000771	пт Т4-Т3 1	120	1309,47
1000772	пт Т4-Т3 2	120	1309,16
1000794	Лузино-110	120	1275,71
1000786	Петрушенко	120	1262,94
1000791	ОТЭЦ-4-110 (+ТЭЦ ЗП)	120	1259,05
1000710	Стрела	120	1240,18
1000767	Драгунская	120	1211,29
1000770	Мангут-Т	110	1176,12
1000773	ПС 2546	110	1172,16
1000774	ПС 2529	110	1169,00
1000712	Н-Уральская	120	1163,93
1000768	Называевская-110	120	1163,66
1000769	Называевская-220	230	1122,28
1000709	Жатва	120	1109,15
1000788	ОТЭЦ-4-220	240	1071,91
⋮	⋮	⋮	⋮
1000716	Иртышская-220	230	925,36
1000715	Иртышская-500	510	895,20
1000783	Таврическая-500	500	886,53
1000720	Восход-500	500	885,55
1000799	Таврическая-220	240	868,65
1000782	Ульяновская-220	240	787,52
1000778	ОТЭЦ-5 (ТГ5)	230	783,94
1000793	Московка-220	240	756,93
1000787	Валерино	120	727,56
1000785	Н-Кормиловка	120	629,04
1000795	Московка-110	120	555,88
1000789	Густафьево	120	550,06
1000781	Ульяновская-110	120	501,89
1000780	ОТЭЦ-5 (+ТЭЦТУ,Ошин)	120	445,66
1000798	Октябрьская-110	120	391,75

ющим, поскольку плановая выработка ТГ-10 равна 81,215 МВт при $P^{\min} = 80$ МВт, $P^{\max} = 120$ МВт.

В отчете о плановых перетоках мощности в контролируемых сечениях [182] находим, что в Омской энергосистеме имеется контролируемое сечение 10109, состоящее из одной линии Октябрьская-110 (узел 1000798) — пт С-19 (узел 1000730). В нем переток активной мощности достиг максимально допустимого значения 69 МВт, установленного Системным оператором.

Сформулируем затруднения, возникающие в данном случае анализа распределения узловых цен.

1. Сформированы крайне низкие цены в узлах Октябрьская-110, ОТЭЦ-5 и др. Исходя из рисунка 4.1, узловых цен ниже 600 руб./МВт·ч, кроме как в Омской области, не наблюдается. Заявки Омской ТЭЦ-5 согласно отчету АО «АТС» о торговом графике режимных генерирующих единиц [183] не отображены, а мощность генераторов равна нижнему пределу регулирования. То есть таких цен, какие даны в таблице 4.1 и показаны на рисунке 4.2 в ЭЭС, в ценообразующих заявках не было.

2. Несмотря на то, что Омской ТЭЦ-3 сформирована цена 1642 руб./МВт·ч, она распространяется всего на 4 узла: пт С19, 20, 61 и 62. Более того, уже у Омской ТЭЦ-4 цена ниже на 35 %.

Возникают вопросы, как узловые цены могут быть настолько различны, почему они распределены таким образом. Объяснения в виде «стоимости покрытия замыкающего спроса» и «влиянии системных ограничений» совершенно недостаточно для понимания, как узловые цены сформированы. Чтобы снять данные вопросы, в дальнейшем для анализа равновесных цен РСВ рассматривается применение разработанного в предыдущей главе метода взвешенной декомпозиции МЛ.

4.1.2 Применение метода взвешенной декомпозиции

Отметим, что до настоящего времени не существовало теоретической базы, позволяющей обосновать формирование узловых равновесных цен, кроме того факта, что они являются МЛ к уравнениям баланса активной мощности. Покажем, что данный пробел восполняет метод взвешенной декомпозиции уз-

ловых цен, который через параметры оптимального режима связывает узловые цены с ценообразующими заявками.

В соответствии с разработанным методом и предложенной физической интерпретацией узловых цен формирование низких (в том числе нулевых) или высоких цен объясняется необходимостью снижения или увеличения режимной компоненты цены при поставке последнего 1 МВт. Относительный прирост мощности в рассматриваемом узле с нестандартной узловой ценой требует не только соответствующей загрузки регулирующих узлов, но и соблюдения активных ограничений. В таком случае происходит перезагрузка регулирующих узлов в объеме, необходимом для поддержания активных ограничений на заданном уровне. Высокая узловая цена является следствием роста предельных издержек в ЭЭС из-за одновременного роста узловой мощности в МЛ-формирующем узле с более высокой ценой и ее снижения в МЛ-формирующем узле с более низкой ценой. Формирование низкой узловой цены, наоборот, является следствием снижения предельных издержек в ЭЭС из-за обратной ситуации.

Аналогичным образом исследуются другие интересующие аналитика случаи формирования узловых цен. Анализ разницы узловых цен между соседними узлами также может сопровождаться анализом относительных приростов мощности в МЛ-формирующих узлах. На соседние узлы могут оказывать влияние одни и те же факторы, однако приросты мощности в регулирующих узлах будут различны из-за отличающихся откликов ЭЭС в рассматриваемых узлах.

Отдельная задача встает перед потребителями, расположенными в отдалении от крупных промышленных центров с присущим им ценообразованием, например на границе субъектов РФ. Образование цен в узлах таких потребителей в разное время и в разной степени согласовано с ближайшими региональными центрами. Результатом суммирования влияния большого количества разных факторов является самостоятельная динамика узловых цен, отличающаяся от соответствующих динамик ближайших центров. Проведение анализа узловых цен для смежных узлов, находящихся на границе энергосистем, — крайне сложная задача из-за небольшого веса большого количества влияющих факторов. В такой ситуации метод взвешенной декомпозиции также оказывается полезным. Кроме того, что он позволяет определить точный вес влияния той или иной ценообразующей заявки, того или иного фактора, с его помощью можно выделить вес факторов за длительный период времени. Суммарная стоимость

электроэнергии, выставленная потребителю в счете, может быть разбита на различные составляющие, сформированные по различным причинам.

Пример 4.1. Проиллюстрируем предлагаемый подход на примере 3.8 с ЭЭС-30. Узловые цены приведены на рисунке 3.16. Случай формирования МЛ в узле 16 на уровне 205,68 руб./МВт·ч здесь аналогичен формированию цены в узле Октябрьская-110 в реальном конкурентном отборе в Омской области 21.04.2017 г.

Рассмотрение ЭЭС-30 вместо реальной схемы из более чем 9000 узлов позволяет 1) рассмотреть основы ценообразования в более компактном виде; 2) получить любые интересующие параметры режима, которые не публикуются АО «АТС».

Применим предлагаемый подход к узлам 16 и 17 с ценами 205,68 и 1789,1 руб./МВт·ч соответственно. Ценообразующими узлами здесь являются узлы 2, 22 и 27 с ценами 1250, 1500 и 1000 руб./МВт·ч соответственно. Так же как и в случае Омской энергосистемы, узловые цены отличаются от ценообразующих параметров. В узле 16 цена в пять раз ниже минимального параметра, а в узле 17 цена на 20 % выше максимального. В этом случае обычно дается пояснение, что такой уровень МЛ обуславливается вкладом сетевых ограничений. Но то, что в линиях 16—17 и 27—28 переток активной мощности достиг максимально допустимого значения, не дает объяснения такому уровню узловых цен.

Согласно методу взвешенной декомпозиции режимная компонента узловой цены 205,7 руб./МВт·ч определяется ценообразующим узлом 22 на 60,6 %, узлом 2 на 32,7 % и узлом 27 на 6,7 % (таблица 3.14). Именно такой относительный прирост мощности наблюдается в данных узлах в данном оптимальном режиме при росте мощности нагрузки в узле 16. Учитывая цены в заявках, режимная компонента составляет 1386,02 руб./МВт·ч. Расчет УР с регулирующими узлами при покрытии замыкающего 1 МВт мощности нагрузки в узле 16 приводит к тому, что переток мощности в линии 16—17 снижается на 0,56 МВт (см. таблицу 3.15). Использование дополнительной пропускной способности позволяет снизить «дорогую» мощность узла 22 и увеличить более дешевую мощность узлов 2 и 27 в соответствии с весовыми коэффициентами в таблице 3.16. Это приводит к снижению предельных издержек в МЛ-формирующих узлах на 1197,49 руб./МВт·ч.

В случае с узлом 17, расчет УР с регулируемыми узлами при покрытии замыкающего 1 МВт мощности нагрузки в нем приводит к росту перетока в линии 16—17 на 0,16 МВт. Это недопустимо, поскольку нарушает заданные ограничения. Изменение перетока достигается перезагрузкой мощности в регулирующих узлах, что увеличивает предельные издержки в МЛ-формирующих узлах на 341,94 руб./МВт·ч.

На рисунке 4.3 показаны компоненты всех узловых цен в ЭЭС-30. Синей областью обозначена режимная компонента, графиком показаны: а) узловая цена, б) режимная компонента и компонента контролируемого сечения 16—17, в) режимная компонента и компонента контролируемого сечения 27—28, г) режимная компонента и компонента ограничения по напряжению в узле 29.

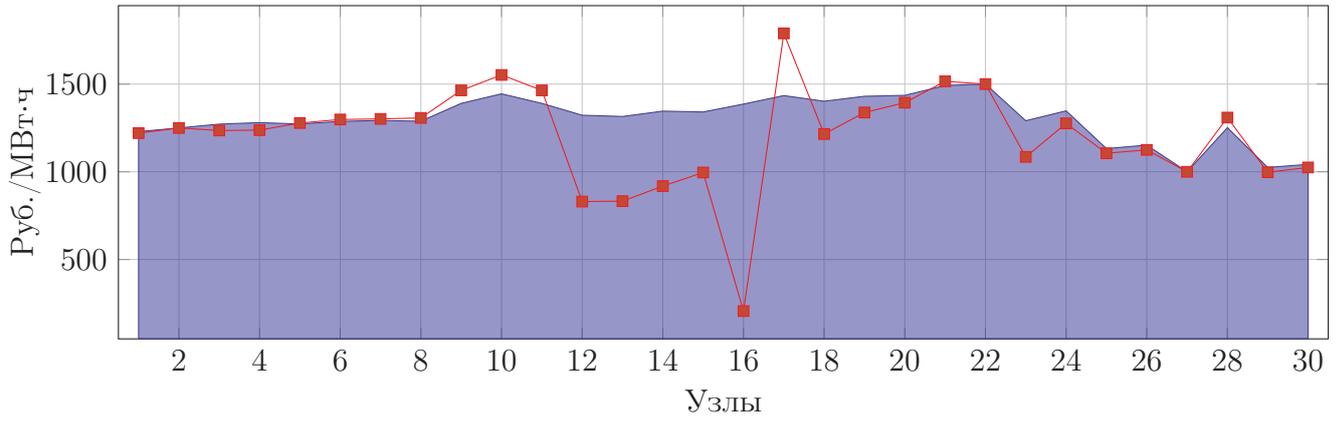
Рисунок показывает, что наибольшее влияние на узловые цены в ЭЭС оказывает активное ограничение в линии 16—17. Вклад этой линии оказывается разнонаправленным. Второе активное сетевое ограничение в линии 27—28 дает только положительный прирост цен во всех узлах, но влияет в меньшей степени. Ограничение по напряжению в узле 29 снижает узловые цены только в двух узлах: 29 и 30.

Метод взвешенной декомпозиции применим в тех случаях, когда необходимо определить, как были сформированы узловые цены, объяснить их разницу между собой, определить факторы их формирования при условии известного оптимального режима ЭЭС, при котором они получены.

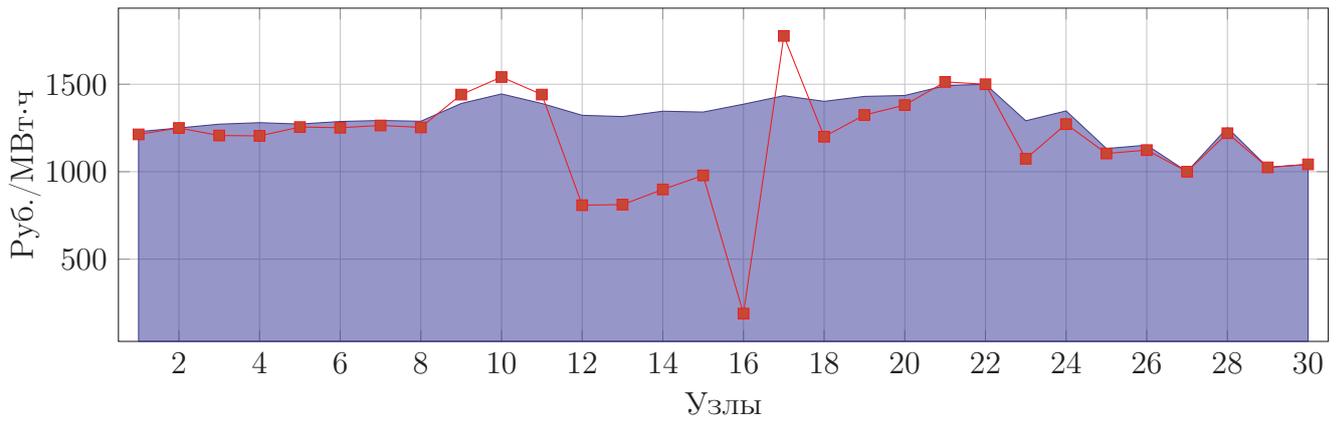
4.1.3 Адресность узловых цен

В ряде случаев может быть крайне полезным использование принципа адресности узловых равновесных цен, заложенного в основу метода взвешенной декомпозиции. Адресность узловых равновесных цен позволит ответить на вопрос о вкладе каждой ценообразующей заявки в конкретную узловую цену.

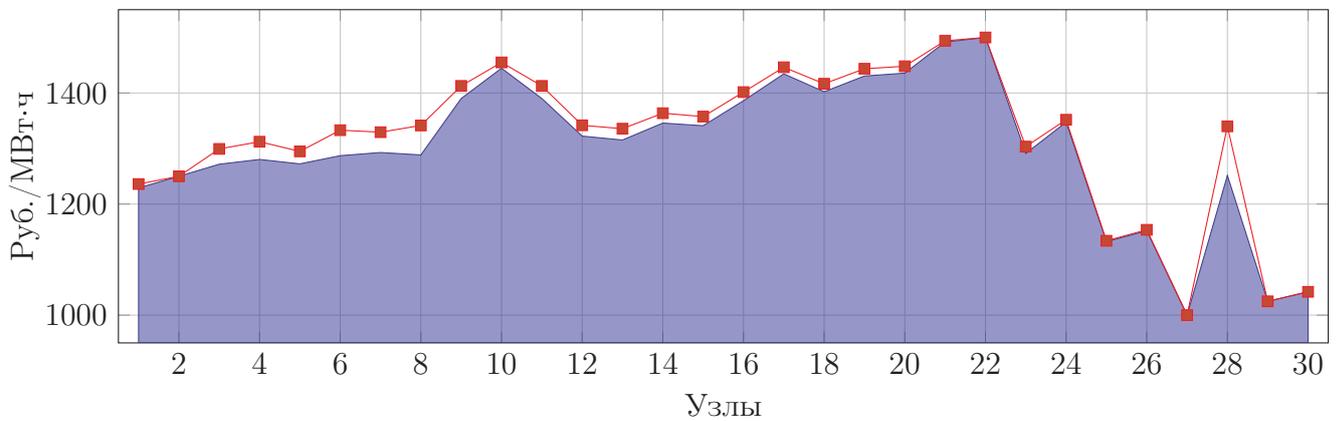
С помощью различных методов адресности определяют, кто именно произвел электроэнергию, потребляемую тем или иным потребителем. Аналогично определяется, кто именно внес вклад в потери мощности при транзите. Очевидно, что коэффициенты адресности в каком-либо УР зависят от методики



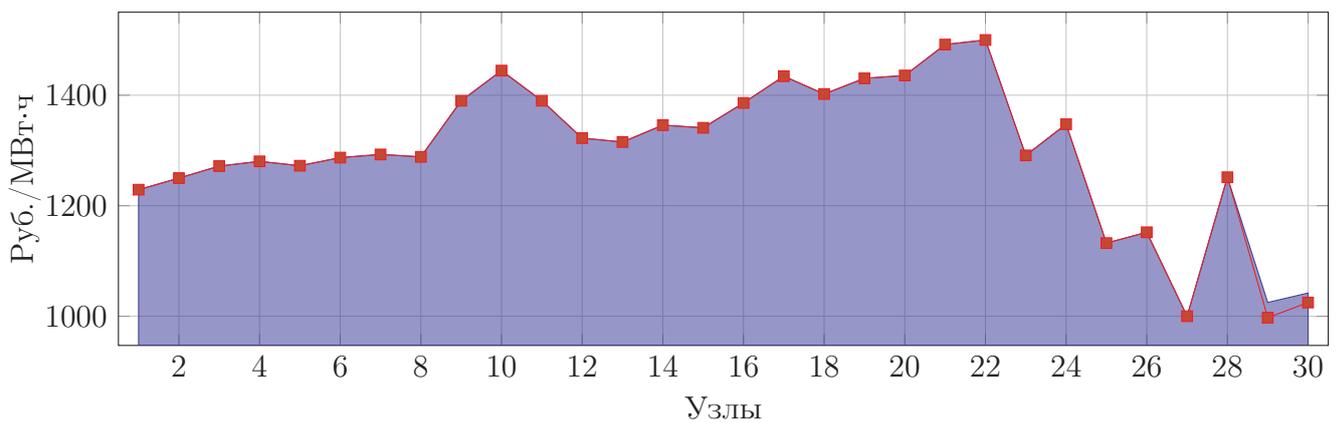
а) Режимная компонента и узловая цена



б) Режимная компонента и вклад контролируемого сечения 16–17



в) Режимная компонента и вклад контролируемого сечения 27–28



г) Режимная компонента и вклад ограничения по напряжению в узле 29

Рисунок 4.3 — Компоненты узловых цен (пример 3.8)

расчета. Адресность потоков и потерь мощности, а также стоимости поставок электроэнергии с топологической точки зрения рассматривается в следующих работах [184–190]. Другие подходы к адресности основаны на методах наложения [191–193], использовании коэффициентов распределения узловых мощностей при влиянии на перетоки мощности в ветвях ЭЭС или коэффициентов чувствительности перетоков мощности к изменению узловых мощностей [107; 189; 194; 195] и других методах [157].

В [188; 196] разработан принцип затратного узлового ценообразования для рынков электроэнергии, основанный на адресности передачи электроэнергии и ее стоимости. Метод предусматривает также и адресность формирования узловых цен, которая предполагает определение доли участия поставщика в узловой цене потребителя. При маржинальном узловом ценообразовании адресность узловых цен обеспечивается методом взвешенной декомпозиции.

Для разобранных ранее примеров 3.8 и 4.1 адресность можно представить так, как показано на рис. 4.4.

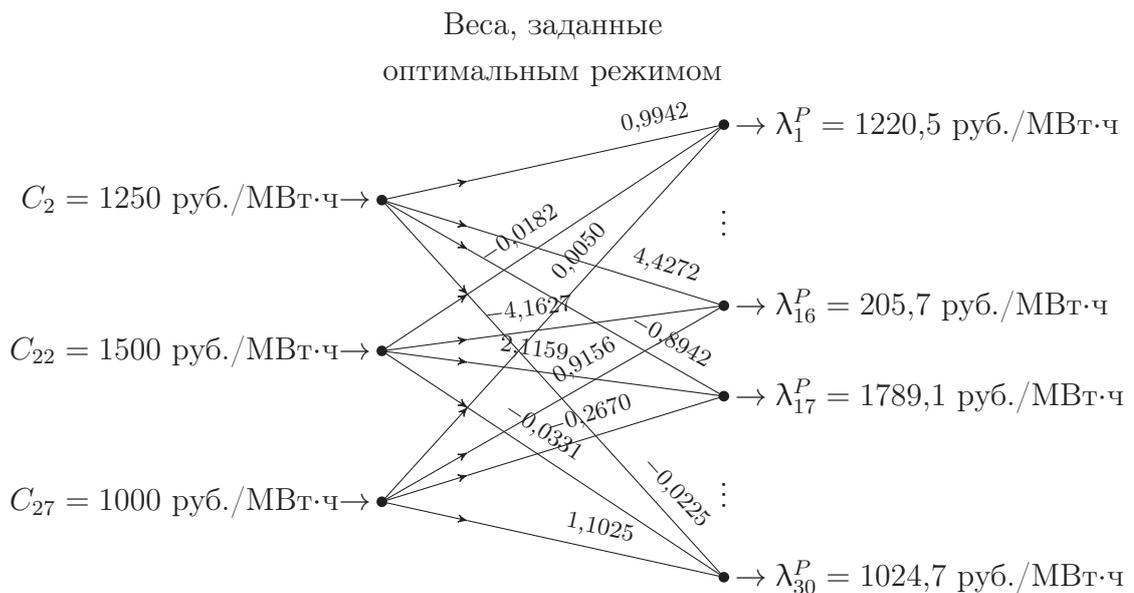


Рисунок 4.4 — Адресность узловых цен с весовыми коэффициентами

Выводы по параграфу 4.1.

Рассмотрены сложности, встречающиеся при анализе узловых цен на РСВ и БР. Как правило, известны причины выбора именно такого оптимального режима ЭЭС. Однако понимание, как были сформированы узловые цены, зачастую затруднено. Возникают вопросы, например, как происходит формирование узловых цен ниже или выше цен в ценообразующих узлах.

Для целей анализа предложено использовать метод взвешенной декомпозиции. Он позволяет дополнить аналитические инструменты оптового рынка электроэнергии и мощности, получить ответы на вопросы о разнице узловых цен, факторах их формирования, очень высоких и нулевых узловых ценах, ценах в смежных узлах, находящихся на границах энергосистем, и др. Метод взвешенной декомпозиции также обладает свойством адресности, позволяющим определить вес и долю ценообразующих заявок в узловых ценах.

Далее рассматриваются суточные оптимальные режимы, в которых анализ узловых цен усложняется из-за наличия межчасовых ограничений.

4.2 Декомпозиция узловых цен при оптимизации суточных режимов ЭЭС

4.2.1 Постановка задачи конкурентного отбора ценовых заявок на сутки вперед

Помимо рассмотренных ранее ограничений на РСВ в конкурентном отборе ценовых заявок учитываются суточные интегральные ограничения на выработку электроэнергии гидроэлектростанциями (ГЭС), межчасовые ограничения на сброс (набор мощности генераторами). Это значительным образом усложняет как решение задачи оптимизации, так и последующий анализ узловых цен.

Постановка задачи РСВ дана в регламентах оптового рынка [11]. Запишем ее следующим образом:

$$\sum_{h=1}^{24} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{dh}} C_{dh}^l P_{dh}^l - \sum_{h=1}^{24} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} C_{gh}^l P_{gh}^l \rightarrow \max, \quad |\eta = -1, \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{d \in D_i} \sum_{l \in \mathcal{L}_{dh}} P_{dh}^l - \sum_{g \in G_i} \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l + \\ & + \sum_j P_{ijh}(\delta_{ih}, \delta_{jh}, U_{ih}, U_{jh}) = 0, \quad i \in \mathcal{N}, h = \overline{1, 24} \quad |\lambda_{ih}^P, \quad (4.2) \end{aligned}$$

$$\sum_{d \in D_i} Q_{dh} - \sum_{g \in G_i} Q_{gh} +$$

$$+ \sum_j Q_{ijh}(\delta_{ih}, \delta_{jh}, U_{ih}, U_{jh}) = 0, \quad i \in \mathcal{N}, h = \overline{1,24} \quad |\lambda_{ih}^Q, \quad (4.3)$$

$$0 \leq P_{gh}^l \leq P_{gh}^{l \max}, \quad g \in \mathcal{G}, l \in \mathcal{L}_{gh}, h = \overline{1,24} \quad |\pi_{gh}^{l \max(\min)}, \quad (4.4)$$

$$0 \leq P_{dh}^l \leq P_{dh}^{l \max}, \quad g \in \mathcal{G}, l \in \mathcal{L}_{dh}, h = \overline{1,24} \quad |\psi_{dh}^{l \max(\min)}, \quad (4.5)$$

$$P_{sh}^{\min} \leq P_{sh} \leq P_{sh}^{\max}, \quad s \in \mathcal{S}, h = \overline{1,24} \quad |\sigma_{sh}^{\max(\min)}, \quad (4.6)$$

$$U_{ih}^{\min} \leq U_{ih} \leq U_{ih}^{\max}, \quad i \in \mathcal{N}, h = \overline{1,24} \quad |\mu_{ih}^{U \max(\min)}, \quad (4.7)$$

$$P_{gh}^{\min} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l \leq P_{gh}^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, h = \overline{1,24} \quad |\pi_{gh}^{\max(\min)}, \quad (4.8)$$

$$Q_{gh}^{\min} \leq Q_{gh} \leq Q_{gh}^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}, h = \overline{1,24} \quad |\rho_{gh}^{\max(\min)}, \quad (4.9)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{dh}} P_{dh}^l \leq P_{dh}^{\max}, \quad d \in \mathcal{D}, h = \overline{1,24} \quad |\psi_{dh}^{\max}, \quad (4.10)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{g(h-1)}} P_{g(h-1)}^l - n_{gh}^- \leq \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l, \quad g \in \mathcal{G}, h = \overline{1,24} \quad |\nu_{gh}^-, \quad (4.11)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l \leq \sum_{l \in \mathcal{L}_{g(h-1)}} P_{g(h-1)}^l + n_{gh}^+, \quad g \in \mathcal{G}, h = \overline{1,24} \quad |\nu_{gh}^+, \quad (4.12)$$

$$W_g^{\min} \leq \sum_{h=1}^{24} P_{gh}^{l=1} \Delta t \leq W_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}^{int} \quad |\omega_g^{\max(\min)}. \quad (4.13)$$

Здесь каждая переменная дополняется индексом h , обозначающим момент времени, к которому она относится. Индекс h может принимать значения от 1 до 24, поскольку на РСВ расчет ведется в отношении 24 часовых интервалов. Индекс l введен для ступеней заявок на производство и на потребление электроэнергии. Существует требование, что заявки на производство должны быть монотонно возрастающими, заявки на потребление — монотонно убывающими. Неравенства (4.11)—(4.12) определяют ограничения сброса и набора мощности, а параметры n_{gh}^-, n_{gh}^+ обозначают максимально допустимые значения сброса, набора мощности генераторов за час соответственно. Неравенства (4.13) представляют собой интегральные ограничения. Параметры W_g^{\min}, W_g^{\max} обозначают соответственно минимальные и максимальные значения производства электроэнергии на ГЭС за сутки ($\Delta t = 1$ час).

Реализация метода взвешенной декомпозиции предполагает использование результатов глав 1—3, а именно:

1. Анализ необходимых условий оптимальности.
2. Классификацию узлов на МЛ-формирующие, МЛ-принимающие, узлы с контролируемыми фазами и модулями напряжений.

3. Построение схемы взаимосвязи переменных задачи и математической модели чувствительности оптимальных суточных режимов при наличии активных сетевых ограничений или ограничений по напряжению.
4. Получение выражений для определения весовых коэффициентов влияния МЛ-формирующих узлов на МЛ в МЛ-принимающих узлах.

4.2.2 Необходимые условия оптимальности и классификация узлов

Запишем функцию Лагранжа задачи (4.1)–(4.13):

$$\begin{aligned}
L = & - \sum_{h=1}^{24} \left(\sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{dh}} C_{dh}^l P_{dh}^l - \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} C_{gh}^l P_{gh}^l \right) + \\
& + \sum_{h=1}^{24} \left(\mathbf{F}_P(\mathbf{X}_h, \mathbf{P}_h)^T \boldsymbol{\lambda}_h^P + \mathbf{F}_Q(\mathbf{X}_h, \mathbf{P}_h)^T \boldsymbol{\lambda}_h^Q + \mathbf{P}_S(\mathbf{X}_h)^T \boldsymbol{\sigma}_h + \mathbf{F}_U(\mathbf{X}_h)^T \boldsymbol{\mu}_h^U \right) + \\
& + \sum_{h=1}^{24} \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} \left(-P_{gh}^l \pi_{gh}^{l \min} + (P_{gh}^l - P_{gh}^{l \max}) \pi_{gh}^{l \max} \right) + \\
& + \sum_{h=1}^{24} \sum_{g \in \mathcal{G}} \left(\left(P_{gh}^{\min} - \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l \right) \pi_{gh}^{\min} + \left(\sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l - P_{gh}^{\max} \right) \pi_{gh}^{\max} \right) + \\
& + \sum_{h=1}^{24} \sum_{g \in \mathcal{G}} \left((Q_{gh}^{\min} - Q_{gh}) \rho_{gh}^{\min} + (Q_{gh} - Q_{gh}^{\max}) \rho_{gh}^{\max} \right) + \\
& + \sum_{h=1}^{24} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{dh}} \left(-P_{dh}^l \psi_{dh}^{l \min} + (P_{dh}^l - P_{dh}^{l \max}) \psi_{dh}^{l \max} \right) + \tag{4.14} \\
& + \sum_{h=1}^{24} \sum_{g \in \mathcal{G}} \left(\left(\sum_{l \in \mathcal{L}_{g(h-1)}} P_{g(h-1)}^l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l - n_{gh}^- \right) \mathbf{v}_{gh}^- \right) + \\
& + \sum_{h=1}^{24} \sum_{g \in \mathcal{G}} \left(\left(\sum_{l \in \mathcal{L}_{gh}} P_{gh}^l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{g(h-1)}} P_{g(h-1)}^l - n_{gh}^+ \right) \mathbf{v}_{gh}^+ \right) + \\
& + \sum_{g \in \mathcal{G}^{int}} \left(\left(W_g^{\min} - \sum_{h=1}^{24} P_{gh}^{l=1} \right) \omega_g^{\min} + \left(\sum_{h=1}^{24} P_{gh}^{l=1} - W_g^{\max} \right) \omega_g^{\max} \right).
\end{aligned}$$

Сформулируем необходимые условия оптимальности. Во-первых, должны выполняться ограничения равенства и неравенства (4.2)–(4.13). Кроме того, $\forall g \in \mathcal{G}(\mathcal{G}_i), d \in \mathcal{D}(\mathcal{D}_i), h = \overline{1,24}, l \in \mathcal{L}_{dh}(\mathcal{L}_{gh})$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{dh}^l} = -C_{dh}^l + \lambda_{ih}^P - \psi_{dh}^{l \min} + \psi_{dh}^{l \max} = 0, \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_{gh}^l} = & C_{gh}^l - \lambda_{ih}^P - \pi_{gh}^{l \min} + \pi_{gh}^{l \max} - \pi_{gh}^{\min} + \pi_{gh}^{\max} + \\ & + \mathbf{v}_{g(h+1)}^- - \mathbf{v}_{gh}^- + \mathbf{v}_{gh}^+ - \mathbf{v}_{g(h+1)}^+ - \omega_g^{\min} + \omega_g^{\max} = 0, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{gh}} = -\lambda_{ih}^Q - \rho_{gh}^{l \min} + \rho_{gh}^{l \max} = 0, \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}_h} = \mathbf{J}_h^T \boldsymbol{\lambda}_h + \mathbf{J}_{Sh}^T \boldsymbol{\sigma}_h + \boldsymbol{\mu}_h = 0, \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \pi_{gh}^{l \max} \geq 0, \quad \pi_{gh}^{l \min} \geq 0, \quad \pi_{gh}^{\max} \geq 0, \quad \pi_{gh}^{\min} \geq 0, \quad \psi_{dh}^{l \max} \geq 0, \quad \psi_{dh}^{l \min} \geq 0, \\ \sigma_{sh}^{\max} \geq 0, \quad \sigma_{sh}^{\min} \geq 0, \quad \mu_{ih}^{U \max} \geq 0, \quad \mu_{ih}^{U \min} \geq 0, \quad \rho_{gh}^{\max} \geq 0, \quad \rho_{gh}^{\min} \geq 0, \\ \mathbf{v}_{gh}^- \geq 0, \quad \mathbf{v}_{gh}^+ \geq 0, \quad \omega_g^{\max} \geq 0, \quad \omega_g^{\min} \geq 0. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Получаем, что выражения для производных для активной мощности нагрузок и реактивной мощности генераторов (4.15), (4.17) аналогичны соотношениям в (1.30). Узловые МЛ λ_{ih}^P будут равны C_{dh}^l в случае, если соответствующие мощности P_{dh}^l не будут находиться на пределах, указанных в заявке. Аналогично узловые МЛ λ_{ih}^Q будут равны нулю, если мощность Q_{gh} регулируема, т.е. не находится на пределах регулирования.

В выражении частной производной $\partial L / \partial P_{gh}^l$ в отличие от (1.30) добавлены МЛ к ограничениям на сброс (набор) и интегральным ограничениям. Тогда узловые МЛ λ_{ih}^P будут равны C_{gh}^l в случае, если не только мощность ступени генератора не ограничена пределами заявки и пределами регулирования мощности, но и для генератора не сработали ограничения по сбросу (набору) мощности и интегральные ограничения.

Из выражения (4.16) следует, что для интегральных ограничений в часы, когда мощность не ограничена пределами ступеней заявки и пределами регулирования, справедливо

$$\lambda_{ih}^P = C_{gh}^{l=1} - \omega_g^{\min} + \omega_g^{\max}, \quad (4.20)$$

где полагается, что $C_{gh}^{l=1} = C_g$ — ценовой параметр целевой функции для интегральной заявки, который на РСВ принимается равным 0,2. Поскольку он

одинаков для всех часов, можно отметить, что МЛ в узле в часы, когда мощность не ограничена другими пределами, сохраняет свое значение.

В какие-то часы интегральная заявка по ГЭС может стать МЛ-формирующей. В таком случае интегральный объем не достиг своих пределов и выполняются строгие неравенства $W_g^{\min} < \sum_{h=1}^{24} P_{gh}^{l=1} \Delta t < W_g^{\max}$. МЛ $\omega_g^{\max}, \omega_g^{\min}$ равны нулю и данное интегральное ограничение не учитывается при анализе чувствительности суточных оптимальных режимов.

В таком случае, в часах, когда генератор работает на максимальном или минимальном пределе регулирования, справедлива формула

$$\lambda_{ih}^P = C_{gh} + \pi_{gh}^{\max} - \pi_{gh}^{\min}. \quad (4.21)$$

Причем один из $\pi_{gh}^{\max}, \pi_{gh}^{\min}$ не равен нулю.

В других часах такой генератор является стандартным МЛ-формирующим генератором и

$$\lambda_{ih}^P = C_{gh} = 0,2. \quad (4.22)$$

Для активных ограничений сброса (набора) мощности генераторов также в часы, когда мощность не ограничена пределами ступеней заявки и пределами регулирования, справедливо

$$\lambda_{i(h)}^P = C_{gh}^l + \mathbf{v}_{gh}^+ - \mathbf{v}_{g(h+1)}^+ - \mathbf{v}_{gh}^- + \mathbf{v}_{g(h+1)}^-. \quad (4.23)$$

Очевидно, что для одного генератора одновременно не могут быть активны ограничения и на набор, и на сброс мощности. При однократном ограничении набора мощности в утренние часы и однократном ограничении сброса мощности в вечерние часы при условии $\pi_{gh}^{\max} = \pi_{gh}^{\min} = 0$ можно записать

$$\begin{aligned} \lambda_{i(h-1)}^P &= C_{g(h-1)}^l - \mathbf{v}_{gh}^+, \\ \lambda_{i(h)}^P &= C_{gh}^l + \mathbf{v}_{gh}^+ \end{aligned} \quad (4.24)$$

и

$$\begin{aligned} \lambda_{i(h-1)}^P &= C_{g(h-1)}^l + \mathbf{v}_{gh}^-, \\ \lambda_{i(h)}^P &= C_{gh}^l - \mathbf{v}_{gh}^-. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Суммируя МЛ в разных часах, получаем их связь с соответствующими параметрами целевой функции

$$\lambda_{i(h-1)}^P + \lambda_{i(h)}^P = C_{g(h-1)}^l + C_{gh}^l. \quad (4.26)$$

Если считать, что ступени заявок не изменились, то сумма двух МЛ будет равна удвоенному параметру в целевой функции. То есть МЛ в среднем ему равны.

Если ограничения активны в течение нескольких m часов, то имеют место выражения:

$$\begin{aligned}\lambda_{ih_1}^P &= C_{gh_1}^l - \mathbf{v}_{gh_1}^+, \\ \lambda_{ih_2}^P &= C_{gh_2} + \mathbf{v}_{gh_1}^+ - \mathbf{v}_{gh_2}^+, \\ &\dots\end{aligned}\tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{ih_{m-1}}^P &= C_{gh_{m-1}}^l + \mathbf{v}_{gh_{m-2}}^+ - \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^+, \\ \lambda_{ih_m}^P &= C_{gh_m}^l + \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^+\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\lambda_{ih_1}^P &= C_{gh_1}^l + \mathbf{v}_{gh_1}^-, \\ \lambda_{ih_2}^P &= C_{gh_2} - \mathbf{v}_{gh_1}^- + \mathbf{v}_{gh_2}^-, \\ &\dots\end{aligned}\tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{ih_{m-1}}^P &= C_{gh_{m-1}}^l - \mathbf{v}_{gh_{m-2}}^- + \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^-, \\ \lambda_{ih_m}^P &= C_{gh_m}^l - \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^-.\end{aligned}$$

Отметим, что сумма всех МЛ равна сумме ценовых параметров целевой функции:

$$\sum_{h=h_1}^{h_m} \lambda_{ih}^P = \sum_{h=h_1}^{h_m} C_{gh}^l.\tag{4.29}$$

Если задействована одна и та же ступень заявки и заявка содержит один и тот же параметр C_{gh}^l , то и для нескольких часов МЛ равны в среднем C_{gh}^l .

Проведем классификацию узлов для задачи оптимизации РСВ. Согласно таблице 1.3 узлы можно разделить на МЛ-формирующие и МЛ-принимающие. Очевидно, первыми будут те узлы, в которых выполняется равенство $\lambda_{ih}^P = C_{gh}^l$ или $\lambda_{ih}^P = C_{dh}^l$ для активной мощности и $\lambda_{ih}^Q = 0$ для реактивной мощности. Соответственно такие узлы формируют МЛ и активная (реактивная) мощность в таких узлах при малом воздействии на оптимальный режим будет изменена.

Также согласно (4.26), (4.29) МЛ-формирующими узлами можно назвать узлы с активными ограничениями сброса (набора мощности). Необходимо при этом учесть, что согласно (4.27) и (4.28) узел является также и МЛ-принимающим от других МЛ-формирующих узлов, поскольку в выражениях присутствуют МЛ $\mathbf{v}_{gh}^{+(-)} = \partial f / \partial n_{gh}^{+(-)}$.

МЛ-принимающими узлами будут узлы, в которых МЛ формируется под влиянием МЛ-формирующих узлов. Однако они должны быть разделены на два типа — те, в которых мощность известна, т.е. находится на пределе и не будет изменена при малом возмущении на ЭЭС, и те, на которые действуют интегральные ограничения. В них в данный час мощность может быть изменена. Несмотря на то, что при малом возмущении оптимального режима водные ресурсы ГЭС могут быть перераспределены в течение суток, суммарно они будут использоваться на заданном интегральном ограничении уровне. При этом суммарное изменение активной мощности в узле будет равно нулю.

Таким образом, при анализе чувствительности оптимальных режимов одновременно и МЛ, и мощность в таких узлах в данный час будут неизвестными. Такие узлы будем называть МЛ-принимающими регулируемыми узлами и обозначать TP_h^{int} .

В случае если интегральное ограничение не активно, в часы, когда выполняется (4.21), узел является обычным МЛ-принимающим узлом. В часы, когда выполняется (4.22), узел является обычным МЛ-формирующим узлом.

С контролируемыми напряжениями в узлах ситуация не изменяется и дуальность между режимными параметрами и соответствующими им МЛ сохраняется. Приведем типы узлов в таблице 4.2. Будем считать, что множество МЛ-принимающих узлов TP_h составляет все МЛ-принимающие узлы TP_h^n, TP_h^{int} , множество МЛ-формирующих узлов MP_h составляет все МЛ-формирующие узлы MP_h^n, MP_h^{ramp} .

Таблица 4.2 — Типы узлов в оптимальном режиме

Тип узла	Обозначение	Известные параметры	Неизвестные параметры
МЛ-формирующий часовой	$MP_h^n(MQ_h)$	$\lambda_{jh}^P(\lambda_{jh}^Q)$	$P_{jh}(Q_{jh})$
МЛ-формирующий межчасовой	MP_h^{ramp}	$\lambda_{j(h-1)}^P + \lambda_{jh}^P$	λ_{jh}^P, P_{jh}
МЛ-принимающий часовой	$TP_h^n(TQ_h)$	$P_{jh}(Q_{jh})$	$\lambda_{jh}^P(\lambda_{jh}^Q)$
МЛ-принимающий межчасовой	TP_h^{int}	$\sum_{h=1}^{24} P_{jh}\Delta t$	λ_{jh}^P, P_{jh}
Контролируемый (модуль, фаза напряжения контролируется)	$CD_h(CV_h)$	$U_{jh}(\delta_{jh})$	$\mu_{jh}^U(\mu_{jh}^\delta)$
Неконтролируемый (модуль, фаза напряжения не контролируется)	$LD_h(LV_h)$	$\mu_{jh}^U(\mu_{jh}^\delta)$	$U_{jh}(\delta_{jh})$

4.2.3 Анализ чувствительности суточных оптимальных режимов

Для декомпозиции МЛ требуется получить представление σ_h, μ_{th} из (4.18) и $\nu_{gh}^{+(-)}$ из (4.23) в виде линейной комбинации МЛ-формирующих параметров. Для этого рассмотрим схему взаимосвязи переменных задачи (4.1)–(4.13). На рисунке 4.5 переменные разделены на воздействия, реакции и параметры. Для дальнейших выкладок нас интересуют только воздействия на $P_{sha}, U_{jha}, n_{gh}^{+(-)}$.

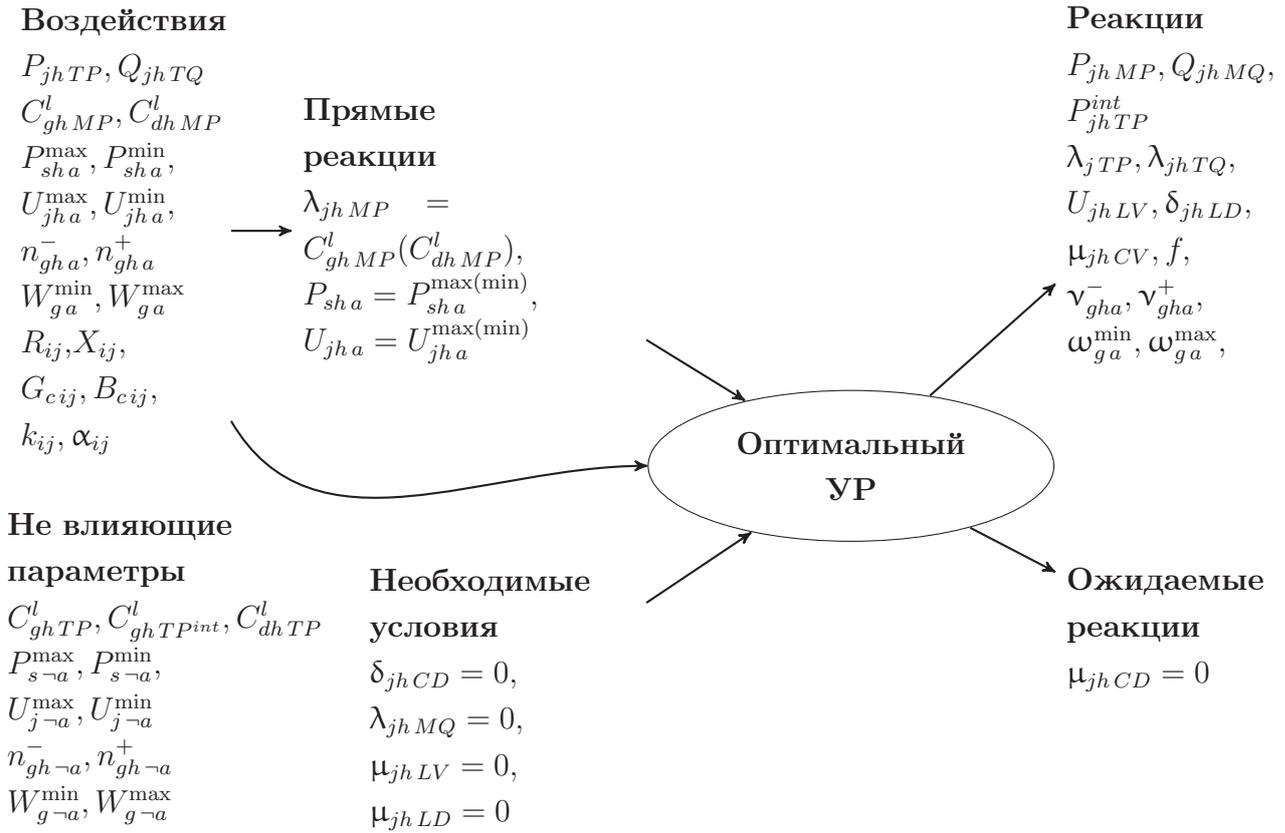


Рисунок 4.5 — Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для задачи (4.1)–(4.13)

Для рассмотрения достаточно малых возмущений оптимального режима оставим только активные ограничения неравенства. В этом случае их можно рассматривать как равенства и уравнения чувствительности записываются $\forall g \in \mathcal{G}(\mathcal{G}_i), d \in \mathcal{D}(\mathcal{D}_i), h = \overline{1,24}, l \in \mathcal{L}_{dh}(\mathcal{L}_{gh})$ как

$$\mathbf{J}_h \Delta \mathbf{X}_h = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_h \\ \Delta \mathbf{Q}_h \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

$$\mathbf{J}_{Sh} \Delta \mathbf{X}_h = \Delta \mathbf{P}_{Sh}, \quad (4.31)$$

$$\mathbf{H}_h \Delta \mathbf{X}_h + \mathbf{J}_h^T \Delta \lambda_h + \mathbf{J}_{S_h}^T \Delta \sigma_h + \Delta \mu_h = 0. \quad (4.32)$$

Межчасовые и интегральные ограничения дают следующие уравнения чувствительности для узлов с активными ограничениями на сброс (набор) мощности генераторами:

$$\begin{aligned} \Delta P_{j(h-1)} - \Delta P_{jh} &= \Delta n_{gh}^-, \\ \Delta P_{jh} - \Delta P_{j(h-1)} &= \Delta n_{gh}^+, \end{aligned} \quad (4.33)$$

причем исходя из (4.27), (4.28)

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_{ih}^P &= \Delta \mathbf{v}_{g(h+1)}^- - \Delta \mathbf{v}_{gh}^-, \\ \Delta \lambda_{ih}^P &= \Delta \mathbf{v}_{gh}^+ - \Delta \mathbf{v}_{g(h+1)}^+. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Для узлов с активными интегральными ограничениями:

$$\sum_{h=1}^{24} \left(\mathbf{J}_{j(\cdot)h}^{int} \Delta \mathbf{X}_h \right) = \sum_{h=1}^{24} \Delta P_{jh}^{int} = 0, \quad (4.35)$$

причем в часы, когда $\Delta P_{jh}^{int} \neq 0$,

$$\Delta \lambda_{ih}^P = \Delta \omega_g^{\max}. \quad (4.36)$$

Рассмотрим число полученных уравнений и соотнесем его с числом неизвестных. Имеем $\sum_{h=1}^{24} (|MP_h| + |MQ_h| + |TP_h| + |TQ_h|)$ уравнений в (4.30). Им соответствует $\sum_{h=1}^{24} (|MP_h| + |MQ_h|)$ неизвестных реакций активной и реактивной мощности в МЛ-формирующих регулирующих узлах и $\sum_{h=1}^{24} (|TP_h| + |TQ_h|)$ неизвестных МЛ к уравнениям баланса активной и реактивной мощности.

В (4.30) и (4.34) неизвестно $2 \sum_{h=1}^{24} |MP_h^{ramp}|$ реакций активной мощности и МЛ к ограничениям сброса (набора) мощности. В (4.33), (4.34) для них составлены $2 \sum_{h=1}^{24} |MP_h^{ramp}|$ уравнений.

Отметим, что в (4.30) неизвестно $\sum_{h=1}^{24} |TP_h^{int}|$ реакций активной мощности в регулирующих активную мощность узлах с интегральными ограничениями. К ним дополнительно имеется $\sum_{h=1}^{24} |TP_h^{int}|$ уравнений (4.36). В данных уравнениях появляются новые переменные $\Delta \omega_g^{\max}$ в количестве активных интегральных ограничений. Столько же уравнений формируется согласно (4.35).

Имеем также уравнения (4.31) в количестве активных сетевых ограничений с тем же числом неизвестных $\Delta\sigma_{sh}$. Кроме того, в (4.32) содержится $\sum_{h=1}^{24} (|CD_h| + |CV_h| + |LD_h| + |LV_h|)$ уравнений. Столько же неизвестных переменных имеется в $\Delta\mathbf{X}_h, \Delta\boldsymbol{\mu}_{ch}$.

По результатам анализа чувствительности необходимых условий оптимальности можем сформировать математическую модель чувствительности. Поскольку такие реакции как $\Delta\boldsymbol{\mu}_{ch}, \Delta\omega_g^{\max}$ в расчете производных $\boldsymbol{\sigma}_h = -\boldsymbol{\eta}(\partial f / \partial \mathbf{P}_{Sh}^{\max})^T$, $\boldsymbol{\mu}_{th} = -\boldsymbol{\eta}(\partial f / \partial \mathbf{U}_{th}^{\max} - \partial f / \partial \mathbf{U}_{th}^{\min})^T$ и $\mathbf{v}_{gh}^{+(-)} = -\boldsymbol{\eta}(\partial f / \partial \mathbf{n}_{gh}^{+(-)})^T$ не используются, а в уравнениях чувствительности они встречаются единожды, исключим уравнения с ними из рассмотрения.

Итоговая математическая модель приведена в (Б.1) Приложения Б. В ней матрицы \mathbf{I} содержат единицы в соответствующих строках и столбцах, а матрицы \mathbf{A} — +1 или -1.

Используя эту модель для нахождения необходимых производных, получаем

$$\boldsymbol{\sigma}_{h_{fix}} = \left(\frac{\partial \sum_{h=1}^{24} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}_i, i \in mh} P_g^l C_g^l + \sum_{g \in th^{int}} P_g^l C_g^l - \sum_{d \in \mathcal{D}_i, i \in mh} P_d^l C_d^l \right)}{\partial \mathbf{P}_{Sh_{fix}}^{\max}} \right)^T. \quad (4.37)$$

Здесь индекс h_{fix} означает интересующий нас час.

Согласно (4.35) второе слагаемое в числителе (4.37) равно нулю. Тогда будут верны выражения, аналогичные (3.23) и (3.24):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{h_{fix}} &= \sum_{h=1}^{24} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_{mh}}{\partial \mathbf{P}_{Sh_{fix}}^{\max}} \right)^T \mathbf{C}_{MP_h}, \\ \boldsymbol{\mu}_{th_{fix}} &= \sum_{h=1}^{24} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_{mh}}{\partial \mathbf{X}_{th_{fix}}^{\max}} - \frac{\partial \mathbf{P}_{mh}}{\partial \mathbf{X}_{th_{fix}}^{\min}} \right)^T \mathbf{C}_{MP_h} \end{aligned} \quad (4.38)$$

и выражение для МЛ к ограничениям сброса (набора мощности):

$$\mathbf{v}_{gh_{fix}}^{+(-)} = \sum_{h=1}^{24} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_{mh}}{\partial \mathbf{n}_{gh_{fix}}^{+(-)}} \right)^T \mathbf{C}_{MP_h}. \quad (4.39)$$

В формулах (4.38) учтено, что МЛ $\boldsymbol{\sigma}_h, \boldsymbol{\mu}_{th}$ в данном часе h могут быть образованы МЛ-формирующими параметрами из других часов. Такая связь появляется при решении уравнений чувствительности (Б.1) в случае, если имеются

активные межчасовые ограничения на сброс (набор) мощности генераторами или интегральные ограничения.

4.2.4 Компоненты МЛ для задачи конкурентного отбора ценовых заявок на сутки вперед

Разложение МЛ к уравнениям баланса активной и реактивной мощности на составляющие относительно МЛ-формирующих узлов будем основывать на уравнении (4.18). Матрицы Якоби в нем необходимо разбить аналогично (3.16) по МЛ-формирующим и МЛ-принимающим узлам. Тогда учитывая, что выражение градиента функции Лагранжа по часовым фазам и модулям напряжений (4.18) совпадает с выражением (1.28), аналогично (3.18) для 24 часовых интервалов имеем:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{tt1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{tt24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{t1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\lambda}_{t24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{mt1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{mt24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{m1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\lambda}_{m24} \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{S(:)t1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{S(:)t24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}_{24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_{t1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\mu}_{t24} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.40) \end{aligned}$$

и, принимая во внимание (4.27) и (4.28), МЛ в МЛ-принимающих узлах будут выражаться как

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{t1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\lambda}_{t24} \end{bmatrix} = & - \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{tt1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{tt24} \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{mt1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{mt24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m1} + \mathbf{v}_{m1} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{m24} + \mathbf{v}_{m24} \end{bmatrix} + \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{S(:)t1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{S(:)t24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}_{24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_{t1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\mu}_{t24} \end{bmatrix} \right), \quad (4.41) \end{aligned}$$

где векторы \mathbf{v}_{mh} составлены из МЛ $\mathbf{v}_{gh}^{+(-)}$ согласно (4.27) и (4.28).

Часовые индексы от 1 до 24 относятся не только к матрицам Якоби, МЛ и часовым параметрам целевой функции, но и множествам МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов, которые в каждый час меняются.

МЛ к сетевым ограничениям σ_h и ограничениям по напряжению μ_{th} выражаются через производные узловых мощностей в МЛ-формирующих узлах и соответствующие им параметры целевой функции (4.38). Подставляя их в (4.41), можем записать формулу декомпозиции МЛ на составляющие в общем виде:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{t1}(\mathbf{C}_{m1}, \dots, \mathbf{C}_{m24}) \\ \vdots \\ \lambda_{t24}(\mathbf{C}_{m1}, \dots, \mathbf{C}_{m24}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{t1}^{UP} \\ \vdots \\ \lambda_{t24}^{UP} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{t1}^{OC} \\ \vdots \\ \lambda_{t24}^{OC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{t1}^{OH} \\ \vdots \\ \lambda_{t24}^{OH} \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Ограничения сброса (набора) мощности учтены в (4.41). Рассмотрим особенности декомпозиции при учете активных интегральных ограничений. Как было показано выше, для интегрального ограничения формируется единый МЛ. Можем записать, что

$$\lambda_{th}^{int}(\mathbf{C}_{mh}, \mathbf{C}_{m-h}) = \text{idem}. \quad (4.43)$$

Данное свойство уравнивания часовых режимов и часовых МЛ-формирующих параметров вполне ожидаемо. Интегральный объем перераспределяется из ночных часов малых нагрузок в часы пиковых нагрузок. В течение суток отбираются мощности генераторов с примерно равными ценовыми параметрами, а единый МЛ в узле с интегральным ограничением формируется всеми часовыми МЛ-формирующими параметрами сразу. Его можно использовать в качестве МЛ-формирующего связующего между часами. Примем, что

$$\lambda_t^{int}(\mathbf{C}_{m1}, \dots, \mathbf{C}_{m24}) = \frac{1}{|H^{int}|} \sum_{h \in H^{int}} \lambda_{th}^{int}(\mathbf{C}_{mh}, \mathbf{C}_{m-h}), \quad (4.44)$$

где H^{int} — множество часов, где действует интегральное ограничение (т.е. при активном интегральном ограничении мощность генератора не ограничена часовыми пределами).

Предполагая, что λ_{th}^{int} в данном часе сформирован извне, можно использовать данный МЛ как МЛ-формирующий. После решения соответствующих уравнений в (4.41) вместо $\mathbf{C}_m^{int} = \lambda_t^{int}$ можно подставить выражение (4.44). Это позволит учесть также возможность регулирования мощности в таком узле и применить утверждения 3.1—3.3.

4.2.5 Примеры декомпозиции суточных узловых цен

Пример 4.2. Рассмотрим тестовую схему ЭЭС-30. Применим для часовых нагрузок суточный профиль нагрузки, характерный для режимов ЕЭС России (см. рисунок 4.6). Выберем, что генератор в узле 1 подает интегральную заявку с суточным объемом $20 \times 24 = 480$ МВт·ч. Заявки других генераторов следующие (узел — ценовой параметр, руб./МВт·ч): 2 — 1320, 13 — 1800, 22 — 1440, 23 — 1680, 27 — 1560.

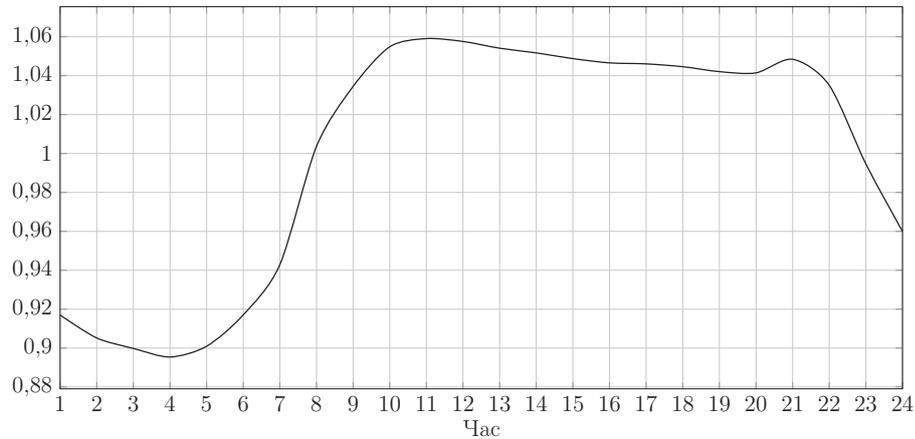


Рисунок 4.6 — Суточный профиль нагрузки

Мощности генераторов, полученные по результатам оптимизации, показаны на рисунке 4.7, МЛ в генераторных узлах — на рисунке 4.8. Генератор в узле 1 несет основную функцию выравнивания графика нагрузки. Его мощность повторяет профиль нагрузки, тогда как МЛ практически неизменен в течение суток. Отличия наблюдаются в трех ночных часах. Мощность генератора с 3 по 5 час равна нулю, т.е. находится на нижнем часовом пределе регулирования. МЛ в это время снижается.

Генератор 2 работает на максимуме, генераторы 13 и 23 не отобраны и не участвуют в покрытии нагрузки. Узлы генераторов 2, 13 и 23 являются МЛ-принимающими, МЛ в них формируются под влиянием других узлов. Генератор 22 работает на максимальном пределе регулирования в ночные часы. В дневные часы он разгружается немного ниже максимума. Учитывая дуальность узловых МЛ и мощностей, это особенно видно на графике с МЛ. Он с 9 по 22 час равен 1440 руб./МВт·ч. Узел 22 в указанные часы является МЛ-формирующим. Генератор 27 является МЛ-формирующим все часы суток и формирует в своем узле МЛ, равный 1560 руб./МВт·ч.

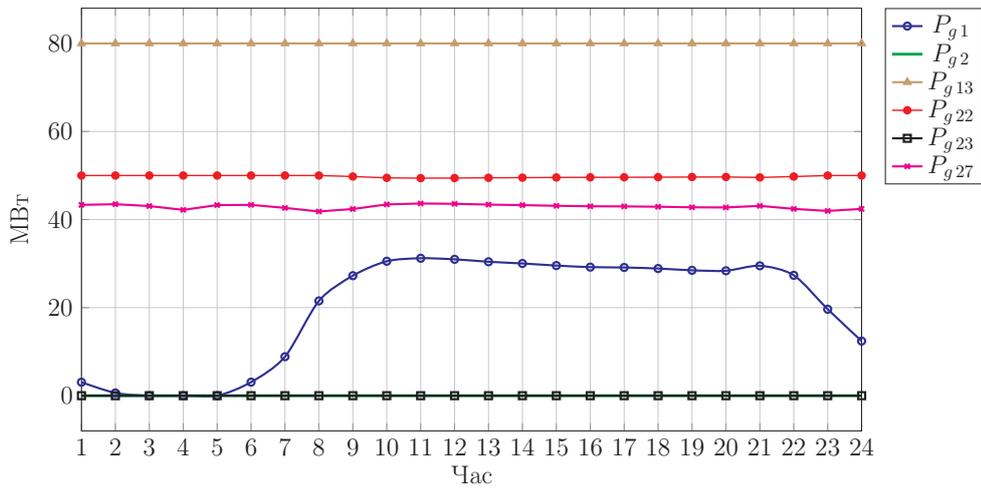


Рисунок 4.7 — Мощность генераторов в течение суток (пример 4.2)

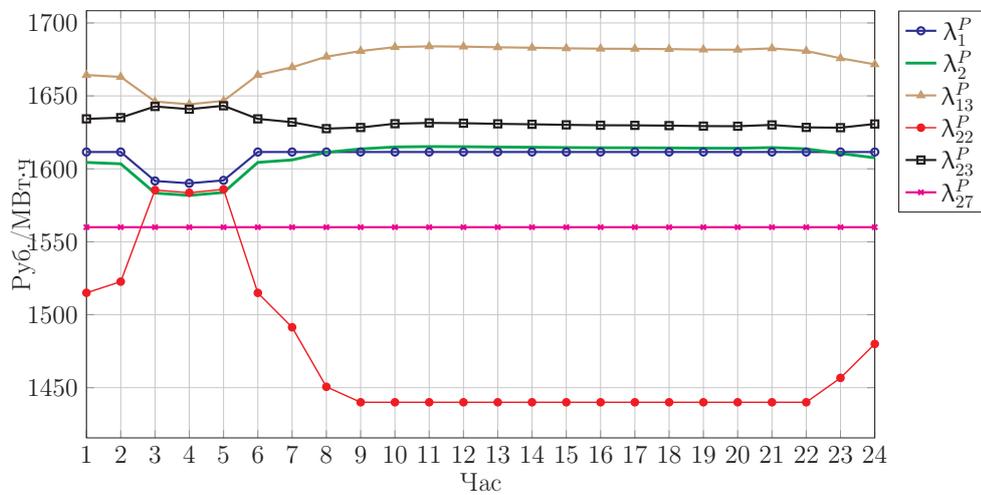


Рисунок 4.8 — МЛ в узлах генераторов в течение суток (пример 4.2)

Появление двух МЛ-формирующих узлов с 9 по 22 час обусловлено ограничением пропускной способности линии 21—22. На рисунке 4.9 показаны переток мощности в данной линии и МЛ к ограничению пропускной способности в ней. Отметим, что переток мощности в линии снижается только в ночные часы с 3 по 5. А в часы 1—2, 6—9, 23—24 в ЭЭС имеется только один МЛ-формирующий узел по активной мощности и мощность генератора в узле 22 максимальна.

Таким образом, можно выделить три характерных режима: ночной-1, дневной и ночной-2. Ночной режим 1 характеризуется: одним МЛ-формирующим узлом 27 с МЛ 1560 руб./МВт·ч, отсутствием активных сетевых ограничений, независимостью от других часов с точки зрения интегрального распределения МЛ.

Дневной режим характеризуется двумя МЛ-формирующими узлами 22 и 27 с МЛ 1440 и 1560 руб./МВт·ч соответственно, активным сетевым ограничением в линии 21—22, участием в интегральном распределении МЛ.

Ночной режим 2 характеризуется одним МЛ-формирующим узлом 27 с МЛ 1560 руб./МВт·ч, активным сетевым ограничением в линии 21—22 и участием в интегральном распределении МЛ.

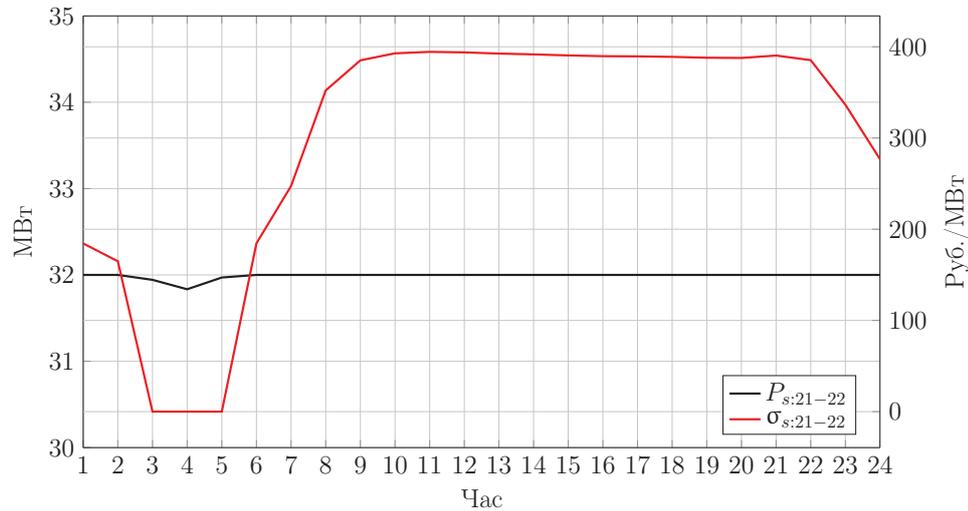


Рисунок 4.9 — Данные по линии 21—22: переток мощности и МЛ к ограничению перетока (пример 4.2)

Рассмотрим МЛ в узлах 21 и 24 (см. рисунок 4.10). В узле 21 МЛ достигает максимальных значений, превышая 1800 руб./МВт·ч. МЛ в узле 24 снижается до минимальных значений в районе 1550 руб./МВт·ч. Минимальный МЛ в системе наблюдается в МЛ-формирующем узле 22. Он показан на рисунке 4.8.

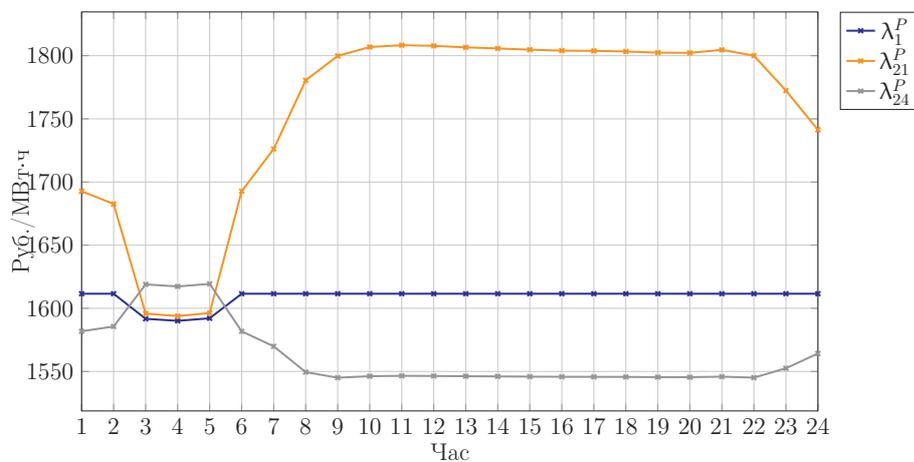


Рисунок 4.10 — МЛ в узлах 1, 21 и 24 в течение суток (пример 4.2)

Проведя декомпозицию суточных МЛ на составляющие согласно формуле (4.42) (и (4.41)), получим компоненты МЛ 21 и 24, представленные на рисунках

4.11 и 4.12. На графиках видно, что режимная компонента МЛ в дневные часы в обоих узлах ниже режимной компоненты в ночные часы. Это обусловлено тем, что в дневные часы МЛ формируются в том числе более дешевым генератором 22. Суточные режимы, в которых ночью цены повышаются, оказываются более выгодными из-за меньших нагрузочных потерь в системе. При этом в обоих случаях вклад сетевого ограничения увеличивает итоговый МЛ.

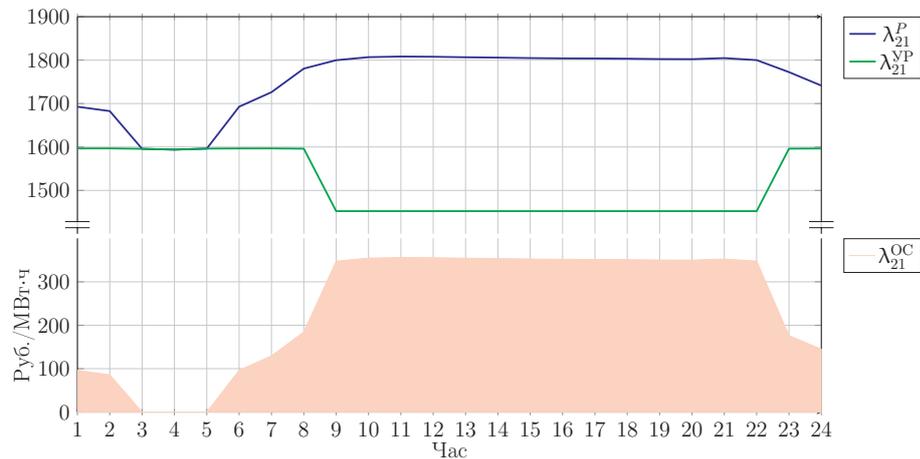


Рисунок 4.11 — Компоненты МЛ в узле 21 в течение суток (пример 4.2)

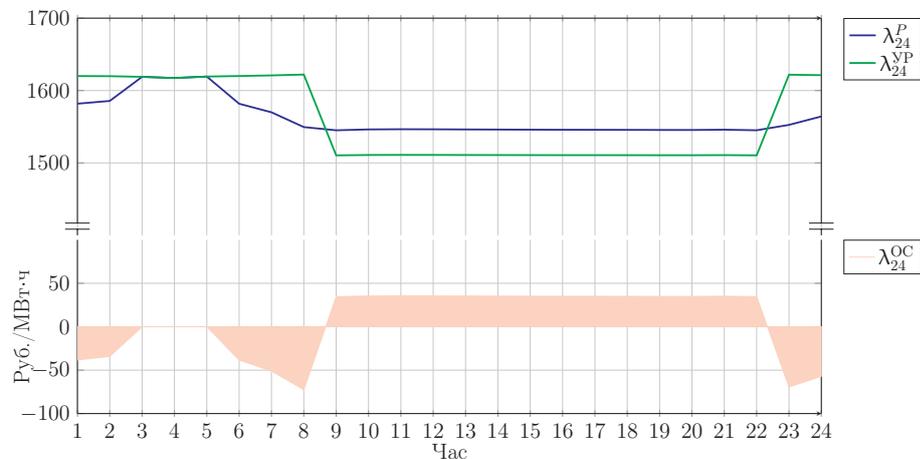


Рисунок 4.12 — Компоненты МЛ в узле 24 в течение суток (пример 4.2)

Кроме обычных узловых МЛ, представляет интерес интегральный МЛ в узле 1. Он равен 1611,53 руб./МВт·ч. Результаты его разложения и расчета весовых коэффициентов для режимной компоненты и компоненты сетевых ограничений представлены в Приложении В в таблицах В.1 и В.2 соответственно.

Веса МЛ-формирующих узлов для режимной компоненты получены для каждого часа. С 9-го по 22 час каждой строке соответствуют два столбца. Меж-

часовые коэффициенты отсутствуют. Можно отметить равенство весовых коэффициентов в ночном-1 и дневном режимах.

Более сложную структуру представляют собой весовые коэффициенты сетевых ограничений. В ночные часы 3—5 влияния сетевых ограничений, как отмечалось ранее, нет. Коэффициенты МЛ-формирующих узлов в оставшиеся ночные и утренние часы с точностью до знака равны коэффициентам режимной компоненты. В сумме их влияние равно нулю. При этом на эти часы оказывают влияние МЛ-формирующие ценовые заявки из дневных часов.

В дневные часы имеется зависимость МЛ от МЛ-формирующих узлов в каждом часе. Поскольку МЛ-формирующие узлы и МЛ в них сохраняются, такая связь (весовые коэффициенты) тоже постоянна. В общем случае с подачей нескольких ступеней и увеличением количества участвующих в отборе генераторов МЛ-формирующие узлы в каждый час будут различны. Подобный эффект выравнивания их влияния посредством интегрального ограничения будет менее заметен.

На основании полученных коэффициентов получим формирование интегрального МЛ согласно (4.44). Результат суммирования весовых коэффициентов и распределения их по часам влияния (т.е. в часы, в которых МЛ-формирующие узлы оказывают влияние), показан на рисунке 4.13. Поскольку в данном случае имеем одни и те же МЛ-формирующие параметры в узлах 22 и 27, можем получить их совокупное влияние на интегральный МЛ. Веса режимных компонент узлов 22 и 27 составляют 0,44815 и 0,55032 соответственно. Режимная компонента МЛ тогда равна 1503,84 руб./МВт·ч. Веса сетевого ограничения равны $-0,75433$ и $0,76534$ соответственно. Компонента сетевого ограничения равна 107,69 руб./МВт·ч.

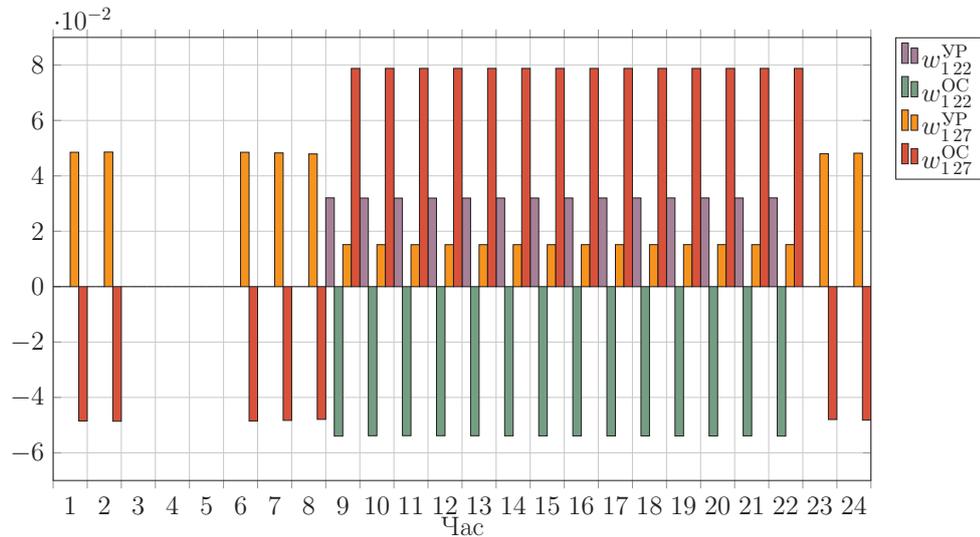


Рисунок 4.13 — Веса часовых МЛ-формирующих узлов в интегральном МЛ в узле 1 (пример 4.2)

Пример 4.3. Рассмотрим второй характерный результат действия интегрального ограничения на оптимальные суточные режимы, когда оно не является активным. Такое зачастую случается во время весеннего паводка. Режим работы теплофикационной нагрузки еще недостаточно снижен и характеризуется высокими нижними пределами регулирования генераторов. Большие ресурсы воды не могут быть распределены в течение суток из-за собственных пределов регулирования гидроагрегатов.

Для моделирования такой ситуации на тестовой схеме ЭЭС-30 положим, что интегральная заявка подается в отношении генератора в узле 23 с суточным объемом $25 \times 24 = 600$ МВт·ч, верхний предел регулирования генератора равен 20 МВт. У остальных генераторов имеется нижний предел регулирования, равный следующим значениям (узел — P_g^{\min} , МВт): 1 — 45, 2 — 45, 13 — 20, 22 — 25, 27 — 27,5. Заявки генераторов следующие (узел — ценовой параметр, руб./МВт·ч): 1 — 1200, 2 — 1320, 13 — 1800, 22 — 1440, 27 — 1560. Цена в заявке ГЭС в узле 23 задается в оптимизационном расчете ценовым параметром 0,2 руб./МВт·ч.

Дополнительно, чтобы создать перегрузку в электрической сети, установим максимальный предел пропускной способности в линии 1—2 равным 32 МВт.

В результате оптимизации получаем загрузку генераторов, показанную на рисунке 4.14. Интегральная заявка генератора 23, начиная с 8-го часа, ограничена пределом регулирования. Вместо ГЭС пик нагрузки покрывается генерато-

рами 1 и 2. При этом в ночные часы интегральный объем приходится снижать — все остальные генераторы работают на нижнем пределе регулирования. Таким образом, весь имеющийся интегральный объем не выработан, и ограничение не активно.

На рисунке 4.15 показаны МЛ, сложившиеся в узлах генераторов. В ночные часы МЛ равны 0,2 руб./МВт·ч. В дневные часы имеется два режима. Первый в часы 23 и 24 характеризуется только загрузкой генератора 1 сверх минимума. В часах с 8 по 22 таких генераторов 2. Это отражается на МЛ, которые различны для дневных часов и примерно совпадают в вечерние часы.

Таким образом, МЛ-формирующими стали узел 23 с 1 по 7 часы с МЛ, равным 0,2 руб./МВт·ч, узлы 1 и 2 с 8 по 22 часы с МЛ, равными 1200 и 1320 руб./МВт·ч соответственно, и узел 1 в 23 и 24 часах с МЛ, равным 1200 руб./МВт·ч.

В часы с двумя МЛ-формирующими узлами активно сетевое ограничение в линии 1—2. На рисунке 4.16 показан переток мощности в указанной линии и соответствующий ему МЛ.

В Приложении В в таблицах В.3 и В.4 представлены рассчитанные весовые коэффициенты зависимости МЛ в узле 23 от МЛ-формирующих узлов в различные часы рассматриваемых суток. Как и ожидалось, связи между часами в матрице коэффициентов не наблюдается.

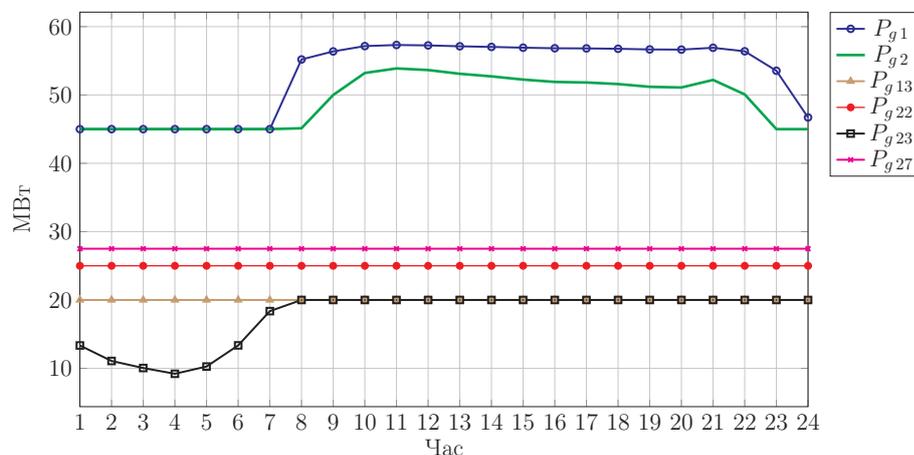


Рисунок 4.14 — Мощность генераторов в течение суток (пример 4.3)

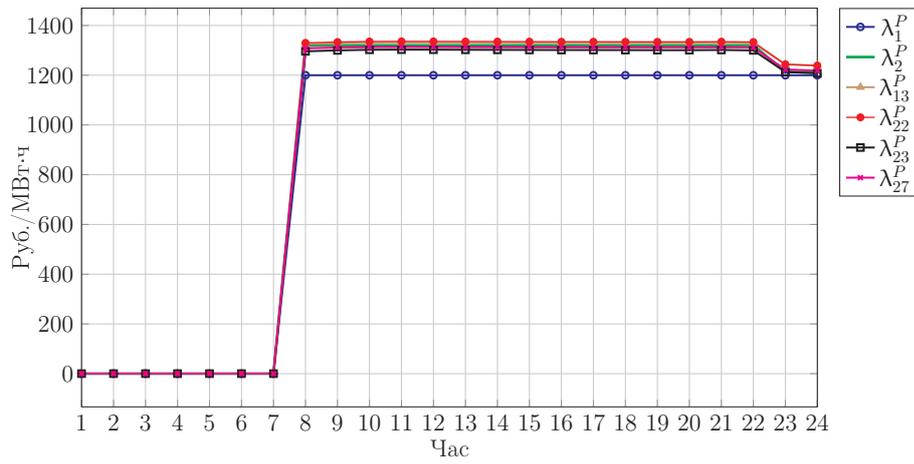


Рисунок 4.15 — МЛ в узлах генераторов в течение суток (пример 4.3)

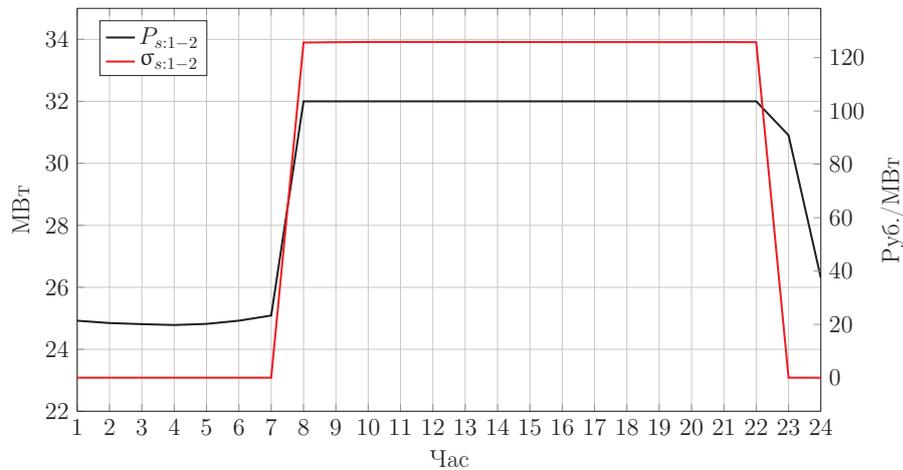


Рисунок 4.16 — Данные по линии 1—2: переток мощности и МЛ к ограничению перетока (пример 4.3)

Пример 4.4. Рассмотрим пример влияния на формирование МЛ активных ограничений сброса и набора мощности генераторами. В тестовой схеме ЭЭС-30 положим, что маневренность генератора в узле 22 недостаточно высока. Он не может увеличивать или снижать нагрузку более чем на 7,5 МВт в час. Заявки генераторов следующие (узел — ценовой параметр, руб./МВт·ч): 1 — 1200, 2 — 1320, 13 — 1800, 22 — 1440, 23 — 1680, 27 — 1560. Дополнительно имеется ограничение в линии 1—2 на переток мощности в 41 МВт.

По результатам оптимизации имеем, что генератор 22 несет функцию выравнивания графика нагрузки (см. рисунок 4.17 и таблицу 4.3). Поскольку его маневренности не хватает в часы роста и снижения нагрузки, в 6—8 часах активно ограничение на набор мощности, в 23 часе — на сброс мощности. В этой связи в 6 и 7 часах снижена мощность генератора 2. Это позволяет несколько увеличить мощность генератора 2 перед дальнейшим ростом мощности. В

8, 9 и 22 часах увеличена мощность генератора 27. Это позволяет генератору 2 снизить мощность в последний 8-й час резкого роста нагрузки и повысить мощность в первый час ее падения.

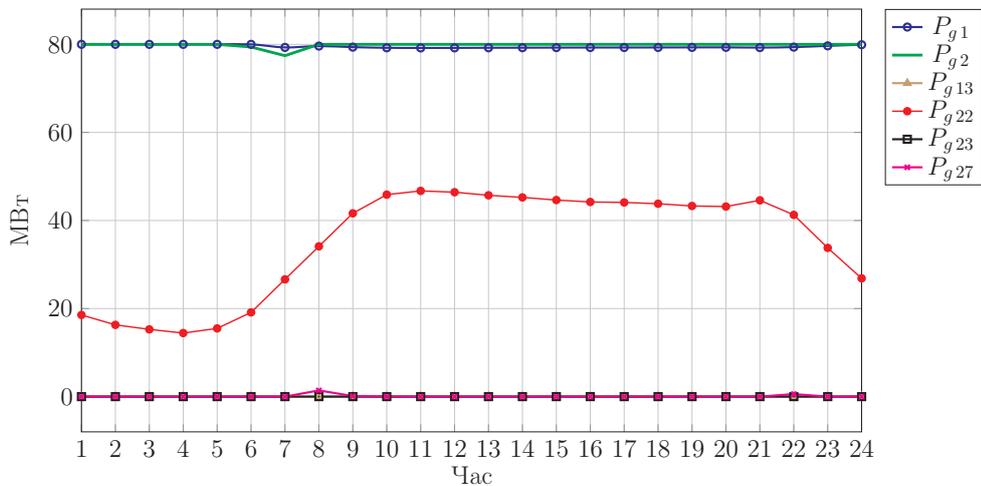


Рисунок 4.17 — Мощность генераторов в течение суток (пример 4.4)

Анализируя МЛ в узлах генераторов (см. рисунок 4.18), видим, что МЛ в узле генератора 2 действительно равен 1440 руб./МВт·ч во все часы, кроме 6–9, 22–23. В них наблюдаются скачки МЛ, объясняемые формулами (4.27), (4.28) и появлением новых МЛ-формирующих генераторов. Так, вследствие влияния на оптимальный режим активных ограничений сброса и набора мощности генератора 2 МЛ-формирующие узлы следующие:

- узел 22 во всех часах с МЛ-формирующим параметром, равным 1440 руб./МВт·ч. В часах 1–5, 10–21, 24 МЛ узла 22 равен 1440 руб./МВт·ч. В часах 6–9, 22–23 МЛ равен 1440 руб./МВт·ч в среднем;
- узел 2 в часах 6, 7 с МЛ, равным 1320 руб./МВт·ч;
- узел 27 в часах 8, 9, 22 с МЛ, равным 1560 руб./МВт·ч.

Дополнительно следует отметить, что с 7 по 24 часы достигает максимально допустимого значения переток мощности в линии 1–2. Передаваемая мощность и соответствующий МЛ показаны на рисунке 4.19. Из-за него снижена мощность генератора 1. Одновременно с 7 по 24 часы МЛ в его узле равен 1200 руб./МВт·ч. Узел также становится МЛ-формирующим.

В Приложении В в таблице В.5 приведены весовые коэффициенты, с которыми различные МЛ-формирующие параметры образуют МЛ в МЛ-формирующем узле 22. Без ограничений на сброс (набор) мощности следовало бы ожидать вес 1 в собственном МЛ заявки генератора 22. Однако из-за данного

Таблица 4.3 — Мощность генераторов в течение суток (пример 4.4)

Час	P_{g1}	P_{g2}	P_{g13}	P_{g22}	P_{g23}	P_{g27}
1	80,00	80,00	–	18,55	–	–
2	80,00	80,00	–	16,30	–	–
3	80,00	80,00	–	15,27	–	–
4	80,00	80,00	–	14,43	–	–
5	80,00	80,00	–	15,49	–	–
6	80,00	79,40	–	19,13	–	–
7	79,31	77,43	–	26,63	–	–
8	79,61	80,00	–	34,13	–	1,40
9	79,37	80,00	–	41,63	–	0,13
10	79,22	80,00	–	45,87	–	–
11	79,19	80,00	–	46,72	–	–
12	79,20	80,00	–	46,42	–	–
13	79,22	80,00	–	45,72	–	–
14	79,24	80,00	–	45,24	–	–
15	79,26	80,00	–	44,64	–	–
16	79,28	80,00	–	44,20	–	–
17	79,28	80,00	–	44,10	–	–
18	79,29	80,00	–	43,81	–	–
19	79,31	80,00	–	43,30	–	–
20	79,32	80,00	–	43,17	–	–
21	79,27	80,00	–	44,58	–	–
22	79,37	80,00	–	41,28	–	0,58
23	79,66	80,00	–	33,78	–	–
24	79,92	80,00	–	26,86	–	–

ограничения часы, в которых оно активно, взаимосвязаны между собой, а на МЛ в узле 22 через ограничение на сброс (набор) мощности оказывают влияние другие МЛ-формирующие узлы.

Следует отметить, что на МЛ в часах, когда ограничение сброса (набора) мощности генератора 22 активно, не влияют МЛ-формирующие узлы из других часов. В том числе активное сетевое ограничение в линии 1–2 не оказывает влияние на формирование МЛ в часы с 10 по 21, 24.

Полученные наблюдения подтверждают или позволяют сделать следующие выводы об оптимальных суточных режимах ЭЭС:

- Узел с активным интегральным ограничением является МЛ-принимающим.

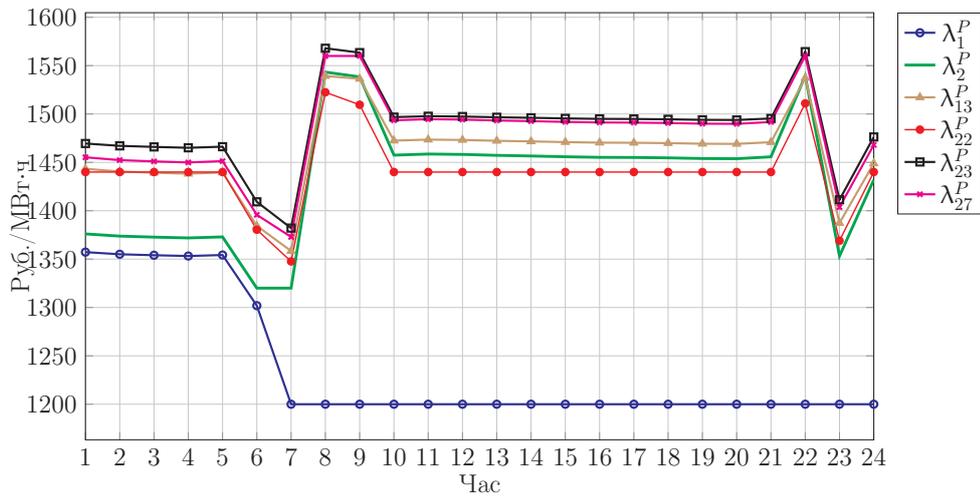


Рисунок 4.18 — МЛ в узлах генераторов в течение суток (пример 4.4)

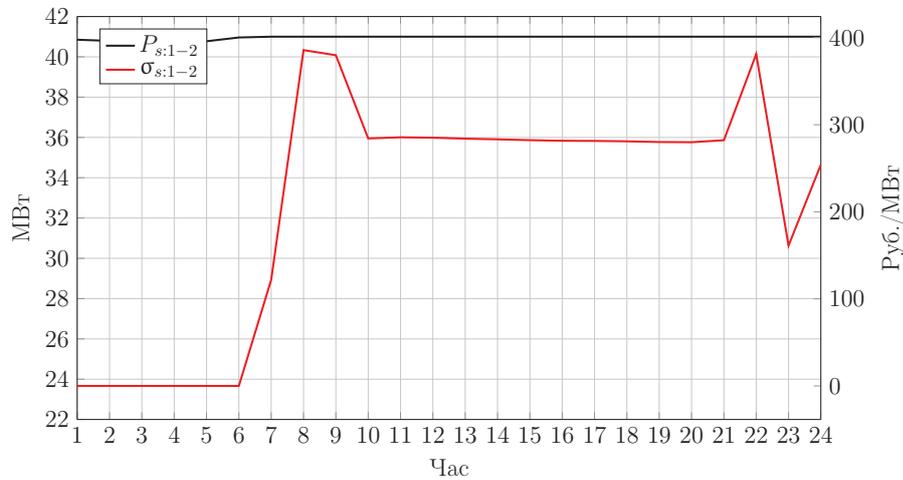


Рисунок 4.19 — Данные по линии 1—2: переток мощности и МЛ к ограничению перетока (пример 4.4)

- Узел с активным ограничением на сброс (набор) мощности является МЛ-формирующим.
- В течение суток в узле с интегральным ограничением МЛ сохраняется постоянным.
- Исключение составляют часы, в которых мощность ограничена часовыми пределами генератора. В такие часы формирование МЛ является независимым.
- В общем случае формирование МЛ взаимозависимо между различными часовыми интервалами.
- Интегральное ограничение выполняет функцию выравнивания нагрузки по мощности. Кроме этого, происходит и выравнивание по ценовому параметру. Оно проявляется не только в том, что замыкающими гене-

раторами становятся генераторы с равными в течение суток ценовыми параметрами, но и в том, что коэффициенты влияния таких генераторов уравниваются.

- Ограничение сброса (набора) мощности приводит к скачкам МЛ, которые объясняются необходимостью разгрузки (загрузки) генераторов с более низкими (высокими) ценовыми параметрами целевой функции.

Выводы по параграфу 4.2. Рассмотрено применение разработанной в главах 1–3 методологии анализа оптимальных режимов для рынка на сутки вперед. Подробно рассмотрены особенности суточной задачи оптимизации режимов с интегральными ограничениями выработки мощности на ГЭС и ограничениями сброса (набора) мощности генераторов.

4.3 Управление узловыми ценами компенсирующими устройствами и устройствами с элементами гибкой электропередачи (устройствами FACTS)

В последние годы активно изучаются вопросы применения гибких систем электропередачи и компенсирующих устройств реактивной мощности на рынках электроэнергии. Работы [197–200] показывают влияние управления потоками мощности или устройств FACTS на узловые равновесные цены. Предлагаются подходы выбора наилучших мест установки таких устройств в целях максимизации функции общественного благосостояния [200–206] и снижения влияния сетевых ограничений [197; 198; 206–208].

Способы решения такой задачи различаются. В [197; 207; 209] разработаны подходы, основанные на расчете коэффициентов чувствительности и составлении приоритетного списка для выбора оптимального размещения устройств. Другие работы основаны на решении оптимизационных задач [210], задач смешанного целочисленного программирования [199; 206], задач, использующих эвристические подходы и различные технологии искусственного интеллекта: эволюционное программирование [208], метод роя частиц [200; 208], генетические алгоритмы [203]. При установке устройств рассматривается ее стоимость [204; 209; 210].

В [211—213] предложен подход анализа режимов ЭЭС при использовании гибких систем электропередачи и компенсирующих устройств, получены аналитические зависимости перетоков мощности в линиях, напряжений в узлах и т. п. от параметров управляющих сетевых устройств.

В данном параграфе определим аналитические зависимости узловых цен от параметров управляющих сетевых устройств и рассмотрим возможность определения с помощью метода взвешенной декомпозиции участников рынка, которым исходя из изменения стоимости электроэнергии выгодно внедрение таких устройств. Это может быть использовано для оценки распределения затрат при внедрении подобных проектов.

Рассмотрим применение управляемого устройства продольной компенсации (УУПК). Его будем моделировать последовательно подключенным емкостным реактивным сопротивлением в линии электропередачи (рисунок 4.20). Совокупное реактивное сопротивление линии электропередачи равно

$$X'_{ij} = X_{ij} - X_{\text{УУПК}} = X_{ij} - k \cdot X_{ij}. \quad (4.45)$$

Управляемым параметром будет сопротивление $X_{\text{УУПК}}$ или коэффициент k , компенсирующий реактивное сопротивление линии.

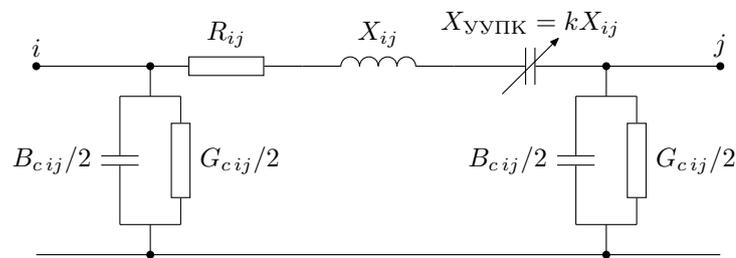


Рисунок 4.20 — Схема замещения устройства УУПК

Рассмотрим влияние такого устройства на узловые цены на простой схеме ЭЭС из примера 9.7 в [214], состоящей из трех узлов (рисунок 4.21). В схеме три линии электропередачи, два генераторных узла 1, 2 и нагрузочный узел 3. Сопротивления линий: $Z_{12} = 10 + j20$ Ом, $Z_{13} = 15 + j30$ Ом, $Z_{23} = 10 + j25$ Ом. Узел 1 принят в качестве балансирующего, напряжение $U_1 = 115$ кВ. Нагрузка в узле 3 $S_3 = 46,188 + j23,094$ МВА. Дополнительно положим, что ХОПЗ генераторов $C_1 = 1000$ руб./МВт·ч, $C_2 = 800$ руб./МВт. Очевидно, что загрузка генератора 2 экономически выгоднее, поскольку его ХОПЗ ниже. Однако в зависимости от состояния сетевой инфраструктуры, например из-за сетевых ограничений передачи мощности, генератор 1 тоже может быть востребован.

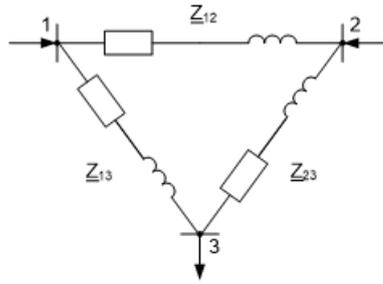


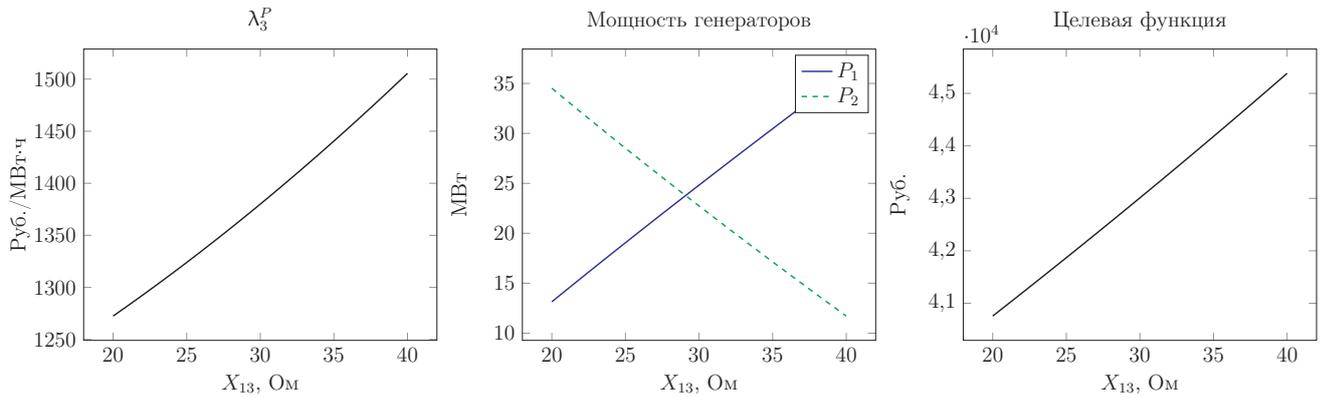
Рисунок 4.21 — Схема ЭЭС из трех узлов

Положим, что имеется ограничение на передачу активной мощности в линии 2—3 $P_{s2-3}^{max} = 25$ МВт. Наличие такого ограничения обуславливает необходимость снизить мощность генератора 2 и увеличить мощность генератора 1. Необходимо подобрать оптимальный режим, минимизируя целевую функцию вида (1.13):

$$C_1 P_1 + C_2 P_2 \rightarrow \min. \quad (4.46)$$

Ограничениями оптимизационной задачи являются нелинейные уравнения УР и сетевое ограничение в линии 2—3. Результаты оптимизационного расчета следующие. Мощность генераторов 1 и 2: $S_1 = 24,82 + j11,92$ МВА, $S_2 = 22,74 + j14,24$ МВА. Напряжения в узлах 2 и 3: $U_2 = 114,65 \angle -0,16^\circ$ кВ, $U_3 = 109,26 \angle -2,33^\circ$ кВ. Мощности в начале линий: $S_{12} = 2,27 + j0,86$ МВА, $S_{13} = 22,55 + j11,06$ МВА, $S_{23} = 25,00 + j15,09$ МВА. Узловые цены равны $\lambda_1 = 1000$ руб./МВт·ч, $\lambda_2 = 800$ руб./МВт·ч, $\lambda_3 = 1379,98$ руб./МВт·ч.

Проведем серию оптимизационных расчетов при различных значениях индуктивного сопротивления линии 1—3 X_{13} от 20 до 40 Ом и рассмотрим его влияние на цену электроэнергии в узле 3. Увеличение X_{13} приводит к увеличению полного сопротивления линии 1—3. Это приводит к снижению доли перетока полной мощности в этой линии и увеличению доли перетока в линии 2—3. Это в свою очередь приводит к утяжелению режима, поскольку в линии 2—3 установлено ограничение на максимально допустимый переток активной мощности. В результате мощность генераторов 1 и 2 необходимо перераспределить: в узле 2 снизить, а в узле 1 повысить. Это приводит к росту значения целевой функции (4.46) и росту МЛ нагрузки. При снижении X_{13} наблюдается обратная ситуация. Результаты полученных зависимостей цены в узле 3, загрузки генераторов в узлах 1 и 2 и значения целевой функции (4.46) от параметра X_{13} представлены на рисунке 4.22.

Рисунок 4.22 — Зависимости показателей от X_{13}

Таким образом, при снижении параметра X_{13} наблюдается эффект как для потребителя в виде снижения цены электроэнергии, так и в целом для ЭЭС в виде снижения значения целевой функции, что означает более экономичное использование топливно-энергетических ресурсов. Подключим к узлу 3 компенсирующее устройство с реактивной проводимостью $B_{\text{шунт}}$ (рисунок 4.23) и проведем вторую серию оптимизационных расчетов при различных ее значениях от $-4 \cdot 10^{-3}$ до $4 \cdot 10^{-3}$ См. Результаты этой серии расчетов показывают более сложные зависимости (рисунок 4.24). Так, мощность генераторов в узлах 1 и 2 и целевая функция в диапазоне изменения $B_{\text{шунт}}$ имеют выраженные минимумы (максимумы). Особо следует подчеркнуть тот факт, что цена снижается при емкостном характере сопротивления шунта. Это свидетельствует о зависимости цены для потребителя от коэффициента мощности энергопринимающей установки. Причем чем выше коэффициент мощности, тем ниже цена на электроэнергию. Если в нагрузочном узле реактивная мощность меняет знак, то это приведет к еще большему снижению цены на электроэнергию, пока та не достигнет минимума. Дальнейшее увеличение параметра $B_{\text{шунт}}$ приведет к росту цены на электроэнергию.

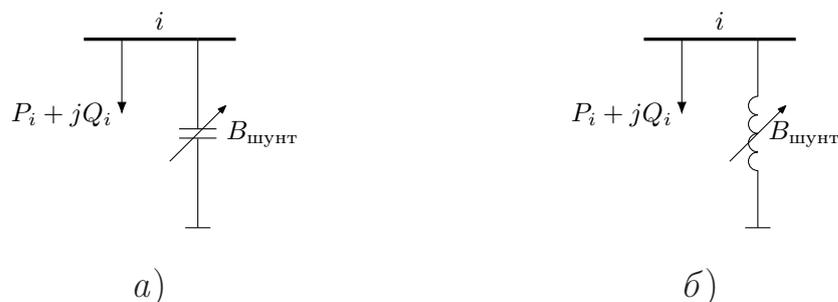


Рисунок 4.23 — Схемы замещения компенсирующего устройства с емкостной и индуктивной компенсацией

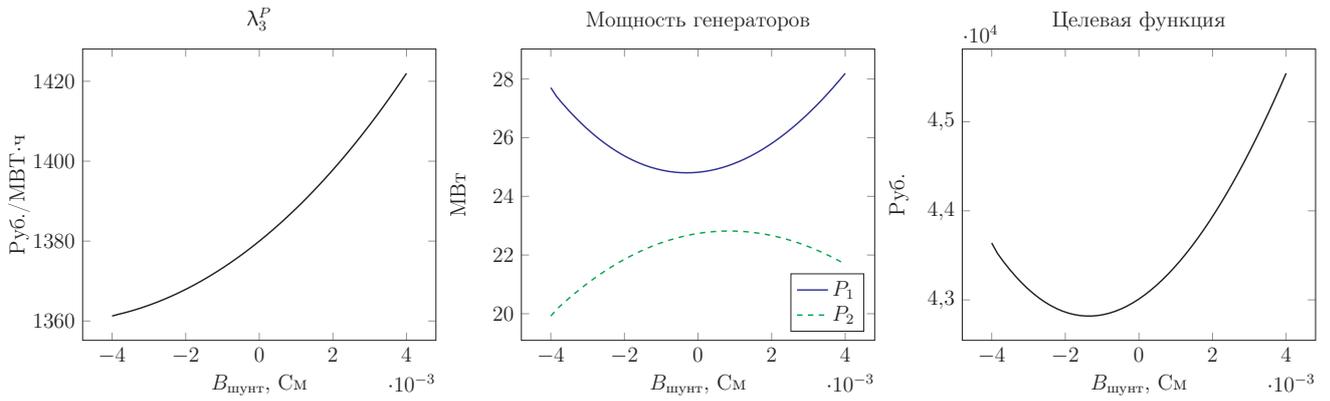


Рисунок 4.24 — Зависимости показателей от $V_{\text{шунт}}$

Из этой серии расчетов отметим, что цены на электроэнергию, формируемые на оптовом рынке, содержат в себе стимулы к компенсации реактивной мощности со стороны потребителей электрической энергии. Для анализа размещения управляющих сетевых устройств в крупных энергосистемах с целью поиска минимума цены на электроэнергию может оказаться полезным представление полученных зависимостей в аналитическом виде. Его же можно использовать для анализа влияния параметров сетевого и энергопринимающего оборудования на результаты оптимизации режима ЭЭС. Зависимость цены от рассматриваемого параметра в данном примере хорошо аппроксимируется функцией

$$f(x) = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x^2 + d \cdot x + 1}. \quad (4.47)$$

где x — варьируемый параметр, a, b, c, d — константы, которые легко определить с помощью четырех или пяти оптимизационных расчетов при различных x . Применяя функцию (4.47) для второй серии оптимизационных расчетов, после определения констант не сложно найти минимум функции $f(x)$, который достигается в точке $x = 5,5 \cdot 10^{-3}$ и равен 1359,9. Как видно из рисунка 4.24, именно к этому значению приближается расчетная цена.

Далее предположим, что в системе изменяются два параметра и они имеют раздельное влияние на узловые цены. Тогда функцию зависимости можно представить в виде двух функций:

$$f(x_1, x_2) = g(x_1) \cdot h(x_2) = \frac{a_1 \cdot x_1 x_2 + a_2 \cdot x_1 + a_3 \cdot x_2 + a_4}{b_1 \cdot x_1^2 + b_2 \cdot x_2^2 + b_3 \cdot x_1 x_2 + b_4 \cdot x_1 + b_5 \cdot x_2 + 1}, \quad (4.48)$$

где x_1 и x_2 — изменяемые параметры, $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ — константы. В этом случае константы могут быть найдены по 9 экспериментам.

Следует отметить, что аналитические функции (4.47)—(4.48) действительны в пределах данного набора активных ограничений.

Пример 4.5. Демонстрацию работы такой функции рассмотрим на примере ЭЭС-30. Используем целевую функцию минимизации суммарных издержек на производство и распределение мощности в линеаризованном виде (1.13) с заявками на максимальную мощность по цене 50 д.ед./МВт для генераторов в узлах 1, 2, 22 и 40 д.ед./МВт для остальных генераторов. Кроме того, увеличим на 10 % пропускную способность линий по сравнению с базовыми входными данными.

Проведем серию оптимизационных расчетов при различных значениях коэффициента компенсации реактивного сопротивления k в линии 27—28, построим от него зависимость МЛ в узлах. Кривая зависимости имеет два характерных участка, сформированных двумя группами активных ограничений (рисунок 4.25). На первом участке активным является ограничение на переток мощности в линии 15—23. На втором участке активных сетевых ограничений не наблюдается. МЛ-формирующие узлы на обоих участках включают три генераторных узла: 1, 2 и 22.

Чтобы сформировать функцию зависимости, возьмем четыре оптимизационных расчета при 10, 20, 30 и 40 % уровнях компенсации на первом участке и четыре оптимизационных расчета при 65, 75, 85 и 95 % — на втором участке. Найдем коэффициенты a , b , c и d аппроксимирующей функции для рассматриваемых узлов 18, 23 и 24 (см. таблицу 4.4). Полученные зависимости показаны на рисунке 4.25 линиями. Точками отмечены результаты прямого решения задачи оптимизации. Отметим, что полученные функции полностью совпадают с результатами прямых расчетов. В данном примере 8 оптимизационных расчетов дают полное представление о зависимости узловых цен при компенсации индуктивного сопротивления в линии 27—28. Подобный подход применим к любому переменному параметру электрической сети.

Пример 4.6. Рассмотрим теперь функции зависимости узловых цен от двух параметров — коэффициентов компенсации продольного реактивного сопротивления в линиях 10—22 и 27—28. Для каждого набора активных ограничений для получения требуемых констант в функции зависимости необходимо провести девять экспериментальных расчетов. Так же, как и ранее, наблюдается два таких набора: 1) активное сетевое ограничение в линии 15—23, 2) активные сетевые ограничения отсутствуют. Результирующая функция цены для узла 15 показана на рисунке 4.26. Всего проведено 18 оптимизационных расчетов, по которым

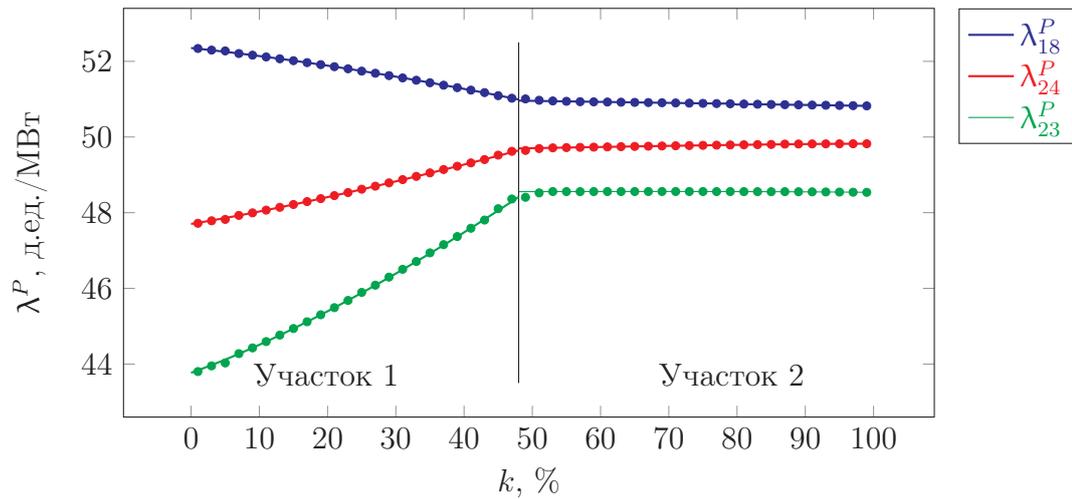


Рисунок 4.25 — Зависимости узловых цен от коэффициента компенсации реактивного сопротивления k

Таблица 4.4 — Коэффициенты функции зависимости узловых цен

Узел	a	b	c	d
Участок 1, $0 \leq k \leq 48\%$				
18	-0,113	48,854	$4,080 \cdot 10^{-6}$	-0,00324
23	-0,391	55,894	$-2,205 \cdot 10^{-5}$	-0,00396
24	-0,347	52,348	$-7,464 \cdot 10^{-6}$	-0,00556
Участок 2, $49\% \leq k \leq 100\%$				
18	-2,496	50,821	$2,588 \cdot 10^{-6}$	-0,0492
23	0,7086	48,537	$-4,419 \cdot 10^{-7}$	0,0147
24	7,660	49,824	$-2,489 \cdot 10^{-6}$	0,0333

восстановлена полная картина изменения узловых цен в зависимости от двух переменных параметров ЭЭС.

Сравнение значений аппроксимирующей функции с прямым пересчетом 100×100 различных значений уровня компенсации k в двух линиях показывает высокую точность такой функции. Стандартное отклонение ошибки составило 0,034 д.ед./МВт. Максимальная и минимальная ошибки равны 0,15 д.ед./МВт и -0,17 д.ед./МВт соответственно и не превышают 0,34 %.

Таким образом, показано, что цена на электроэнергию, определяемая в результате оптимизации УР ЭЭС, зависит от параметров электрической сети и энергопринимающего оборудования. С применением управляющих сетевых и компенсирующих устройств появляется возможность воздействия на цены оптового рынка электроэнергии или управления ими. Показано, что это также может повысить эффективность передачи электроэнергии и обеспечить более

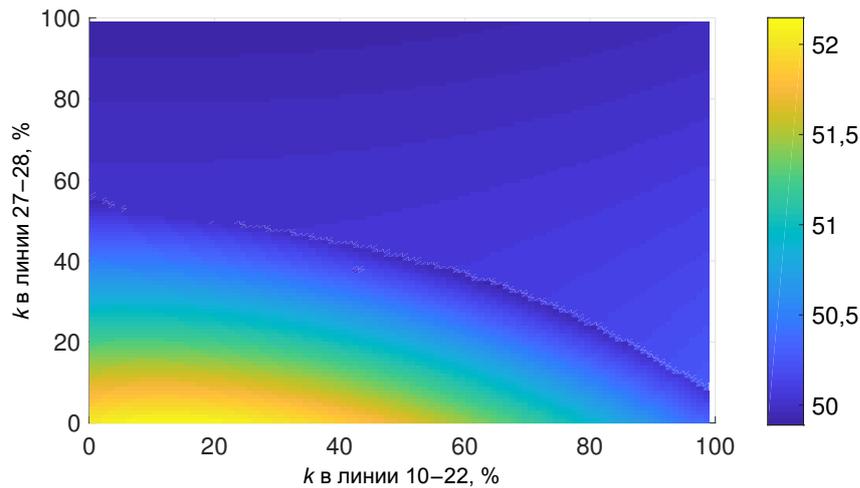


Рисунок 4.26 — Зависимости цены в узле 15 от коэффициентов компенсации реактивного сопротивления в линиях 10—22 и 27—28

экономичное использование топливно-энергетических ресурсов (энергосбережение).

Функция зависимости узловых цен от параметров электрической сети может быть представлена набором дробно-полиномиальных функций. Основное преимущество такого представления заключается в получении полной картины зависимости узловых цен от параметров электрической сети, возможности простого исследования узловых цен при внесении изменений в электрическую сеть (компенсации продольных или поперечных реактивных сопротивлений). В частности становится доступным изучение максимальных и минимальных уровней цен при проведении различных мероприятий — управлении пропускной способностью электрических сетей и поиске экономически оправданного расположения элементов FACTS, оценке эффекта на рынке электроэнергии от компенсации реактивной мощности крупного потребителя.

Выводы по параграфу 4.3. Показано, что гибкие системы электропередачи и компенсирующие устройства оказывают влияние на оптимальный режим ЭЭС и отвечающие ему МЛ. Предложено зависимость МЛ моделировать дробно-полиномиальными функциями от изменяемых параметров ЭЭС.

Рассмотрено, что применение таких устройств позволяет улучшить целевую функцию, но, кроме этого, может быть экономически выгодным и невыгодным тем или иным участникам рынка. Для разнесения затрат и анализа экономической целесообразности внедрения таких устройств для участников рынка может быть использован метод взвешенной декомпозиции. Он позволя-

ет определить, на кого и с какой суммарной стоимостью влияет тот или иной фактор при снятии перегрузки сети или ограничения по напряжению.

4.4 Выводы по главе 4

Метод взвешенной декомпозиции узловых цен находит эффективное применение на оптовом рынке электроэнергии и мощности. Возможность напрямую связать узловые цены, рассчитываемые на РСВ и БР, с входными данными в виде заявок участников, выделить в узловых ценах факторы, определяющие относительные приросты мощности в ценообразующих узлах, позволяет использовать разработанный метод взвешенной декомпозиции как аналитический инструмент на оптовом рынке электроэнергии и мощности.

Метод взвешенной декомпозиции позволяет суммировать количественные и стоимостные оценки по различным измерениям: территориям, временным периодам, участникам рынка и т.п. Это дает возможность автоматизированно собирать данные о влиянии технологических факторов на функционирование оптового рынка электроэнергии.

Внедрение устройств с элементами гибкой электропередачи и компенсирующих устройств реактивной мощности повышает экономичность производства и передачи электроэнергии, а также позволяет управлять узловыми ценами. Это делает внедрение таких устройств потенциально выгодным для участников рынка. Предложены аналитические зависимости МЛ от параметров схем замещения новых устройств, представляющие собой дробно-полиномиальные функции. Функции составляются по нескольким оптимизационным расчетам с различным значением изменяемых параметров ЭЭС и вместе с методом взвешенной декомпозиции дают возможность оценить экономическую целесообразность внедрения новых устройств для конкретных участников рынка.

Глава 5. Выделение зон влияния различных факторов на основе компонент множителей Лагранжа

Задача разбиения ЭЭС на подсистемы или зоны решалась для целей территориального разделения при распределении функций диспетчерского управления [53], для выявления когерентных генераторов при анализе динамической устойчивости [92], для снижения размерности задачи расчета и оптимизации УР в каждой подсистеме отдельно [215; 216]. Выделение зон позволяет решить вопрос изолирования части ЭЭС для сохранения устойчивости обеих подсистем [217], вопрос организации независимого управления элементов умных сетей, установленных в различных кластерах [218]. Все перечисленные задачи также направлены на выделение подсистем, связанных друг с другом слабыми связями.

К задачам идентификации зон в ЭЭС, появившимся в последнее время, можно отнести разделение ЭЭС на зоны для применения зонального ценообразования, когда единая цена определяется для некоторой территории. Зональное разбиение ЭЭС широко используется на различных рынках электроэнергии: в РЖМ для анализа рыночной силы [219], на рынках Европы — для ценообразования [220], в России в виде зон свободного перетока для применения на рынке мощности [221].

Если формирование зон носит длительный и устойчивый характер, то это ценовой сигнал к проведению соответствующих мероприятий. Предполагается, что такие сигналы привлекают инвестиции в строительство генерирующих мощностей или развитие энергоемкого производства. Кроме того, устойчивые зоны, формируемые в процессе функционирования ЭЭС, могут являться сигналом проблемы злоупотребления участниками своим положением на рынке или неэффективности правил рынка электроэнергии [222; 223]. Вопросы оптимизации пропускной способности сетевой инфраструктуры выходят за рамки настоящего исследования. Они рассматриваются, например, в [224; 225].

В данной главе рассматриваются подходы к идентификации зон влияния различных факторов на основе МЛ, основанные на весовых коэффициентах вклада в МЛ параметров целевых функций, сетевых ограничений и ограничений по напряжению [117; 226—228]. Исследуется вопрос анализа устойчивости образования одних и тех же зон. Предлагается алгоритм выделения устойчивых

зон, обеспечивающий ежедневное инкрементальное (т. е. за счет ежедневного прироста информации) обновление информации о них.

5.1 Подход к идентификации зон влияния

5.1.1 Обзор литературы по теме зонирования на основе множителей Лагранжа

Алгоритмы кластеризации, основанные на идентификации генераторов, расположенных в карманах нагрузки, рассмотрены в [95; 116; 229—231]. Авторы основывают свой расчет на матрице эластичности МЛ, в которой представлены коэффициенты чувствительности загрузки каждого из генераторов по отношению к МЛ в его узле. Рассматриваются только генераторные узлы.

В [232] рассмотрена методология эффективной группировки узлов, повышение мощности в которых приводит к утяжелению режима и перегрузки в линиях. В [233—235] подход к определению зон основан на кластерном анализе МЛ. Еще один подход, использующий уровни МЛ и также основанный на кластерном анализе, представлен в [236; 237]. Цель исследования заключается в изучении возможности перехода от узловой модели рынка к зональной. Эти работы демонстрируют пример проведения долгосрочного анализа в смысле устойчивости границ зон к перспективным (5—10 лет) изменениям.

Несмотря на определенный интерес, алгоритмы кластеризации, основанные на значениях МЛ, не подходят для определения зон, обусловленных влиянием ограничений, поскольку в результате может быть выделено достаточно большое количество групп узлов (кластеров), которые могут не иметь ни физического, ни экономического смысла. При таком подходе довольно сложно определить влияние какого-то отдельного фактора, если есть необходимость в его предсказании или ограничении его влияния.

Способы группировки узлов в зоны обсуждаются на рынках с зональным ценообразованием. В [238] исследуются различные варианты работы зональных рынков на линейризованной оптимизационной модели при появлении внутризональных сетевых ограничений. Рассматриваются различные варианты выбора

зон. В [239] предлагается использовать пять индикаторов для сравнения и выбора наиболее эффективной конфигурации зон в ЭЭС.

В [240] предлагается использовать динамические зоны. По сути используется нелинейная оптимизация, но МЛ определяются не узловыми, а зональными с учетом результатов оптимизации. Т.е. подход представляет собой промежуточный вариант между узловым и зональным ценообразованием на базе оптимизации в нелинейной постановке.

Перспективным направлением является определение зон на основе коэффициентов чувствительности. Еще одна группа аналогичных подходов, также применимых только в отдельные моменты времени, основывается на расчете чувствительности перетоков активной мощности по ветвям к узловым мощностям — Power Transfer Distribution Factors (PTDF) [241—244]. Также подобные сетевые коэффициенты применяются и к реактивной мощности [245; 246]. В [247] рассчитываются коэффициенты влияния, однако одновременно решается задача минимизации стоимости активной и реактивной мощности эволюционным методом роя частиц.

В [248] зоны предлагается формировать таким образом, чтобы избежать кольцевых перетоков мощности. Для этого используются коэффициенты адресности потоков мощности в зависимости от мощностей зон.

Следует подчеркнуть, что отечественные разработки в этом направлении отсутствуют. А все упомянутые зарубежные подходы не учитывают установленной ранее важной роли регулирующих узлов в оптимальном режиме и его отклика на различные воздействия в ЭЭС. Кроме того, они не позволяют выделить устойчивые зоны в долгосрочных периодах. Такие параметры расчета режима ЭЭС, как топология сети, включенное генерирующее оборудование, пропускная способность контролируемых сечений актуализируются ежедневно для каждого часа и имеют определяющее влияние на формирование зон и изменение состава узлов в них. При этом такие параметры часто изменяются, что существенно затрудняет сбор статистических данных для анализа влияния сетевых ограничений. Дополнительная сложность появляется при учете стратегий участников оптового рынка, которые спросом и предложением (заявками) также оказывают влияние на режим электроэнергетической системы и востребованность пропускной способности сетевой инфраструктуры рынка.

Поэтому далее необходимо разработать общий подход к выделению зон, предложить методы выделения краткосрочных и устойчивых зон исходя из весовых коэффициентов, рассмотренных и апробированных в предыдущих главах.

5.1.2 Общий подход к выделению зон

Зоной влияния будем называть группу узлов, в которой МЛ формируются под влиянием какого-либо фактора или под влиянием МЛ-формирующего параметра. Разработанные в главе 3 весовые коэффициенты дают представление о зоне обслуживания регулирующих узлов при изменении нагрузки в МЛ-принимающих узлах. Таким образом, они определяют веса МЛ в МЛ-формирующих узлах. Предлагаемый в настоящей работе подход основан на анализе составляющих МЛ, которые рассчитываются с помощью метода взвешенной декомпозиции.

Численное значение коэффициентов в (3.27) позволяет формально определить зоны влияния тех или иных факторов. Зоны могут быть определены как зоны роста и снижения МЛ, поскольку они характеризуются повышением или уменьшением МЛ по сравнению с режимной компонентой. Если покрытие дополнительного 1 МВт мощности нагрузки в зоне сопровождается повышением мощности более дорогого МЛ-формирующего узла, то зона относится к зоне высоких МЛ. В противоположном случае зона может быть определена как зона низких МЛ.

Естественным параметром, идентифицирующим зону, является контролируемое сечение или узел, активное ограничение перетока или напряжения в которых привело к искажению МЛ по сравнению с режимной компонентой. Поэтому первым идентификатором зоны является контролируемое сечение или узел с контролируемым напряжением.

Одно контролируемое сечение с ограничением на переток в прямом и обратном направлении потенциально формирует несколько зон. Рассмотрим самый простой случай одного сечения и двух зон с МЛ-формирующим узлом в каждой из них. Пусть с одной стороны сечения при поставке 1 МВт мощности в МЛ-принимающие узлы узловая активная мощность первого МЛ-формирующего узла увеличивается. Одновременно эти же узлы требуют снижения узловой

активной мощности второго МЛ-принимающего узла. В данном случае такие узлы относятся к зоне роста МЛ первого МЛ-формирующего узла и к зоне снижения МЛ второго. Такая же картина будет наблюдаться с другой стороны сечения.

При большем числе активных сетевых ограничений ситуация усложняется. Кроме того, включение или выключение линий электропередачи или изменение других входных параметров может изменить состав узлов в зоне и тем самым создать препятствие в ее идентификации. В то же время зона может быть сформирована ограничениями по двум или более контролируемым сечениям.

Поскольку МЛ могут находиться под влиянием нескольких ограничений, одна и та же группа узлов может быть выделена по различным причинам. Это означает, что зоны как множества узлов могут находиться в любом из следующих видов соотношений: не пересекаются, пересекаются и не вложены, пересекаются и одно вложено в другое, совпадают.

Таким образом, зона влияния может задаваться следующими параметрами:

- 1) активное ограничение: контролируемое сечение или узел, в котором контролируется напряжение;
- 2) направление сработавшего ограничения и как следствие характер влияния на МЛ (увеличение/уменьшение);
- 3) МЛ-формирующий узел;
- 4) множество узлов, отнесенных к зоне.

В дальнейшем будем считать, что уникальный набор этих параметров задает сущность зоны. Определим зону как набор узлов, для которых выполняется следующее неравенство:

$$N = \{j\} : |w_j| > w_{\min}. \quad (5.1)$$

Если весовой коэффициент по абсолютной величине выше какой-то наперед заданной границы, то узел принадлежит зоне влияния высоких или низких МЛ. При этом необходимо не только выделить какую-либо зону, но и определить, насколько часто она формируется. Устранение устойчивых зон позволит улучшить целевую функцию, т. е. снизить затраты и расход топлива, снизить потери, удовлетворить спрос на электроэнергию в полном объеме.

Выводы по параграфу 5.1. Показано, что для целей идентификации зон в ЭЭС эффективно использовать весовые коэффициенты, полученные по результатам взвешенной декомпозиции МЛ. Весовые коэффициенты указывают на фактор формирования зоны, а именно конкретное ограничение и конкретный МЛ-формирующий узел.

5.2 Зоны по параметрам целевой функции

5.2.1 Зоны по режимным и суммарным весам

Весовые коэффициенты компонент МЛ характеризуют влияние на них каждого МЛ-формирующего параметра целевой функции. Суммарные и режимные веса отвечают за фактическую и предполагаемую зоны обслуживания регулирующих узлов.

Источником для расчета режимных весов является матрица Якоби нелинейных уравнений УР в точке экстремума. Значения режимных весов характеризуют близость рассматриваемых узлов к соответствующему МЛ-формирующему узлу. Суммарные веса учитывают перераспределение мощности в регулирующих узлах из-за активных сетевых ограничений и ограничений по напряжению.

Таким образом, зона, определенная по режимным коэффициентам, будет характеризовать влияние МЛ-формирующего узла в отсутствие ограничений. А зона, определенная по суммарным коэффициентам, — при наличии ограничений. В случае снятия ограничения можно предположить, как перераспределится влияние МЛ-формирующих узлов.

Для выделения зон по суммарным и режимным коэффициентам определим, что каждый узел в ЭЭС должен относиться к зоне обслуживания хотя бы одного МЛ-формирующего узла. В этом случае w_{\min} в (5.1) можно определить как $1/|MP|$. Если необходимо выбрать только один узел из всех МЛ-формирующих узлов, то зону можно определить через максимальный весовой коэффициент, определяющий формирование МЛ. Отметим, что для формирования зоны обслуживания интересны только положительные весовые коэффициенты.

Таблица 5.1 — Весовые коэффициенты (пример 5.1)

Узел	λ_j^P , д.ед./МВт	Суммарные веса		Режимные веса	
		$\sum w_{j13}^*$	$\sum w_{j27}^*$	w_{j13}^{YP}	w_{j27}^{YP}
1	225,91	0,6306	0,3413	0,5318	0,4346
2	230,32	0,6388	0,3531	0,5397	0,4466
3	232,33	0,6593	0,3375	0,5522	0,4391
4	233,54	0,6649	0,3366	0,5561	0,4398
5	232,21	0,6329	0,3699	0,5368	0,4602
6	232,43	0,6219	0,3848	0,5295	0,4712
7	234,40	0,6318	0,3822	0,5370	0,4710
8	233,15	0,6144	0,3978	0,5230	0,4832
9	232,98	0,6217	0,3877	0,5661	0,4339
10	233,25	0,6217	0,3892	0,5848	0,4149
11	232,98	0,6217	0,3877	0,5661	0,4339
12	250,00	0,9989	0,0014	0,7718	0,2262
13	250,00	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000
14	258,67	1,1351	-0,1255	0,7458	0,2623
15	262,57	1,2525	-0,2527	0,7084	0,2909
16	244,28	0,8437	0,1668	0,6966	0,3078
17	237,38	0,6895	0,3251	0,6201	0,3847
18	255,86	1,0453	-0,0273	0,6744	0,3393
19	250,77	0,9174	0,1071	0,6513	0,3667
20	246,60	0,8437	0,1783	0,6352	0,3792
21	256,98	1,0286	-0,0009	0,5652	0,4253
22	161,93	-0,5531	1,5010	0,5575	0,4268
23	100,06	-1,8255	2,7821	0,6044	0,3659
24	147,48	-0,9238	1,8921	0,4895	0,5015
25	180,24	-0,3667	1,3596	0,1943	0,8076
26	183,64	-0,3733	1,3848	0,1980	0,8227
27	200,00	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
28	229,21	0,5563	0,4507	0,4737	0,5279
29	207,25	0,0609	0,9601	0,0000	1,0298
30	212,88	0,1310	0,9006	0,0000	1,0505

режимные веса во втором столбце для узлов 1—23 выше, эти узлы следует отнести к зоне обслуживания узла 13. Остальные узлы относятся к зоне узла 27, и их коэффициенты превышают соседние. Зоны на рисунках обозначены цветом: красные для зоны узла 13, голубые — 27. Под влиянием ограничений суммарные веса скорректированы и к зоне узла 13 переходит узел 28, тогда как узлы 22 и 23 переходят к зоне узла 27.

5.2.2 Алгоритм выявления зон по суммарным и режимным весам

Сформулируем алгоритмы выявления зон. Алгоритм в случае, если пересечение зон обслуживания допустимо:

Дано: весовые коэффициенты данного оптимального режима ЭЭС.

1. Определить $w_{\min} = 1/|MP|$.
2. Определить зону по суммарным весам как $N_m = \{j\} : \sum w_{jm}^* > w_{\min}$.
3. Выделить зону по режимным весам как $N_m^{\text{YP}} = \{j\} : w_{jm}^{\text{YP}*} > w_{\min}$.
4. В случае, если узел j не попал ни в какую из зон обслуживания, применить для него алгоритм, приведенный ниже.

Алгоритм в случае, если пересечение зон обслуживания недопустимо:

1. Определить зону по суммарным весам как

$$N_m = \{j\} : \sum_* w_{jm}^* > \sum_* w_{ji}^*, \forall i \neq m.$$

2. Выделить зону по режимным весам как

$$N_m^{\text{YP}} = \{j\} : w_{jm}^{\text{YP}} > w_{ji}^{\text{YP}}, \forall i \neq m.$$

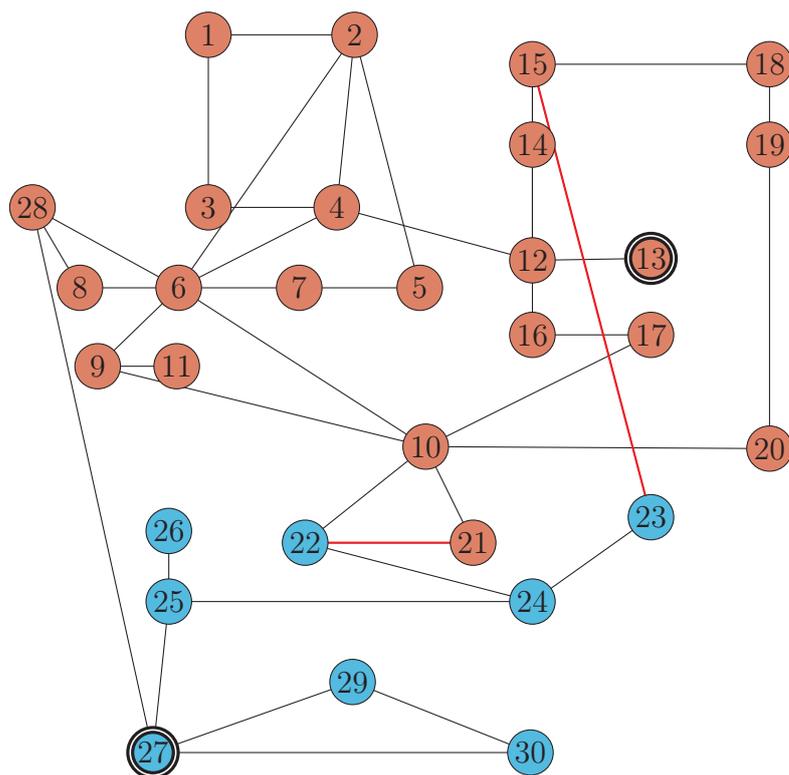


Рисунок 5.2 — Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе суммарного веса

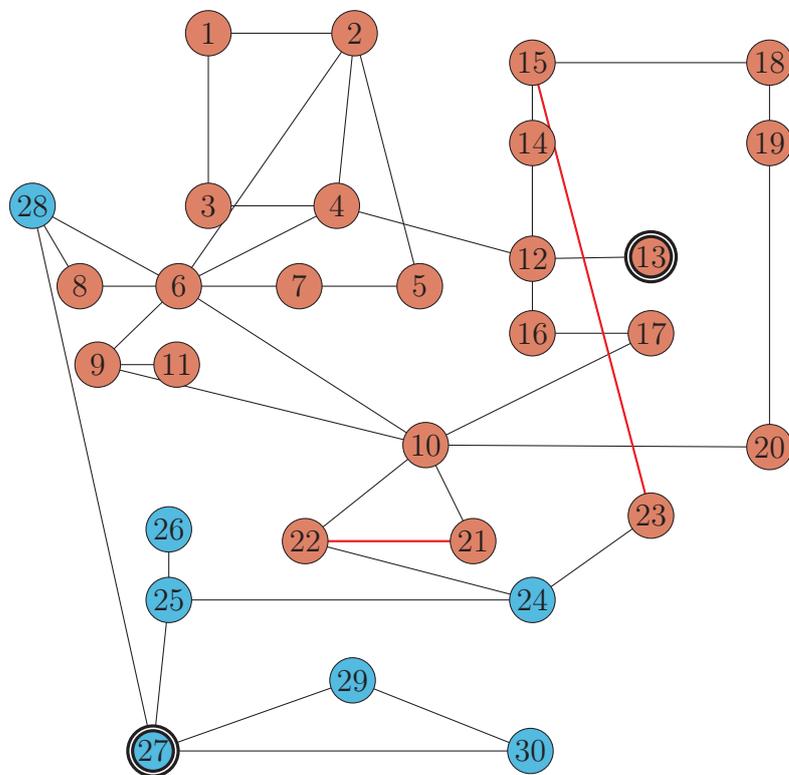


Рисунок 5.3 — Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе режимного веса

5.2.3 Карманы нагрузки

Наличие в ЭЭС изолирующих или почти изолирующих контролируемых сечений, образующих карманы нагрузки, — одна из причин появления у участников особого положения на рынке. Ограничение пропускной способности связей карманов нагрузки с остальной частью ЭЭС делает востребованной выработку электроэнергии на локальных электростанциях. Последние в свою очередь могут воспользоваться ситуацией и поднять параметры целевой функции выше предельных издержек. В этой связи карманы нагрузки — объект для наблюдения.

Рассмотрим применение метода взвешенной декомпозиции для выявления карманов нагрузки. Согласно определению карман нагрузки изолируется контролируемым сечением. Если переток в контролируемом сечении достиг максимально допустимого значения, то рост нагрузки в любом из узлов изолированной подсистемы может быть сбалансирован только МЛ-формирующим узлом внутри нее. Таким образом, для балансирования дополнительного 1 МВт нагрузки МЛ-формирующий узел увеличит мощность генератора (или снизит мощность нагрузки) на 1 МВт с учетом потерь.

Несмотря на активное сетевое ограничение, рассматриваемая подсистема фактически не является изолированной. В режимной компоненте ограничение не будет учитываться. В МЛ внутри подсистемы ожидается вклад МЛ-формирующих узлов, находящихся за пределами подсистемы. В таком случае можно ожидать, что сетевое ограничение нивелирует вес режимной компоненты внешних МЛ-формирующих узлов и увеличивает вес внутреннего МЛ-формирующего узла. Иначе говоря, из-за сетевого ограничения наблюдаются снижение мощности во внешних МЛ-формирующих узлах и прирост мощности во внутреннем МЛ-формирующем узле.

Пример 5.2. Рассмотрим данные положения на примере. Из ЭЭС-30 сформируем слабосвязанную схему, в которой будет несколько карманов нагрузки. Для этого удалим ряд ветвей, которые обозначены на рисунке 5.4 пунктирными линиями. На рисунке также обозначены МЛ, полученные по результатам оптимизации режима ЭЭС с целевой функцией максимизации общественного благосостояния (1.15) исходя из следующих ценовых параметров генераторов:

20, 50, 110, 40, 60 и 200 д.ед./МВт в узлах 1, 2, 13, 22, 23, 27 соответственно. Заявки потребителей ценопринимаящие, кроме узлов 12, 14, 15, 17, 18, 20. В них подается цена 100 д.ед./МВт.

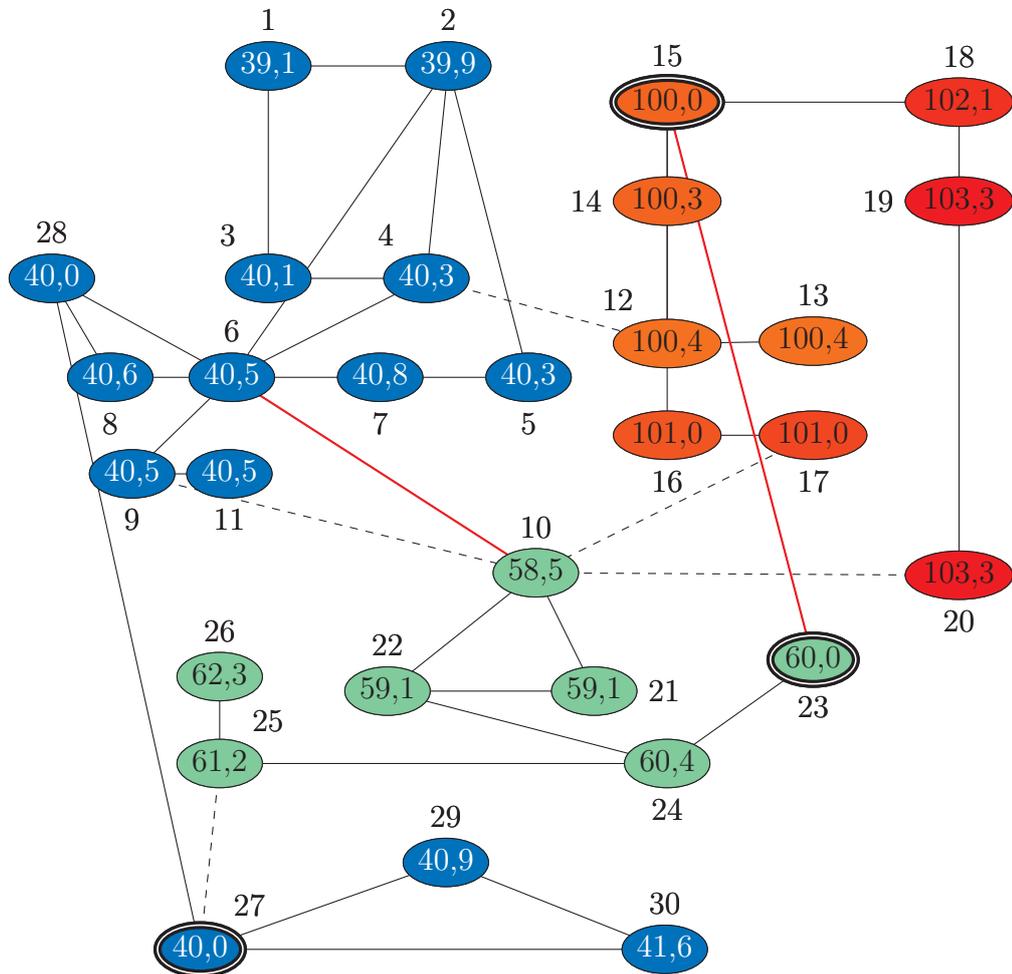


Рисунок 5.4 — МЛ в ЭЭС-30 с карманами нагрузки (пример 5.2)

В данном случае МЛ достаточно четко разделены на три группы по трем МЛ-формирующим параметрам 100, 60 и 40 д.ед./МВт в узлах 15, 23 и 27 соответственно. МЛ-принимающие узлы легко отнести к своей группе. Причиной образования карманов нагрузки являются линии 6—10 и 15—23 с перетоком на максимально допустимом уровне 32 и 16 МВт соответственно. На рисунке они обозначены красным.

Рассмотрим весовые коэффициенты влияния каждого из МЛ-формирующих узлов (см. таблицу 5.2). В таблице узлы сгруппированы по принадлежности к зоне МЛ 40, 60 и 100 д.ед./МВт. Суммарные веса имеют определенную структуру. Они приближенно равны либо 1, либо 0. Это позволяет сформулировать однозначную процедуру отнесения узлов к карману нагрузки.

Таблица 5.2 — Весовые коэффициенты для карманов нагрузки (пример 5.2)

Узел	λ_j^P , д.ед./МВт	Суммарные веса			Режимные веса			Весы сетевых ограничений					
		$\sum k_{j13}^*$	$\sum k_{j23}^*$	$\sum k_{j27}^*$	$k_{j13}^{УР}$	$k_{j23}^{УР}$	$k_{j27}^{УР}$	k_{j13}^{OC6-10}	k_{j23}^{OC6-10}	k_{j27}^{OC6-10}	$k_{j13}^{OC15-23}$	$k_{j23}^{OC15-23}$	$k_{j27}^{OC15-23}$
1	39,1	0,0007	-0,0012	0,9777	-	0,2561	0,7114	0,0007	-0,2573	0,2663	-	-	-
2	39,9	0,0007	-0,0012	0,9974	-	0,2612	0,7258	0,0007	-0,2624	0,2716	-	-	-
3	40,1	0,0007	-0,0011	1,0021	-	0,2649	0,7269	0,0007	-0,2660	0,2753	-	-	-
4	40,3	0,0007	-0,0011	1,0067	-	0,2666	0,7297	0,0007	-0,2677	0,2770	-	-	-
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
11	40,5	0,0007	-0,0010	1,0114	-	0,2689	0,7321	0,0007	-0,2699	0,2794	-	-	-
27	40,0	-	-	1,0000	-	-	1,0000	-	-	-	-	-	-
28	40,0	0,0006	-0,0009	1,0008	-	0,2371	0,7546	0,0006	-0,2380	0,2463	-	-	-
29	40,9	-	-0,0002	1,0217	-	-	1,0249	-	-	-	-	-	-
30	41,6	-	-0,0001	1,0400	-	-	1,0249	-	-	-	-	-	-
10	58,5	-0,0012	0,9773	-	-	0,6122	0,3781	-0,0010	0,3651	-0,3778	-	-	-
21	59,1	-0,0009	0,9871	-	-	0,6423	0,3570	-0,0009	0,3449	-0,3569	-	-	-
22	59,1	-0,0009	0,9873	-	-	0,6489	0,3501	-0,0009	0,3384	-0,3502	-	-	-
23	60,0	-	1,0000	-	-	1,0000	-	-	-	-	-	-	-
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
26	62,3	-0,0005	1,0398	-	-	0,8335	0,2135	-0,0005	0,2063	-0,2135	-	-	-
12	100,4	1,0040	-	-	1,0583	-0,0559	-	-	-	-	-0,0543	0,0559	-
13	100,4	1,0040	-	-	1,0583	-0,0559	-	-	-	-	-0,0543	0,0559	-
14	100,3	1,0028	-	-	1,0402	-0,0385	-	-	-	-	-0,0374	0,0386	-
15	100,0	1,0000	-	-	1,0000	-	-	-	-	-	-	-	-
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
19	103,3	1,0331	-	-	1,0174	0,0162	-	-	-	-	0,0158	-0,0162	-
20	103,3	1,0331	-	-	1,0174	0,0162	-	-	-	-	0,0158	-0,0162	-

Режимные веса характеризуются более равномерным переходом из-под влияния одного МЛ-формирующего узла к другому. Отметим, что единичные суммарные веса формируются соответствующим влиянием сетевых ограничений. Согласно весовым коэффициентам карман нагрузки с МЛ 40 д.ед./МВт сформирован сечением 6—10 и МЛ-формирующим узлом 27. Складывая режимный вес с весом сечения и вычитая относительный прирост потерь мощности при доставке мощности из соответствующего МЛ-формирующего узла, получаем величину для узлов в кармане нагрузки приблизительно равную единице, для узлов вне кармана нагрузки — нулю.

Отличительной особенностью вклада сетевых ограничений при рассмотрении карманов нагрузки можно отметить отсутствие влияния контролируемого сечения на остальную часть ЭЭС. В таблице 5.2 это видно для кармана нагрузки с МЛ 100 д.ед./МВт.

5.2.4 Алгоритм выявления карманов нагрузки

Таким образом, можно сформулировать правила для выявления карманов нагрузки.

Дано: Весовые коэффициенты вклада МЛ-формирующих узлов и сетевых ограничений в МЛ, достаточно малый параметр $w_{\min} = \varepsilon$.

1. Для каждого МЛ-формирующего параметра i и активного контролируемого сечения s рассчитать сумму коэффициентов $z_{ji}^s = w_{ji}^{YP} + w_{ji}^{OC^s}$.
2. Рассчитать вклад потерь доставки мощности в узел j из узла i : $z_{ji}^{\Delta} = \partial \Delta P_l^i / \partial P_j$.
3. Если для любого узла в ЭЭС удовлетворяется одно из условий $z_{ji}^s - z_{ji}^{\Delta} - 1 < w_{\min}$ или $|z_{ji}^s| < w_{\min}$, тогда имеем карман нагрузки $K = \{j\}$: $z_{ji}^s - z_{ji}^{\Delta} - 1 < w_{\min}$.

Выводы по параграфу 5.2. Показано, как с помощью весовых коэффициентов определить зону «обслуживания» того или иного МЛ-формирующего узла. Рассмотрены зоны режимной компоненты, т. е. зоны поставки последнего 1 МВт (или маржинальной) мощности данным регулирующим узлом из состава МЛ-формирующих узлов при отсутствии ограничений.

Показано, как зона поставки меняется под влиянием ограничений. Рассмотрены фактические зоны поставок мощности. Сравнение первых и вторых позволяет сделать вывод о сужении (расширении) зоны из-за появления ограничений. Дано условие выделения карманов нагрузки.

5.3 Зоны влияния сетевых ограничений и ограничений по напряжению

5.3.1 Зоны по факторным весовым коэффициентам

В данном параграфе предлагается метод выделения зон влияния сетевых ограничений и ограничений по напряжению, основанный на использовании весовых коэффициентов декомпозиции МЛ, полученных в предыдущих главах. Следует отметить, что ранее зоны влияния ограничений по напряжению в литературе не рассматривались. Рассмотрим задачу выделения в ЭЭС зон, МЛ в которых формируются под влиянием факторов активных ограничений. Идентификация, анализ и устранение таких факторов приведет к получению более экономичного УР и выравниванию МЛ в ЭЭС.

Сам факт выбора оптимального режима с достижением максимально возможного перетока мощности в сетевом ограничении, минимального или максимального напряжения в узле является лишь индикатором некоторого состояния ЭЭС. Если ограничение активно достаточно продолжительное время, то это сигнализирует о проблеме. Она может иметь как технический, так и экономический характер. Выявление зоны позволит ограничить возможный набор данных для сбора статистики о причинах и условиях возникновения зоны. Устранение условий формирования зоны может лежать как в развитии сетевого электрохозяйства или генерирующих мощностей, внедрении специальных средств управления потоками мощности, так и изменении правил, регулирующих взаимодействие генерирующих компаний и потребителей, если имеют место злоупотребления.

Пример 5.3. В схеме ЭЭС-30, рассмотренной в предыдущем параграфе (пример 5.1), получены следующие весовые коэффициенты (см. таблицу 5.3). Зная

их, можно отдельно рассмотреть вклад каждого из ограничений и получить зоны по каждому МЛ-формирующему узлу и каждому ограничению. На рисунках 5.5 и 5.6 узлы отнесены к той или иной зоне при превышении весового коэффициента порогового значения $w_{\min} = 0,2$.

Так, в зону влияния узла 27 в связи с ограничением перетока мощности в линии 21—22 попали узлы 22, 24, а в связи с ограничением перетока мощности в линии 15—23 — узлы 10, 21—26. МЛ в узле 27 равен 200 д.ед./МВт. Он ниже 250 д.ед./МВт в МЛ-формирующем узле 13. Зону его влияния можно назвать зоной низких МЛ. Отметим, что весовые коэффициенты по каждому ограничению в сумме примерно равны нулю. Это означает, что ограничение приводит к перезагрузке МЛ-формирующих узлов без дополнительного увеличения или снижения мощности. Остаток, неравный нулю, относится на рост или снижение относительного прироста потерь мощности. В этой связи положительный весовой коэффициент МЛ-формирующего узла 27 сопровождается формированием отрицательного весового коэффициента МЛ-формирующего узла 13. Поэтому зона низких МЛ образуется не только из-за более низкого МЛ в узле 27, но и за счет разгрузки узла 13 с более высоким МЛ. Такой механизм формирования МЛ более подробно был рассмотрен в примере 4.1. В данном примере же рассматривается множество узлов, МЛ в которых сформированы под воздействием одних и тех же факторов.

5.3.2 Зоны по компонентам множителей Лагранжа

Анализ предыдущего примера показывает, что для понимания влияния на МЛ конкретного ограничения следует перейти от рассмотрения отдельных коэффициентов конкретных МЛ-формирующих узлов к суммарному влиянию ограничения, которое можно рассчитать как взвешенную сумму:

$$\lambda_j^{\text{OC}_s} = \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{OC}_s} C_i. \quad (5.2)$$

Порогом для включения узла в зону тогда должен служить показатель, измеряемый в д.ед./МВт. Данный подход позволит выделить зону повышения МЛ и зону понижения МЛ из-за влияния конкретного сетевого ограничения.

Таблица 5.3 — Весовые коэффициенты ОС и ОН (пример 5.3)

Узел	Веса ОС				Веса ОН	
	$w_{j13}^{P_{s:21-22}^{\max}}$	$w_{j27}^{P_{s:21-22}^{\max}}$	$w_{j13}^{P_{s:15-23}^{\max}}$	$w_{j27}^{P_{s:15-23}^{\max}}$	$\sum w_{j13}^V$	$\sum w_{j27}^V$
1	0,1171	-0,1115	-0,0218	0,0218	0,0035	-0,0036
2	0,1207	-0,1149	-0,0252	0,0251	0,0036	-0,0038
3	0,1172	-0,1116	-0,0113	0,0113	0,0012	-0,0013
4	0,1171	-0,1115	-0,0091	0,0090	0,0007	-0,0007
5	0,1250	-0,1190	-0,0318	0,0317	0,0029	-0,0030
6	0,1286	-0,1224	-0,0380	0,0379	0,0018	-0,0019
7	0,1283	-0,1221	-0,0356	0,0355	0,0021	-0,0022
8	0,1270	-0,1210	-0,0374	0,0373	0,0017	-0,0017
9	0,2073	-0,1974	-0,1563	0,1560	0,0047	-0,0049
10	0,2475	-0,2357	-0,2168	0,2164	0,0062	-0,0064
11	0,2073	-0,1974	-0,1563	0,1560	0,0047	-0,0049
12	0,0386	-0,0368	0,1919	-0,1915	-0,0034	0,0035
13	–	–	–	–	–	–
14	0,0149	-0,0142	0,3768	-0,3760	-0,0024	0,0024
15	-0,0095	0,0090	0,5503	-0,5492	0,0032	-0,0034
16	0,1280	-0,1219	0,0184	-0,0184	0,0007	-0,0007
17	0,2133	-0,2031	-0,1486	0,1483	0,0047	-0,0048
18	0,0822	-0,0782	0,2847	-0,2841	0,0041	-0,0042
19	0,1364	-0,1299	0,1252	-0,1249	0,0046	-0,0048
20	0,1646	-0,1567	0,0390	-0,0389	0,0050	-0,0052
21	0,8004	-0,7621	-0,3451	0,3445	0,0082	-0,0086
22	-0,7385	0,7032	-0,3809	0,3801	0,0089	-0,0092
23	-0,1805	0,1719	-2,2629	2,2585	0,0135	-0,0141
24	-0,4269	0,4065	-0,9956	0,9937	0,0092	-0,0096
25	-0,1694	0,1613	-0,3953	0,3945	0,0036	-0,0038
26	-0,1729	0,1646	-0,4022	0,4014	0,0037	-0,0039
27	–	–	–	–	–	–
28	0,1151	-0,1096	-0,0343	0,0342	0,0018	-0,0018
29	–	–	–	–	0,0609	-0,0697
30	–	–	–	–	0,1310	-0,1498

Пример 5.4. Продолжим рассмотрение примера 5.3 и определим вклад в МЛ каждого из активных ограничений. На рисунках 5.7 и 5.8 даны λ_j^s и выделены зоны с пороговым значением 5 д.ед./МВт. Если рассчитанная компонента по модулю ниже выбранного порога, то можно считать, что на МЛ не оказывает влияния со стороны ограничения. При таком построении более четко

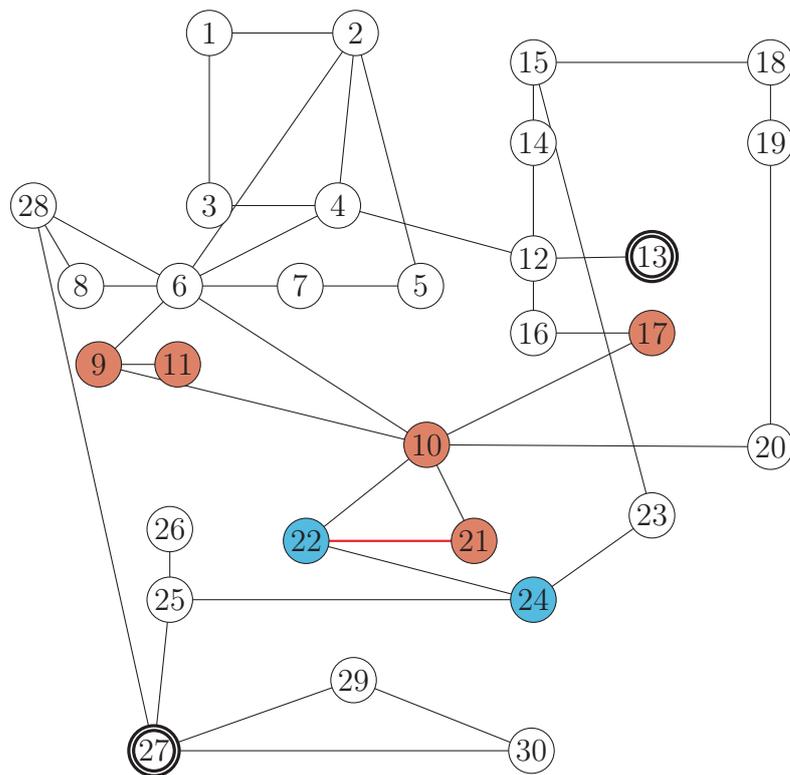


Рисунок 5.5 — Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе веса перегруженной линии 21—22

проявляются зоны снижения и повышения МЛ по причине перегрузки линии электропередачи.

Пример 5.5. Рассмотрим пример с ЭЭС-2746. Выбрана целевая функция минимизации суммарных издержек на производство и распределение мощности в линеаризованном виде (1.13). Параметры целевой функции моделировались случайным образом. Для целей получения нескольких активных ограничений пределы передаваемой мощности в линиях 1964—1996, 417—345, 359—13 и 1594—1243 были снижены на 25 %. На рисунке 5.9 показаны результаты оптимизации. Красным выделены перегруженные линии электропередачи. МЛ-формирующие узлы 27, 1675, 1996 и 2349 с параметрами целевой функции 47, 38, 56 и 90 д.ед./МВт соответственно на рисунке выделены черным.

На рисунках 5.10 и 5.11 показаны зоны, обусловленные вкладом сетевых ограничений. Три из четырех активных контролируемых сечений создают зону роста и зону снижения МЛ. Линия 1964—1996 создает только зону высоких МЛ. Это происходит из-за того, что узлы потенциальной зоны низких МЛ не влияют на переток мощности в линии, а балансируются МЛ-формирующим узлом 1996 (см. рисунок 3.14, иллюстрирующий процесс формирования вклада сетевого

ограничения). На рисунке 5.12 показаны три зоны роста МЛ, образованные ограничениями по напряжению.

На рассмотренном примере видно, что весовые коэффициенты могут быть полезны в определении зон влияния того или иного фактора. Большая зона влияния говорит о большем количестве участников рынка, на которых этот фактор влияет. Таким образом, определяется один из приоритетов для инвестиционной деятельности по строительству генерирующих или сетевых объектов для снижения влияния наиболее неблагоприятных факторов.

Недостатком такого рода зон является то, что общий уровень МЛ в ЭЭС изменчив в зависимости от времени суток, сезона и т. п. Применение одного и того же порогового уровня в различное время приведет к разному набору узлов, входящих в зону. Для сравнения зон между собой в различные моменты времени необходимо использовать относительный, а не абсолютный вклад сетевого ограничения в МЛ.

Выводы по параграфу 5.3. Рассмотрено применение весовых коэффициентов, полученных по разработанному в главе 3 методу взвешенной декомпозиции, для выделения зон, МЛ в которых были сформированы под влиянием сетевых ограничений или ограничений по напряжению. Узлы в каждой такой зоне на изменение мощности в них требуют одинаковой реакции регулирующих узлов.

Предложен новый эффективный способ кластеризации зон, основанный на взвешенном характере МЛ и выделении отдельных весовых коэффициентов, образованных тем или иным фактором (ограничением), и не зависящий от выбора базисного узла. Полученные с помощью предложенного подхода зоны также не зависят от выбора базисного узла и показывают вклад каждого сетевого ограничения, каждого ограничения по напряжению в абсолютном выражении, характеризуя влияние оптимального УР ЭЭС на МЛ.

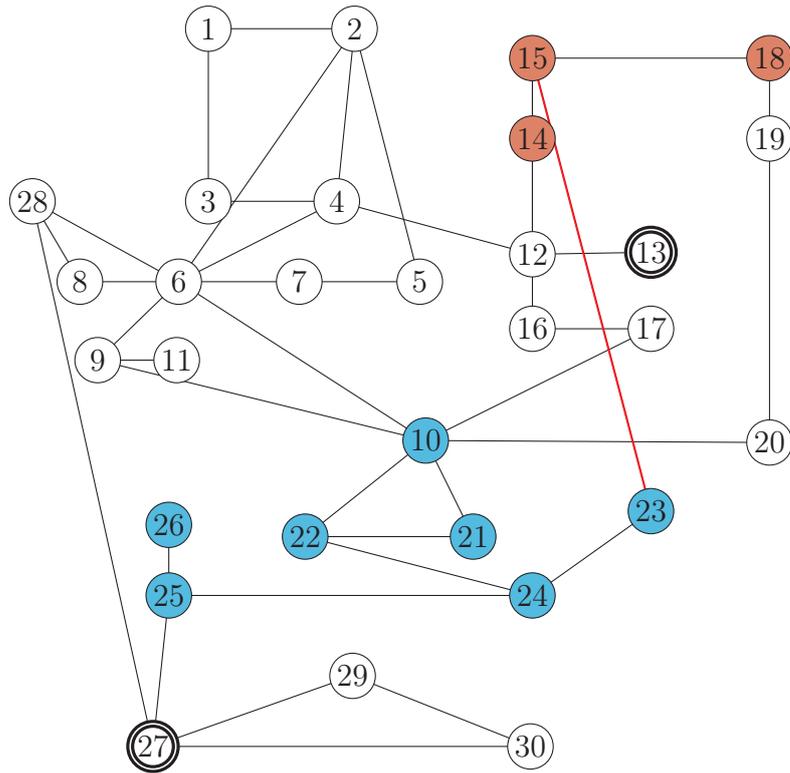


Рисунок 5.6 — Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе веса перегруженной линии 15—23

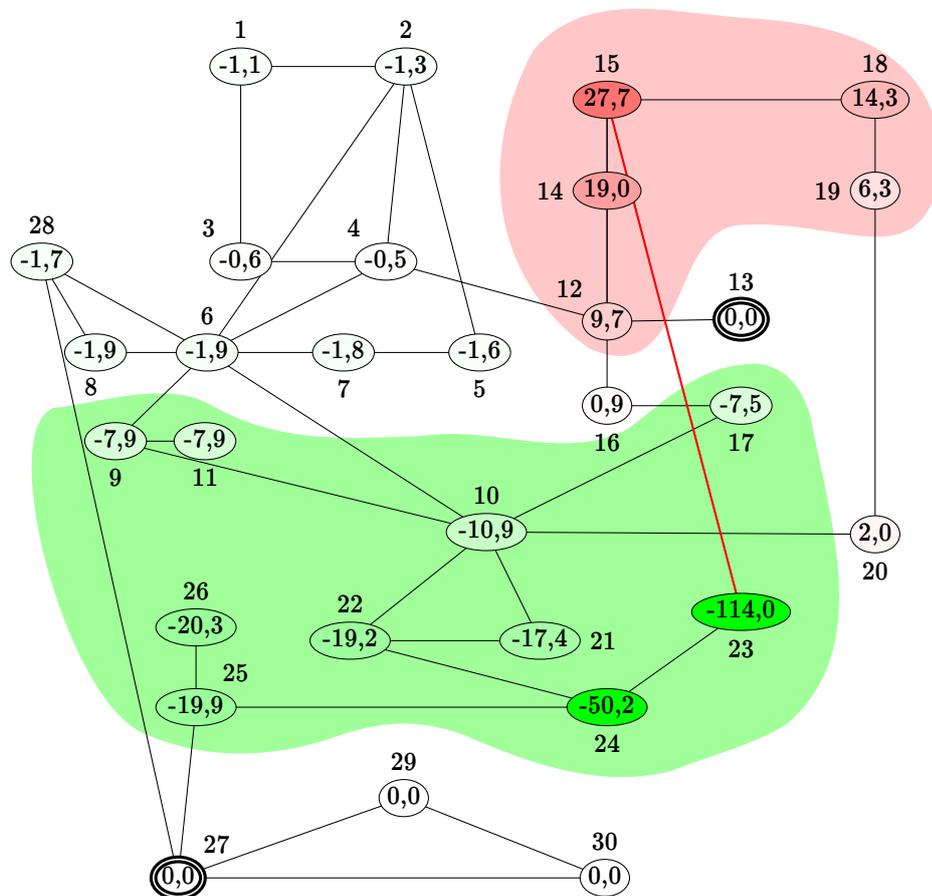


Рисунок 5.7 — Компоненты МЛ сетевого ограничения в линии 15—23

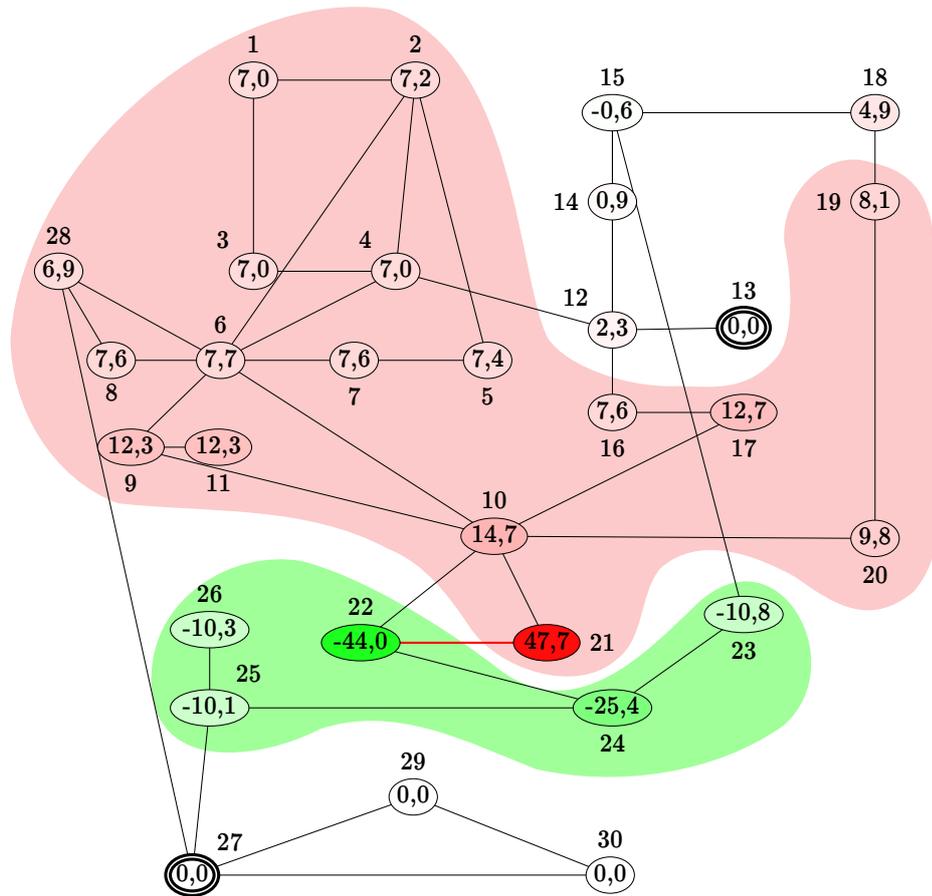


Рисунок 5.8 — Компоненты МЛ сетевого ограничения в линии 21—22

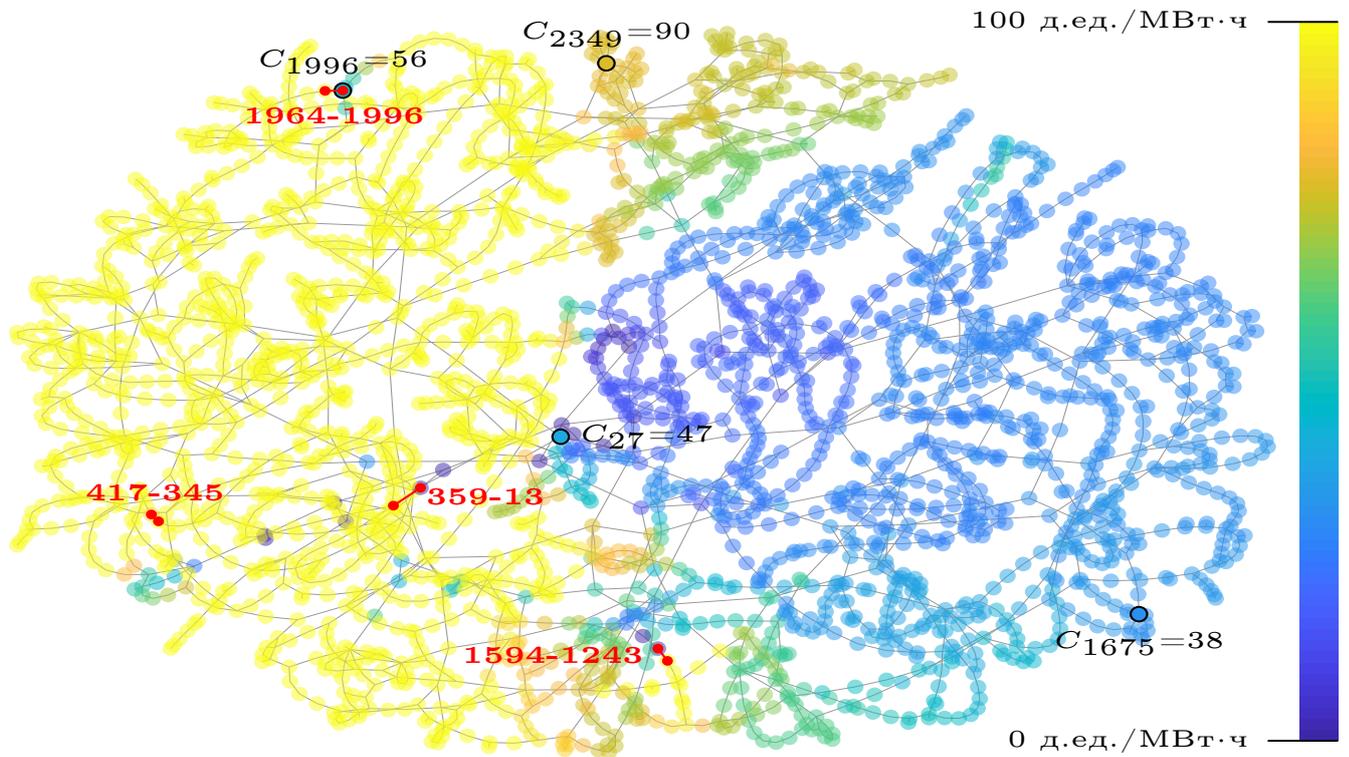


Рисунок 5.9 — Результаты оптимизации ЭЭС-2746

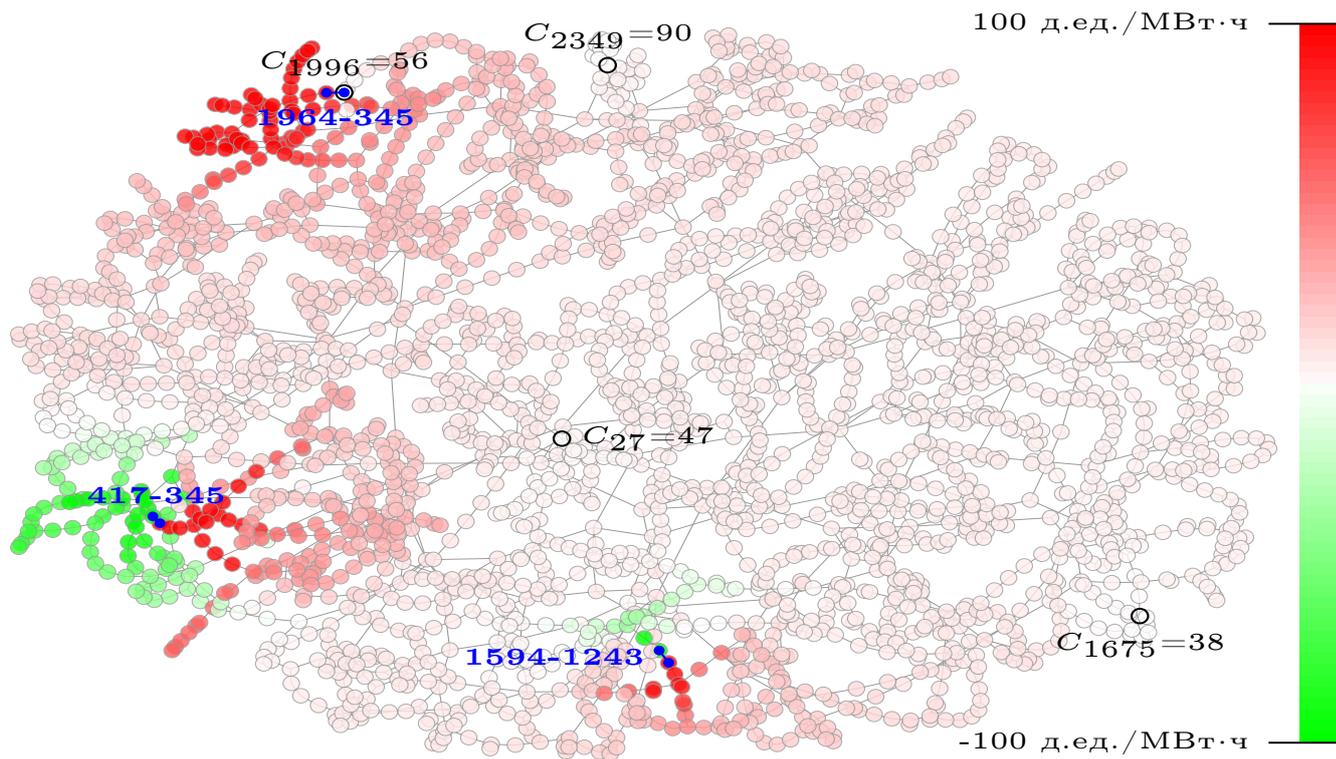


Рисунок 5.10 — Зоны в ЭЭС-2746, обусловленные влиянием запертых линий 417–345, 1594–1243, 1964–345

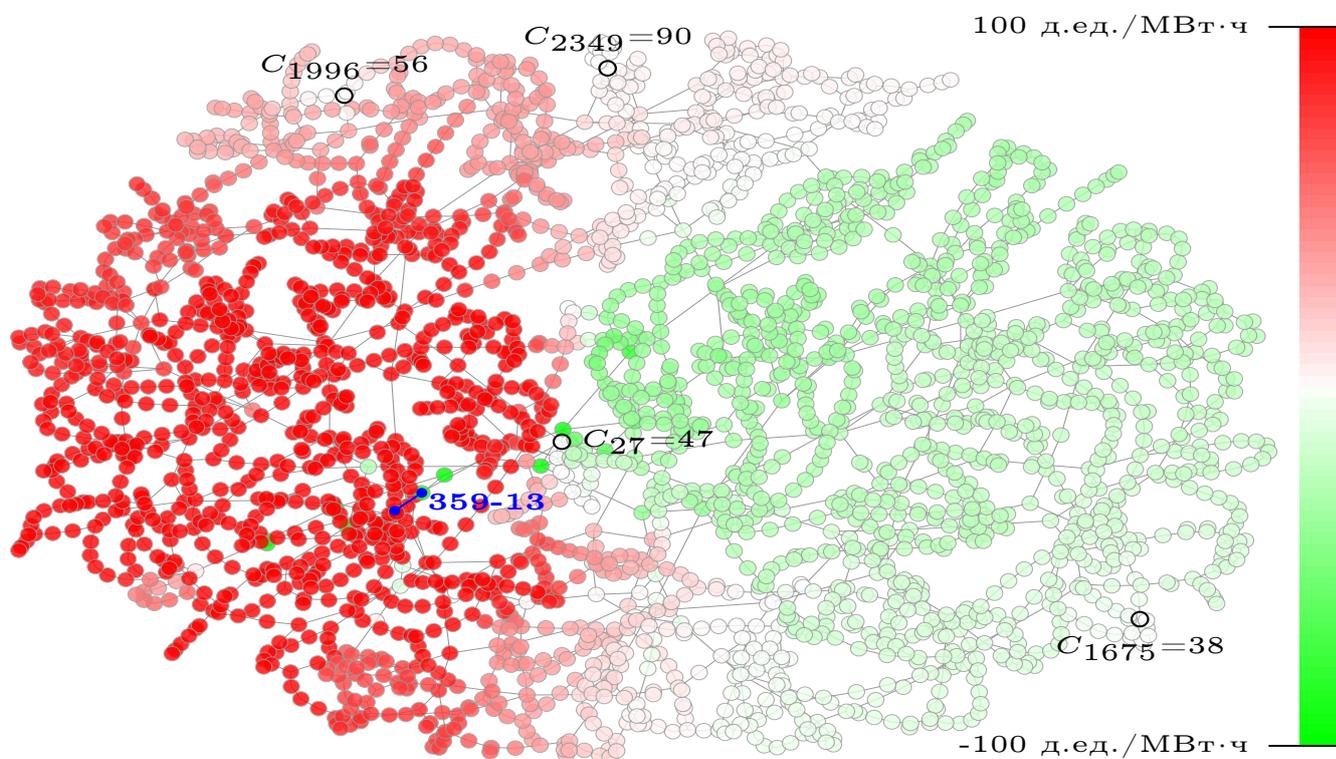


Рисунок 5.11 — Зоны в ЭЭС-2746, обусловленные влиянием запертой линии 359–13

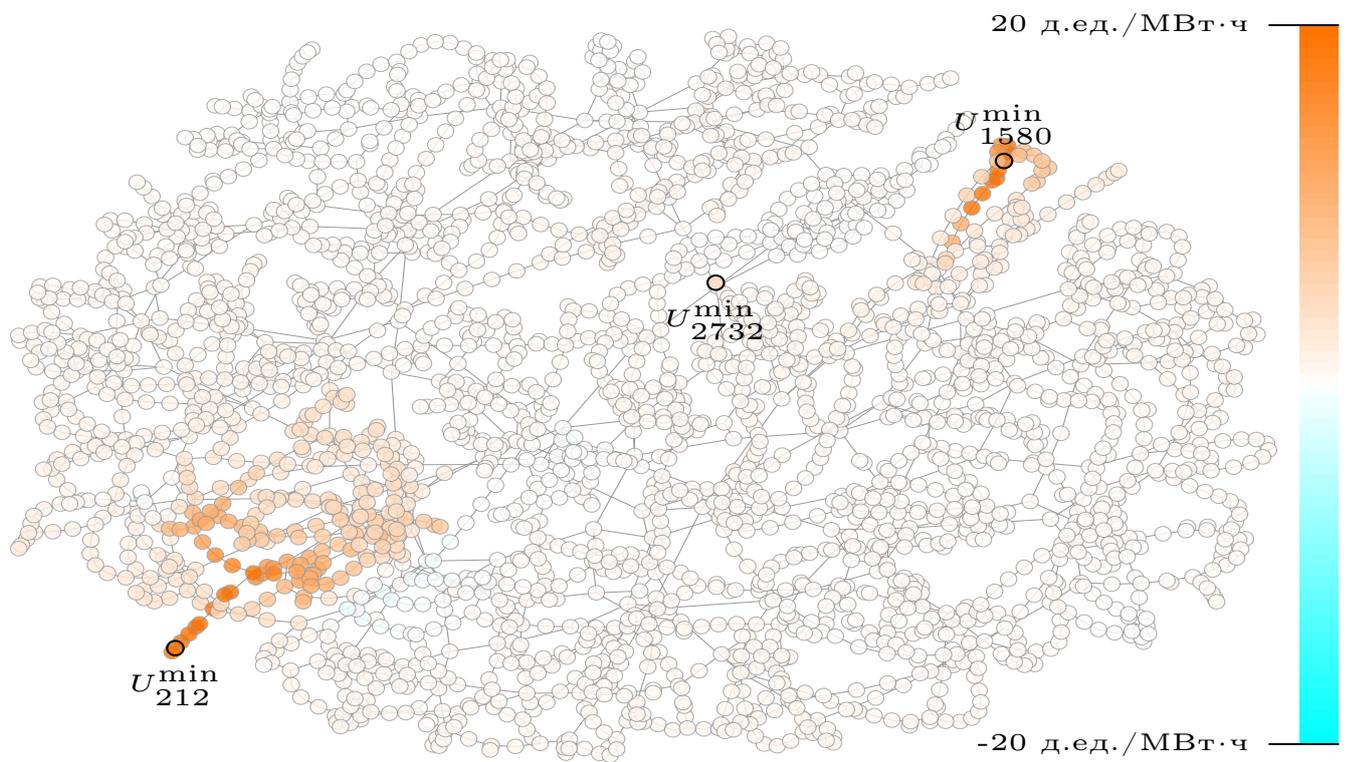


Рисунок 5.12 — Зоны в ЭЭС-2746, обусловленные влиянием ограничений по напряжению

5.4 Выделение устойчивых зон

5.4.1 Расстояние между зонами как метрика их сходства

В данном параграфе поставлена и решена задача выявления устойчивых к внешним изменениям зон влияния сетевых ограничений на МЛ, для которых возможен сбор статистики режимных параметров ЭЭС и стратегий участников в диапазоне до нескольких лет.

В процессе управления большими ЭЭС возникает большое количество подсистем, обусловленных актуальным профилем потребления, топологией, текущими и аварийными ремонтами генерирующего и сетевого энергооборудования и др.

Практика показывает, что в связи с большой вариативностью параметров энергосистемы одни и те же ограничения порождают достаточно разные зоны влияния в разные моменты времени. Такая ситуация не позволяет производить какой-либо ретроспективный анализ зон. Прямое сравнение, например, суммарной мощности в таких зонах недопустимо. Цель исследования состоит в снижении этой вариативности и выделении сущностей, которые достаточно близко описывают большое количество возникающих зон.

Таким образом, для целей выделения устойчивых зон необходимо разработать подход, позволяющий выделять их из динамично изменяющихся режимных условий. Данный параграф посвящен определению и анализу зон влияния различных факторов в среднесрочном периоде. Под среднесрочным здесь понимается такой период, определение зон в котором может быть использовано при ретроспективном анализе (например, один — три года) в качестве оценок реального размера территории влияния (например, кармана нагрузки). Предлагаемый подход также предусматривает ежедневную актуализацию за счет инкрементального перерасчета оценок.

Концептуально идея — в сочетании анализа коэффициентов чувствительности потоков активной мощности по ветвям к узловым мощностям — сетевых коэффициентов, подобно работам [241; 245; 246], с кластерным анализом, целью которого является не разделение на группы [233; 236], а выделение центров кла-

стеров с ограниченной вариацией, способных служить устойчивой оценкой для всего кластера в рамках других аналитических задач.

Чтобы сопоставлять между собой зоны, полученные в разные моменты времени, зададимся степенью их различия, или расстоянием. Предположим, что у нас есть некоторая сущность зоны E , задаваемая своим набором узлов $\{j\}$. Тогда для сравнения можно использовать следующую функцию:

$$\rho(A, B) = 1 - \frac{|A \cup B|}{\max(|A|, |B|)}, \quad (5.3)$$

где $|A|$ означает мощность множества A . Зону можно считать одной и той же, если выполнено следующее условие:

$$\rho(E_i, E_j) \leq \rho_{\min}, \quad (5.4)$$

где ρ_{\min} некоторый параметр.

Если неравенство не выполняется, то можно считать, что это новая сущность зоны. При этом сравнение проводится только с сущностями с одними и теми же идентификационными параметрами: ограничение, его направление, МЛ-формирующий узел, характер влияния на МЛ.

Зоны высоких и низких МЛ могут формироваться по разным причинам. На это влияют ремонты, сезонность, заявки участников, топология электрической сети и др. Характер влияния ограничений также может быть различным. Отнесение узла к зоне независимо от уровня МЛ является преимуществом алгоритма.

Взвешенная декомпозиция МЛ содержит всю необходимую информацию для анализа активных ограничений пропускной способности в определенный момент времени.

Предположим, что имеется информация о значениях сетевых коэффициентов в моменты времени $t \in T$. Для каждого контролируемого сечения или контролируемого напряжения s , МЛ-формирующего узла $m \in MP$ введем матрицу вкладов в узлы

$$\mathbf{W}^{sm} = \{\mathbf{w}_t^{sm}\}_{t \in T} \in \mathbf{R}^{|T| \times n}, \quad \mathbf{w}_t^{sm} = (w_{t1}^{sm}, w_{t2}^{sm}, \dots, w_{tn}^{sm}). \quad (5.5)$$

Каждая строка матрицы \mathbf{W}^{sm} представляет из себя вектор вкладов ограничения во все узлы системы в определенный момент времени. Кластеризация

производится отдельно по каждому ограничению s и МЛ-формирующему параметру m , поэтому в дальнейшем изложении мы опустим индекс sm в формулах.

Вообще говоря, возможен подход прямой кластеризации матрицы \mathbf{W} , однако он требует решения нетривиального вопроса с выбором метрики. Действительно, применение, например, стандартной евклидовой метрики может привести к противоречивым результатам: для любого вектора x вектор ax , $a \in \mathbf{R}^+$ должен быть достаточно близок независимо от значения a , что невозможно обеспечить евклидовой метрикой.

Возможен более простой путь — переход к категоризованной матрице, в которой каждая строка k_t трансформируется в булев вектор b_t с помощью некоторого фильтра $F : \mathbf{R}^n \rightarrow \{0,1\}^n$.

В результате применения фильтра мы, по сути, получаем индикацию некоторого множества узлов в конкретный момент времени (b_t). Разумеется, смысл множества задается фильтром. В данной работе использована обыкновенная пороговая функция с параметром w_{\min} :

$$f(w_i) = \begin{cases} 0, & |w_i| < w_{\min}, \\ 1, & |w_i| \geq w_{\min}, \end{cases} \quad (5.6)$$

позволяющая получить индикацию *зоны влияния ограничений* как множества узлов с «высоким» по модулю (относительно порога α) уровнем влияния системных ограничений. Отмечаем, что пространство булевых векторов изоморфно множеству всех подмножеств некоторого множества, поэтому для простоты изложения здесь и далее будут использованы некоторые термины, которые обычно применяются к операциям с множествами.

Пусть

$$\mathbf{b}_t = f(\mathbf{w}_t) \in \{0,1\}^n. \quad (5.7)$$

Предлагается следующая метрика для сравнения двух непустых множеств

$$x, y \in \{0,1\}^n, \quad d(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y = 0, \\ 1 - \frac{|x \cdot y|}{\max(|x|, |y|)}, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5.8)$$

где $x \cdot y$ это конъюнкция (логическое «и»), $|x|$ мощность множества (покомпонентная сумма).

Утверждение 5.1. Функция, заданная (5.8), является метрикой в пространстве $\{0, 1\}^n$, т. е. удовлетворяет следующим условиям $\forall x, y, z \in \{0, 1\}^n$:

$$d(x, y) \geq 0, \quad (5.9)$$

$$d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x \equiv y, \quad (5.10)$$

$$d(x, y) = d(y, x), \quad (5.11)$$

$$d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z). \quad (5.12)$$

Доказательство. Свойства (5.10) и (5.11) очевидны, а (5.9) сразу следует из

$$\max(|x|, |y|) \geq \min(|x|, |y|) \geq |x \cdot y|. \quad (5.13)$$

Для доказательства аксиомы треугольника (5.12) воспользуемся следующим свойством:

$$\forall x, y, z \in \{0, 1\}^n : |xz| + |yz| - |xyz| \leq |z|. \quad (5.14)$$

В частности будем использовать

$$|xz| + |yz| - |z| \leq |xyz| \leq |xy|. \quad (5.15)$$

Формула (5.14) может быть проверена напрямую за счет подстановки определения мощности множества

$$|ab| = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

следующим образом:

$$\sum_i (x_i + y_i - x_i y_i - 1) z_i = - \sum_i (1 - x_i)(1 - y_i) z_i \leq 0. \quad (5.16)$$

1. *Неравенство (5.12) выполнено, если хотя бы одно из множеств пусто.* Поскольку $d()$ равно 1, если один аргумент равен 0, и доопределено для двух нулевых аргументов, легко проверить непосредственно, что для всевозможных комбинаций с одним, двумя, а также для трех пустых множеств неравенство треугольника выполнено.

Для доказательства в случае непустых множеств подставим (5.8) в (5.12) и перепишем следующим образом:

$$I \stackrel{def}{=} -1 - \frac{|xy|}{\max(|x|, |y|)} + \frac{|xz|}{\max(|x|, |z|)} + \frac{|yz|}{\max(|y|, |z|)} \leq 0. \quad (5.17)$$

Принимая во внимание п. 1 доказательства, мы без потери общности будем считать, что $|x| \geq |y|$, тогда нам требуется доказать

$$I = -1 - \frac{|xy|}{|x|} + \frac{|xz|}{\max(|x|, |z|)} + \frac{|yz|}{\max(|y|, |z|)} \leq 0. \quad (5.18)$$

2. Неравенство (5.12) выполнено для непустых множеств $|x|, |y|, |z|$. Доказательство построено на мажорировании (5.18) с помощью (5.15).

2.1. Рассмотрим случай $|z| \geq |x| \geq |y|$. Тогда (5.18) можно записать как

$$I = -1 - \frac{|xy|}{|x|} + \frac{|xz|}{|z|} + \frac{|yz|}{|z|}. \quad (5.19)$$

С учетом (5.15) получим:

$$I \leq -1 - \frac{|xy|}{|x|} + \frac{|xy| + |z|}{|z|} = |xy| \left(\frac{1}{|z|} - \frac{1}{|x|} \right) \leq 0. \quad (5.20)$$

2.2. Рассмотрим случай $|x| \geq |y| \geq |z|$. Аналогично

$$\begin{aligned} I &= -\frac{|y|}{|y|} - \frac{|xy|}{|x|} + \frac{|xz|}{|x|} + \frac{|yz|}{|y|} \leq \frac{|z| - |yz|}{|x|} - \frac{|y| - |yz|}{|y|} \leq \\ &\leq (|z| - |yz|) \left(\frac{1}{|x|} - \frac{1}{|y|} \right) \leq 0. \end{aligned} \quad (5.21)$$

2.3. Наконец, при $|x| > |z| \geq |y|$ имеем:

$$\begin{aligned} I &= -\frac{|z|}{|z|} - \frac{|xy|}{|x|} + \frac{|xz|}{|x|} + \frac{|yz|}{|z|} \leq \frac{|z| - |yz|}{|x|} - \frac{|z| - |yz|}{|z|} = \\ &= (|z| - |yz|) \left(\frac{1}{|x|} - \frac{1}{|z|} \right) \leq 0. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Неравенства (5.20), (5.21) и (5.22) доказывают (5.18) при условии $|x| \geq |y|$. Доказательство для $|x| \leq |y|$ совпадает с точностью до переименования.

Таким образом, мы проверили корректность (5.12) для пространства n -мерных булевых кубов, что доказывает утверждение. \square

5.4.2 Инкрементальный алгоритм формирования базы кластеров

Изначально подход формулировался для задачи с большим T , поэтому одним из требований к алгоритму была возможность формулировки в виде

пошаговой кластеризации и обновления оценок. Также предполагается, что алгоритм осуществляет один просмотр данных и может пользоваться только последовательным чтением. Результатом алгоритма должно быть множество булевых векторов, которые идентифицируют сущности зон влияния системных ограничений.

Далее каждое \mathbf{b}_t будем называть *прототипом* зоны, а результирующие оценки *сущностями* зон.

Базовая идея алгоритма заключается в следующем: осуществляется последовательный просмотр всех прототипов, и на каждом шаге производится проверка на сходство с определенными ранее сущностями. Если схожая сущность найдена, мы можем обновить статистическую информацию, необходимую для последующего анализа (например, моменты выявления, условия возникновения и т. п.).

Алгоритм стартует с пустого множества сущностей \mathcal{E} и заполняет его, последовательно обрабатывая каждую строчку входных данных \mathbf{w}_t в \mathbf{W} . Сходство двух множеств \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 зададим с помощью (5.8) и параметра γ :

$$\mathbf{x}_1 \sim \mathbf{x}_2 \iff d(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \leq \gamma. \quad (5.23)$$

Подводя итоги, отметим особенности примененного алгоритма. Алгоритм имеет простую схему, относительно несложен в реализации. Два основных параметра w_{\min} и γ позволяют осуществлять подстройку алгоритма и в общем случае могут быть выбраны на основе статистической информации.

Эффективность алгоритма проверена на примере применения к двухгодичной выборке данных на РСВ, но в то же время были выявлены некоторые недостатки.

Во-первых, результат алгоритма в виде набора сущностей сильно зависит от стартовой точки. При запуске алгоритма, например, в обратном порядке дат получается другой результат.

Во-вторых, и это следствие первого недостатка, в течение времени структура ЭЭС меняется и происходят сдвиги сущностей, которые хотелось бы учитывать. Но если старые сущности от новых отличаются не существенно, то на результатах это не отразится. Другими словами, в алгоритме отсутствует шаг, аналогичный шагу в алгоритме k -средних, когда производится перерасчет центра кластера. Кроме того, множество \mathcal{E} потенциально ничем не ограничено, поэтому цикл поиска схожих сущностей может просто перестать работать за

адекватное время. Эта проблема решалась введением максимальной глубины поиска по дате для ограничения цикла сравнения (подробнее см. [226]).

Предлагается следующая возможная модификация алгоритма: сущность хранится в виде нечеткого множества, оценки принадлежности пересчитываются каждый раз, когда выявляется близкий прототип. При этом для оценки близости можно использовать метрику (5.8), но предварительно привести нечеткое множество к четкому, взяв некоторый ζ -уровень (ζ — параметр). При этом добавляется хранение статистики для пересчета вероятностей.

Также можно для центра кластера выбрать наиболее часто встречающийся прототип. В таком случае необходимо хранить статистику всех просмотренных объектов.

5.4.3 Алгоритм выделения устойчивых зон

Дано: параметры w_{\min}, γ , матрица весов W .

1. Задается пустое множество сущностей $\mathcal{E} = \emptyset$.
2. Для каждого $\mathbf{w}_t \in \mathbf{W}$ находится прототип зоны $\mathbf{b}_t = f(\mathbf{w}_t)$.
3. Если между прототипом \mathbf{b}_t и какой-либо сущностью из $\mathbf{b} \in \mathcal{E}$ найдено, что расстояние не велико, т.е. $d(\mathbf{b}, \mathbf{b}_t) < \gamma$, то необходимо обновить статистику по \mathbf{b} .
4. Если не найдено ни одного такого \mathbf{b} , то в \mathcal{E} добавляется новая сущность \mathbf{b}_t .
5. Алгоритм повторяется для каждого активного ограничения.

Выводы по параграфу 5.4. Рассмотрена задача выделения устойчивых зон в долгосрочной перспективе. Для этого введено понятие расстояния между зонами, т.е. метрика, насколько зоны различны между собой. Расстояние отвечает необходимым свойствам, в частности правилу треугольника.

Разработан метод выделения таких зон, отвечающий следующим требованиям: возможность инкрементального (онлайн) обновления состава зон за один последовательный просмотр данных. Такие требования обусловлены применением алгоритма на оптовом рынке электроэнергии и мощности в целях анализа ценовых сигналов к строительству новых генерирующих и сетевых объектов.

5.5 Выводы по главе 5

Появление зон низких или высоких цен дает ценовые сигналы и свидетельствует о потенциале повышения эффективности и экономичности ЭЭС. Кластеризация узловых цен на основе анализа весовых коэффициентов позволяет эффективно выделять зоны:

- передачи маргинальной мощности из регулирующих узлов (зон обслуживания регулирующих узлов),
- карманов нагрузки,
- влияния сетевых ограничений,
- влияния ограничений по напряжению.

Выделение зон в долгосрочной перспективе позволяет проводить ретроспективный анализ условий их появления и функционирования. Разработан эффективный алгоритм выделения таких зон, который не только предусматривает работу в условиях постоянных оперативных изменений ЭЭС из-за переключений в схеме электрических сетей, изменения нагрузки, включения и выключения генераторов, но и позволяет обновлять базы данных зон инкрементально в режиме получения актуальных весовых коэффициентов. Это дает возможность использовать результаты определения зон при оценке ценовых сигналов оптового рынка электроэнергии и мощности.

Глава 6. Эквивалентные модели сложных ЭЭС

В ряде задач, например, в задачах планирования развития ЭЭС или прогнозирования цен на электроэнергию, не требуется проводить расчеты ЭЭС с точно заданными параметрами элементов, топологией, узловыми мощностями генераторов и нагрузок. Такое подробное моделирование ЭЭС невозможно в связи с отсутствием достоверной детальной информации о будущем состоянии различных элементов ЭЭС. Кроме того, для целей планирования при составлении долгосрочных балансов производства и потребления электроэнергии формулируются многоуровневые задачи оптимизации с целочисленными переменными. В этой связи в подобных задачах до сих пор используются упрощенные ЭЭС. Например, в [249–252] предлагаемые подходы протестированы на сравнительно небольших ЭЭС. Необходимость упрощения возникает также при рассмотрении различных прогнозных сценариев и большого количества вариантных расчетов, поскольку это требует повышения быстродействия проводимых расчетов [189].

Для целей упрощения ЭЭС сложную математическую модель преобразуют в более простую с сохранением важнейших свойств исследуемой системы в пределах допустимой точности. Задача упрощения ЭЭС сводится к снижению размерности схемы:

- с построением эквивалента, в котором сохраняются наиболее существенные элементы,
- с сохранением некоторого фрагмента, относительно которого вся остальная внешняя сеть эквивалентуется к меньшей размерности.

Структурный анализ ЭЭС позволяет на основе ряда параметров ЭЭС выявить ее статические и динамические свойства без проведения (или с минимумом) традиционных трудоемких расчетов режимов и переходных процессов. Это достигается с помощью специфического подхода к агрегированию доступной исходной информации, в частности посредством анализа электрически сильных и слабых связей, кластерного анализа [92; 253]. Аналогичные подходы можно применить и для разработки укрупненных эквивалентных ЭЭС для перспективных расчетов.

Упрощение ЭЭС проводится при сохранении тех или иных свойств системы. В [254–256] предлагается получать статистически эквивалентные коэффициенты чувствительности потоков активной мощности по ветвям к узловым

мощностям на основе фактически наблюдаемых режимов ЭЭС. Недостатком сетевых коэффициентов при применении нелинейной оптимизации является их зависимость от параметров режима, топологии электрической сети. В [257] показано, что с помощью наблюдаемых параметров режима восстанавливаются матрицы для его линеаризованных уравнений. Расчет режима на основе таких матриц дает более точный результат по сравнению с классическим упрощением нелинейных уравнений режима.

Основной целью реализации инвестиционных программ является удовлетворение долгосрочного и среднесрочного спроса на электроэнергию и мощность при обеспечении надежного функционирования ЭЭС России. Экономическая основа инвестиционной программы предполагает обоснованность и минимизацию стоимости строительства генерирующих и сетевых объектов и перспективной стоимости электроэнергии и мощности [258].

При эквивалентировании и упрощении ЭЭС для оценки перспективных МЛ необходимо сохранить основные закономерности и взаимосвязи между ними и параметрами оптимального режима. В данной главе на основе статистических данных об оптимальных режимах и соответствующих им МЛ за прошлые периоды, например месяц или год с часовой дискретизацией по времени, предлагается сформулировать критерии эквивалентности для зон ЭЭС, получить соотношения между агрегированными переменными в оптимальных режимах. Ниже показано, как эквивалентные соотношения использованы для определения МЛ в перспективе при прогнозировании МЛ. Кроме того, далее также предлагается инструмент моделирования МЛ для оценки перспективных цен на электроэнергию в задачах планирования развития ЭЭС.

6.1 Разомкнутые эквивалентные модели ЭЭС

6.1.1 Взаимосвязь между множителями Лагранжа в разомкнутых ЭЭС

Вклад и влияние системных ограничений были рассмотрены ранее. Рассмотрим теперь вклад потерь. Анализ взаимосвязи двойственных переменных

при изучении предельных режимов приведен в [259]. Несмотря на высокую важность мониторинга случаев формирования зон влияния системных ограничений, исследование МЛ при их отсутствии также представляет интерес. Возьмем за основу классическую декомпозицию МЛ на составляющие (3.2) при отсутствии активных сетевых ограничений и ограничений по напряжению:

$$\lambda_j = \lambda_0 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j} \lambda_0, \quad (6.1)$$

где λ_j — МЛ в узле j ; λ_0 — МЛ в единственном МЛ-формирующем узле, а ΔP_l — совокупные нагрузочные потери активной мощности в ЭЭС.

Рассмотрим взаимосвязь двойственных переменных при различных оптимальных режимах, наблюдаемых в процессе функционирования ЭЭС. Разработаем эффективный алгоритм моделирования вклада потерь в зависимости от совокупных мощностей нагрузок и генераторов, обобщенных параметров электрической сети. При этом такой подход применим к:

- узловым МЛ, МЛ, агрегированным по таким территориям, как регионы, объединенные энергосистемы и т. д.;
- длительным периодам, за которые возможно получить оценку эффекта от изменения моделируемых характеристик в вариантных расчетах.

Начнем с простейшего случая ЭЭС из двух узлов (рисунок 6.1). В этом случае формула (6.1) при условии, что узел 1 является МЛ-формирующим, будет выглядеть следующим образом:

$$\lambda_2 = \lambda_1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} \lambda_1 \quad (6.2)$$

или

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2}. \quad (6.3)$$

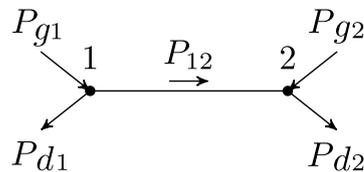


Рисунок 6.1 — Энергосистема из двух узлов

Нагрузочные потери активной мощности в линии будут равны $\Delta P_l = (P_{12}^2 + Q_{12}^2) \cdot R_{12} / U_2^2$, где $P_{12} = P_{g2} - P_{d2}$. Тогда производная нагрузочных потерь при изменении нагрузки в узле 2 будет равна:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} = \frac{2R_{12}P_{12}}{U_2^2} = \frac{2R_{12}(P_{g2} - P_{d2})}{U_2^2}. \quad (6.4)$$

Получается, что отношение двух МЛ линейно зависит от мощности нагрузки и генератора в узле 2. Это может быть использовано для построения линейной регрессии вида:

$$\lambda_2/\lambda_1 = \beta_0 + \beta_{P_g}P_{g2} + \beta_{P_d}P_{d2}. \quad (6.5)$$

Напряжение U_2 можно считать номинальным, а его изменением пренебречь. Если МЛ-формирующим или балансирующим узлом является узел 2, то вывод будет аналогичен, а формула (6.5) будет выглядеть следующим образом:

$$\lambda_1/\lambda_2 = \beta_0 + \beta_{P_g}P_{g1} + \beta_{P_d}P_{d1}. \quad (6.6)$$

Предположим, что узлы 1 и 2 связывают две одинаковые параллельные линии и в определенные моменты времени одна из линий находится в ремонте и отключена. В таком случае нагрузочные потери равны

$$\Delta P_l = \begin{cases} \frac{(P_{12}^2 + Q_{12}^2) R_{12}}{U_2^2} \frac{1}{2}, & \text{когда обе линии в работе,} \\ \frac{(P_{12}^2 + Q_{12}^2) R_{12}}{U_2^2}, & \text{когда одна линия в работе,} \end{cases} \quad (6.7)$$

а производная нагрузочных потерь равна:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} = \begin{cases} \frac{R_{12}(P_{g2} - P_{d2})}{U_2^2}, & \text{когда обе линии в работе,} \\ \frac{2R_{12}(P_{g2} - P_{d2})}{U_2^2}, & \text{когда одна линия в работе.} \end{cases} \quad (6.8)$$

Когда обе линии в работе, эквивалентное активное сопротивление связи между узлами вдвое меньше сопротивления линии. В этом случае в регрессию необходимо добавить эквивалентные сопротивления и объясняющими переменными будут $R_{12}^3 P_{g2}$ и $R_{12}^3 P_{d2}$. При этом линейность регрессии сохранится:

$$\lambda_2/\lambda_1 = \beta_0 + \beta_{P_g}P_{g2}R_{12}^3 + \beta_{P_d}P_{d2}R_{12}^3. \quad (6.9)$$

Допустим, что рассматриваемая схема из двух узлов является лишь фрагментом более сложной ЭЭС (рисунок 6.2). Объединив узлы 0 и 1 в один МЛ-формирующий узел, найдем, что для соотношений $\lambda_i/\lambda_1, i = 2, \dots, 4$ справедливы линейные регрессии (6.5) или (6.9). Далее учтем, что МЛ-формирующим является узел 0, и рассмотрим формулу (6.1) в следующем виде:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = 1 - \frac{\Delta P_l}{P_1}. \quad (6.10)$$

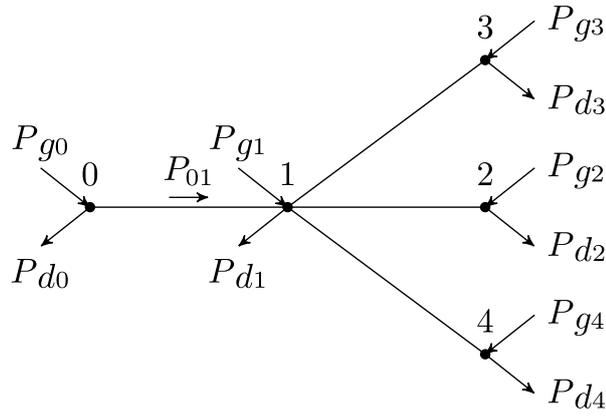


Рисунок 6.2 — Энергосистема из пяти узлов

Производная нагрузочных потерь при изменении нагрузки в узле 1 будет равна:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_1} \approx \frac{2R_{01}P_{01}}{U_0^2} = \frac{2R_{01} \sum_{i=1}^4 (P_{gi} - P_{di})}{U_0^2}. \quad (6.11)$$

Тогда справедливо описать соотношение МЛ λ_1/λ_0 линейной регрессией вида:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \beta_0 + \sum_{i=1}^4 (\beta_{P_{gi}} P_{gi} + \beta_{P_{di}} P_{di}) \quad (6.12)$$

или

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \beta_0 + R_{01} \sum_{i=1}^4 (\beta_{P_{gi}R} P_{gi} + \beta_{P_{di}R} P_{di}). \quad (6.13)$$

Более общее выражение для линейной регрессии можно сформулировать для объединенных энергосистем, когда один объединенный узел представляет собой набор узлов (территорию или зону) в радиальной ЭЭС. В этом случае линейная регрессия будет включать следующий набор переменных:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \beta_0 + R_{01} \sum_{i=1}^4 (\beta_{P_{gi}R} P_{gi} + \beta_{P_{di}R} P_{di}) + \sum_{i=1}^4 (\beta_{P_{gi}} P_{gi} + \beta_{P_{di}} P_{di}) + \beta_R R_{01}. \quad (6.14)$$

Использование формулы (6.14) на практике показывает, что ряд переменных можно опустить из-за мультиколлинеарности (наличия линейной зависимости между объясняющими переменными регрессионной модели). В таком случае из различных моделей выбирается та, которая дает наилучшее качество модели, в достаточной мере полно описывающей данные с наименьшим количеством параметров. Качество может оцениваться по критерию Акаике, согласно которому наилучшей будет модель с наименьшим значением

$AIC = 2k + n \ln \frac{1 - R^2}{n}$, где k — число параметров модели, n — число наблюдений, R^2 — доля объясненной дисперсии модели.

6.1.2 Взаимосвязь между множителями Лагранжа на примере энергосистем Сибири, Урала и Средней Волги

Рассмотрим построение регрессионной модели на примере данных о параметрах оптимальных режимов и соответствующих им МЛ, публикуемых АО «АТС» для РСВ [260]. Возьмем период времени с сентября 2014 г. по август 2015 г. Возьмем упрощенную схему, в которую входят ОЭС Центра, Северо-Запада, Юга, Средней Волги и Урала, Сибири. Предлагаемая топология сети с учетом объемов экспорта (импорта), влияющих на формирование МЛ в отдельных ОЭС, показана на рисунке 6.3. Проанализируем индексы равновесных цен РСВ по объединенным энергосистемам, публикуемых на сайте ОАО «АТС» [260]. Для получения интересующей выборки исключим часы, в которые в планируемом режиме ЭЭС существенным образом влияли сетевые ограничения. Данные о влиянии сетевых ограничений взяты по данным ОАО «АТС» из отчета о перетоках мощности в контролируемых сечениях [182] и отчета о равновесных ценах в узлах расчетной модели [180]. Данные о зарубежных перетоках также взяты из [182].

В первую очередь найдем коэффициенты β для отношения МЛ ОЭС Сибири и ОЭС Урала:

$$\lambda_{\text{ОЭС Сибири}}/\lambda_{\text{ОЭС Урала}} = \beta_0 + \beta_{P_g} P_{g\text{ОЭС Сибири}} + \beta_{P_d} P_{d\text{ОЭС Сибири}}. \quad (6.15)$$

Коэффициенты вычисляются методом наименьших квадратов по формуле:

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{P_g} \\ \beta_{P_d} \end{bmatrix} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}, \quad (6.16)$$

где матрица \mathbf{X} состоит из трех столбцов: единичного, наблюдений $P_{g\text{ОЭС Сибири}}$ и $P_{d\text{ОЭС Сибири}}$, а вектор \mathbf{y} представляет собой столбец наблюдений $\lambda_{\text{ОЭС Сибири}}/\lambda_{\text{ОЭС Урала}}$. Наблюдения показаны на рисунке 6.4. На графике прослеживается линейная зависимость отношения МЛ от перетока между

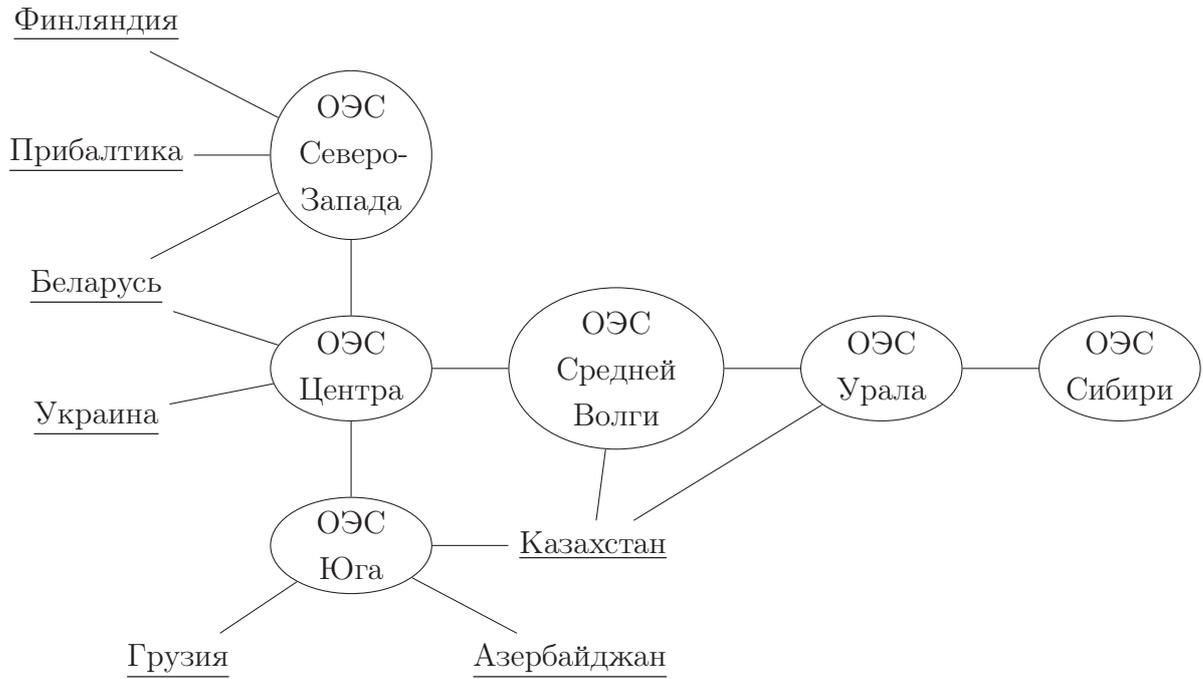


Рисунок 6.3 — Схема взаимосвязи объединенных энергосистем

ОЭС. Результаты расчета коэффициентов по формуле (6.16), а также статистические показатели значимости и достоверности модели представлены в таблице 6.1.

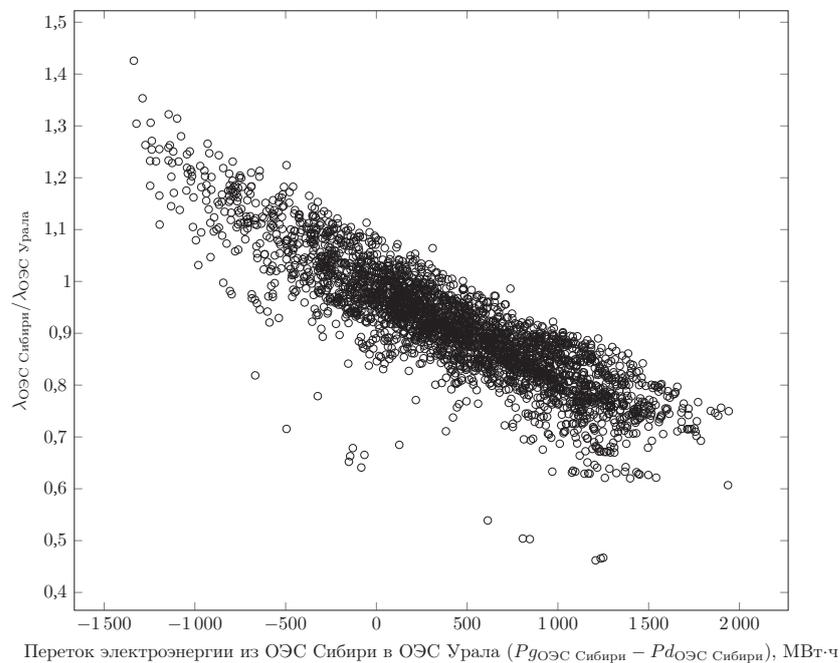


Рисунок 6.4 — Наблюдения отношения МЛ в ОЭС Сибири и Урала

Результаты показывают, что увеличение мощности нагрузок в ОЭС Сибири на 100 МВт приводит к росту отношения МЛ между ОЭС на 0,01718, увеличение мощности генераторов на 100 МВт — к снижению показателя на 0,01647.

Таблица 6.1 — Параметры регрессионной модели для $\lambda_{\text{ОЭС Сибири}}/\lambda_{\text{ОЭС Урала}}$

Переменная β	Оценка	Стандартная ошибка	Значение t -статистики	Уровень значимости
Постоянная	0,828	$7,48 \times 10^{-3}$	110,62	$< 0,0001$
P_d ОЭС Сибири	$1,718 \times 10^{-4}$	$1,74 \times 10^{-6}$	98,86	$< 0,0001$
P_g ОЭС Сибири	$-1,647 \times 10^{-4}$	$1,79 \times 10^{-6}$	-91,97	$< 0,0001$

Количество наблюдений: 2495 (более 70 % времени ОЭС Сибири находилась под влиянием сетевых ограничений)

Значение F -статистики: 5341,82

Уровень значимости модели (вероятность ошибки первого рода): $< 0,0001$

Доля объясненной дисперсии R^2 : 0,8109 (R_{adj}^2 : 0,8107)

Другими словами, если МЛ $\lambda_{\text{ОЭС Урала}}$ равна 1000 руб./МВт·ч, то рост мощности нагрузок на 100 МВт приведет к росту МЛ $\lambda_{\text{ОЭС Сибири}}$ на 17,18 руб./МВт·ч, а рост мощности генераторов на 100 МВт — к снижению МЛ $\lambda_{\text{ОЭС Сибири}}$ на 16,47 руб./МВт·ч. Значимость как всей модели, так и отдельно взятых коэффициентов подтверждается низким уровнем вероятности ошибки первого рода ($< 0,0001$). Доля объясненной дисперсии R^2 превышает 0,81, что свидетельствует о применимости модели.

Построим регрессионную модель для отношения $\lambda_{\text{ОЭС Урала}}/\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}}$ для выборки (рисунок 6.5). Рассматривается следующая зависимость:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{ОЭС Урала}}/\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}} = & \beta_0 + \beta_{P_g \text{ ОЭС Сибири}} P_g \text{ ОЭС Сибири} + \\ & + \beta_{P_d \text{ ОЭС Сибири}} P_d \text{ ОЭС Сибири} + \beta_{P_g \text{ ОЭС Урала}} P_g \text{ ОЭС Урала} + \\ & + \beta_{P_d \text{ ОЭС Урала}} P_d \text{ ОЭС Урала} + \beta_{\text{экспорт}} P_{\text{экспорт}}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Количество переменных в такой модели больше. В дополнение к совокупной мощности нагрузок и генераторов в ОЭС Урала в нее включаются мощности нагрузок и генераторов в ОЭС Сибири и экспортные перетоки в Казахстан. Результаты построенной регрессии представлены в таблице 6.2. Коэффициент R^2 этой модели превышает 0,86.

Далее получим коэффициенты для регрессии $\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}}/\lambda_{\text{ОЭС Центра}}$. Рассматриваемые наблюдения приведены на рисунке 6.6, а результаты и значимые переменные — в таблице 6.3. Коэффициент R^2 этой модели составил 0,83. Таким образом, получена цепочка взаимосвязи МЛ РСВ в ОЭС Центра, Средней Волги, Урала и Сибири.

Таблица 6.2 — Параметры регрессионной модели для

 $\lambda_{\text{ОЭС Урала}}/\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}}$

Переменная β	Оценка	Стандартная ошибка	Значение t -статистики	Уровень значимости
Постоянная	0,925	$3,26 \times 10^{-3}$	283,75	$< 0,0001$
P_d ОЭС Сибири	$4,495 \times 10^{-5}$	$5,37 \times 10^{-7}$	83,75	$< 0,0001$
P_g ОЭС Сибири	$-4,233 \times 10^{-5}$	$6,09 \times 10^{-7}$	-69,50	$< 0,0001$
P_d ОЭС Урала	$5,542 \times 10^{-5}$	$5,76 \times 10^{-7}$	96,27	$< 0,0001$
P_g ОЭС Урала	$-5,507 \times 10^{-5}$	$3,47 \times 10^{-7}$	-158,55	$< 0,0001$
Экспорт в Казахстан	$2,390 \times 10^{-5}$	$2,94 \times 10^{-6}$	8,12	$< 0,0001$

Количество наблюдений: 7150

Значение F -статистики: 9099,43Уровень значимости модели (вероятность ошибки первого рода): $< 0,0001$ Доля объясненной дисперсии R^2 : 0,8643 (R_{adj}^2 : 0,8642)

Таблица 6.3 — Параметры регрессионной модели для

 $\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}}/\lambda_{\text{ОЭС Центра}}$

Переменная β	Оценка	Стандартная ошибка	Значение t -статистики	Уровень значимости
Постоянная	0,990	$5,78 \times 10^{-3}$	171,3	$< 0,0001$
P_d ОЭС Сибири	$3,704 \times 10^{-5}$	$5,23 \times 10^{-7}$	70,79	$< 0,0001$
P_g ОЭС Сибири	$-3,246 \times 10^{-5}$	$5,49 \times 10^{-7}$	-59,09	$< 0,0001$
P_d ОЭС Урала	$2,761 \times 10^{-5}$	$5,74 \times 10^{-7}$	48,14	$< 0,0001$
P_g ОЭС Урала	$-2,931 \times 10^{-5}$	$3,81 \times 10^{-7}$	-76,93	$< 0,0001$
P_d ОЭС Средней Волги	$2,280 \times 10^{-5}$	$6,19 \times 10^{-7}$	36,84	$< 0,0001$
P_g ОЭС Средней Волги	$-2,716 \times 10^{-5}$	$2,59 \times 10^{-7}$	-104,80	$< 0,0001$
Экспорт в Сев. Казахстан	$2,412 \times 10^{-5}$	$3,04 \times 10^{-6}$	7,92	$< 0,0001$
Экспорт в Зап. Казахстан	$2,90 \times 10^{-4}$	$1,20 \times 10^{-5}$	24,21	$< 0,0001$

Количество наблюдений: 7327

Значение F -статистики: 4502,51Уровень значимости модели (вероятность ошибки первого рода): $< 0,0001$ Доля объясненной дисперсии R^2 : 0,8311 (R_{adj}^2 : 0,8310)

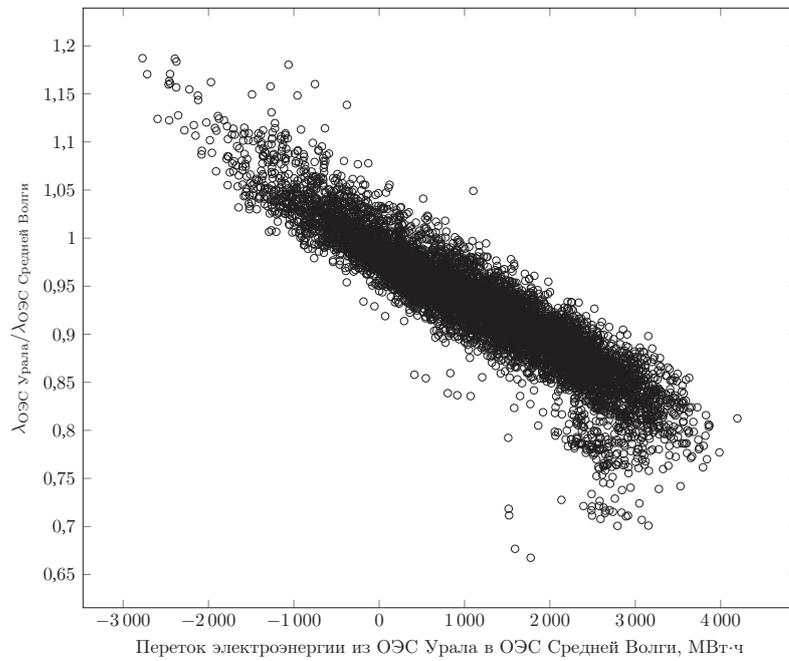


Рисунок 6.5 — Наблюдения отношения МЛ в ОЭС Урала и Средней Волги

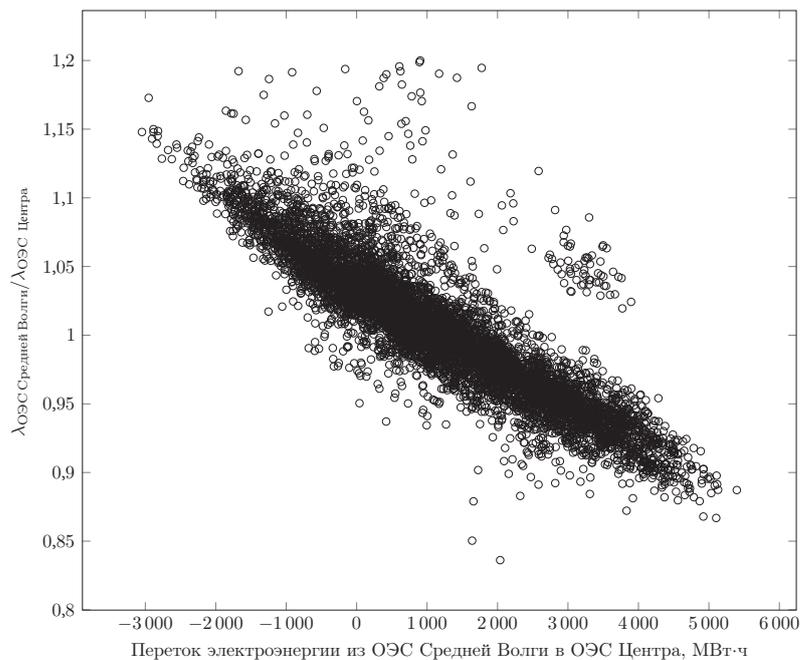


Рисунок 6.6 — Наблюдения отношения МЛ в ОЭС Средней Волги и Центра

Выводы по параграфу 6.1. Предложен принципиально новый подход к упрощению ЭЭС, основанный на сохранении взаимосвязи МЛ в узлах исходной ЭЭС и упрощенной ЭЭС. Взаимосвязь моделируется линейной регрессией, в которой объясняющими переменными являются мощности генераторов и нагрузок в укрупненных зонах и эквивалентные активные сопротивления между ними. Метод предназначен для моделирования МЛ в разомкнутых ЭЭС и проверен на реальных данных. На примере цен ОЭС Сибири, ОЭС Урала и ОЭС

Средней Волги за 2014—2015 годы показано, что модель характеризуется высокой долей объясненной дисперсии R^2 .

6.2 Эквивалентирование электрической сети для целей построения моделей взаимосвязи между множителями Лагранжа

6.2.1 Критерии эквивалентности

Регрессионную модель можно улучшить введением переменной электрического сопротивления связей между узлами и применением регрессии (6.14). В отдельных случаях учет сопротивления увеличивает долю объясненной ошибки на 10—30 процентных пунктов. Для целей построения моделей взаимосвязи между МЛ необходимо проанализировать условия, учет которых позволит рассматривать многоузловую ЭЭС в виде нескольких узлов и использовать полученные в предыдущем параграфе зависимости.

После выявления таких условий применим принципы эквивалентирования ЭЭС, предложенные Ward J. [261], и более подробно сформулированные в виде целого направления диакоптики или анализа сложных систем по частям, рассмотренного Кроном Г. [262]. Использование диакоптики для эквивалентирования электрических сетей рассмотрено в [14; 263]. Упрощение схемы и получение эквивалента меньшей размерности проводилось в целях снижения вычислительной сложности и повышения скорости решения задач на практике [264] посредством, например, получения разомкнутой схемы [265].

Цели эквивалентирования в настоящей работе затрагивают оптимальные режимы, соответствующие им МЛ и взаимосвязь между ними. Эквивалентная модель ЭЭС должна отвечать свойствам реальной системы с точки зрения взаимосвязи между МЛ. То есть эквивалентирование должно отвечать уравнению (6.1). Следует учесть еще один немаловажный критерий — модель взаимосвязи МЛ должна содержать переменные, значения которых известны или их можно предсказать. Агрегированные мощности нагрузок и генераторов относятся к таким переменным. В данном параграфе рассмотрим получение активных эквивалентных сопротивлений.

Принимая во внимание допущение о том, что модули напряжений в узлах примерно равны своим номинальным значениям и не изменяются, можно считать, что нагрузочные потери от напряжения не зависят. Тогда при расчете можно пренебречь поперечными параметрами схем замещения линий электропередачи и трансформаторов.

В таком случае исключим шунтирующие элементы сети. В пользу такого решения говорит то, что нас интересуют взаимные связи между подсистемами (см. (6.9)), а проводимости, соединяющие узлы с землей, к таковым не относятся. Экспериментально такой вариант выбора электрической схемы показал наилучшие результаты.

Следует отметить, что причиной изменения эквивалентного сопротивления является не изменение параметров схемы замещения линий электропередачи, а их статус, включены они или нет. Как было показано в предыдущем параграфе, две параллельные линии дают вдвое меньшее эквивалентное сопротивление по сравнению с ситуацией, когда работает всего одна линия. Сами же параметры линий являются условно-постоянными параметрами, которые не меняются, а значит, не оказывают существенного влияния на изменение величины нагрузочных потерь.

В простейшем случае с соединением узлов параллельными линиями электропередачи сопротивление в регрессии может быть дано в относительных единицах: 1 о.е. для одной линии, $1/2$ о.е. для двух линий и так далее, $1/n$ о.е. для n линий. Параметр β при его расчете будет масштабирован в соответствии с принятыми единицами измерения.

Для сложной схемы возьмем полную схему электрической сети, исключим землю и шунтирующие связи. На рисунке 6.7 изображена произвольная ЭЭС с двумя выделенными подсистемами, сопротивление между которыми необходимо рассчитать. Связи между подсистемами произвольны. Предполагается, что для регрессии выделены такие зоны, как, например, объединенные энергосистемы, электрическая связь между которыми слабее, чем между узлами внутри подсистемы. Связи с другими частями энергосистемы также предполагаются слабыми, но их наличие не исключается.

Выделим в каждой подсистеме узлы, относительно которых требуется рассчитать эквивалентное электрическое сопротивление. Для этого предложим два подхода.

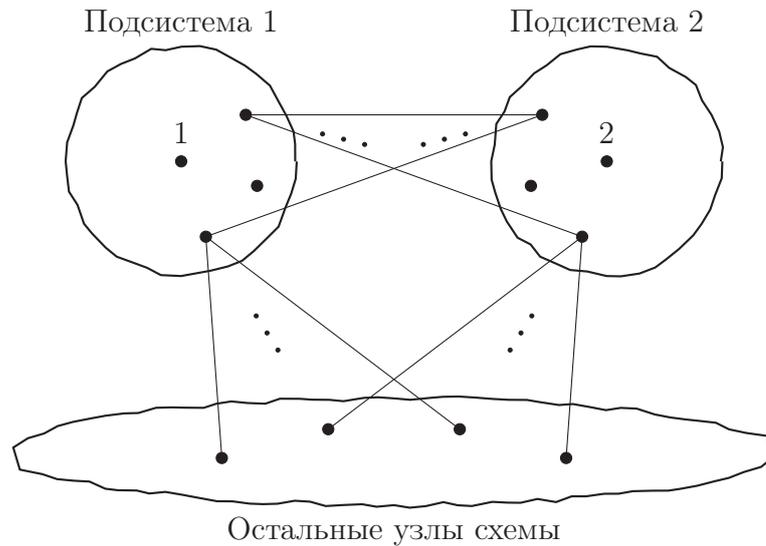


Рисунок 6.7 — Схема произвольной ЭЭС, разбитой на подсистемы

1. Выбираются центральные узлы подсистем, т. е. такие узлы, которые электрически равноудалены от граничных узлов подсистемы.
2. Выбираются граничные узлы подсистем, ближайšie друг другу.

Первый подход удобен для небольших зон, внутри которых не происходит значительного изменения топологии схемы. Либо изменение топологии когерентно с изменением состава включенных линий связи между подсистемами. Примером такого случая является длинный транзит, в котором отключение параллельных линий на любом участке транзита одинаковым образом влияет на эквивалентное сопротивление.

Второй подход удобен для более крупных зон и их связи с небольшими зонами. Примером такого случая является Кубанская энергосистема и выделение в ней двух зон: Сочи и Тамани. Выбор узла в центре Кубанской энергосистемы может привести к учету в эквивалентном сопротивлении линии, относящейся к передаче мощности из Сочи, но не относящейся к Тамани. Причем в другой момент времени при изменении топологии ситуация может сложиться обратной.

Целью построения взаимосвязи и эквивалентирования не является повтор оптимизационных расчетов для сложных ЭЭС, а их упрощение и выделение укрупненных узлов для возможности моделирования МЛ в будущем, когда большое количество данных, используемых в оптимизационных расчетах, неизвестно.

Эквивалентные сопротивления при строительстве новых линий электропередачи можно рассчитать на перспективу. Как уже отмечалось ранее, при этом важны не столько будущие продольные и поперечные параметры схемы

замещения, сколько изменение топологии, следующее за строительством линии. В качестве параметров можно использовать усредненные для такого класса напряжений с учетом планируемой протяженности линии электропередачи.

6.2.2 Эквивалентные преобразования и расчет эквивалентного сопротивления

Составим систему узловых уравнений для схемы на рисунке 6.7, взяв за основу подход Крона Г. [262] и выделив в отдельные блоки узел 1, узел 2 и остальные узлы.

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \underline{J}_3 \end{bmatrix}. \quad (6.18)$$

Для исключения 3-й подсистемы из уравнений выразим вектор \underline{U}_3

$$\underline{U}_3 = \underline{Y}_{33}^{-1} (\underline{J}_3 - \underline{Y}_{31}\underline{U}_1 - \underline{Y}_{32}\underline{U}_2) \quad (6.19)$$

и подставим его в (6.18):

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{13}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{12} - \underline{Y}_{13}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{Y}_{32} \\ \underline{Y}_{21} - \underline{Y}_{23}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{23}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{Y}_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_1 - \underline{Y}_{13}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{J}_3 \\ \underline{J}_2 - \underline{Y}_{23}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{J}_3 \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Выражение $\underline{Y}_{12} - \underline{Y}_{13}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{Y}_{32}$ представляет собой взаимную эквивалентную проводимость между двумя узлами. Эквивалентное электрическое сопротивление получим соответственно как

$$R_{12} = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{\underline{Y}_{12} - \underline{Y}_{13}\underline{Y}_{33}^{-1}\underline{Y}_{32}} \right). \quad (6.21)$$

Таким образом, мы перешли к схеме рисунка 6.1 из двух узлов, где узлы 1 и 2 — это подсистема 1 и 2.

Следует отметить, что применение матрицы узловых проводимостей делает последующие расчеты индифферентными к смене УР. Это существенным образом упрощает последующее использование в различных вариантных расчетах.

6.2.3 Взаимосвязь между множителями Лагранжа на примере энергосистемы Северо-Запада, ее зависимость от эквивалентного сопротивления

Рассмотрим пример учета эквивалентного сопротивления связи между ОЭС Северо-Запада и ОЭС Центра. Передача электроэнергии между ними осуществляется воздушной линией Ленинградская — Калининская АЭС напряжением 750 кВ и одноцепным транзитом воздушных линий 330 кВ (см. рисунок 6.8 [266]). Если выполнить укрупнение схемы электрической сети, где обе ОЭС будут представлять собой отдельные сгруппированные узлы, то схематически ЭЭС можно представить так, как на рисунке 6.9.

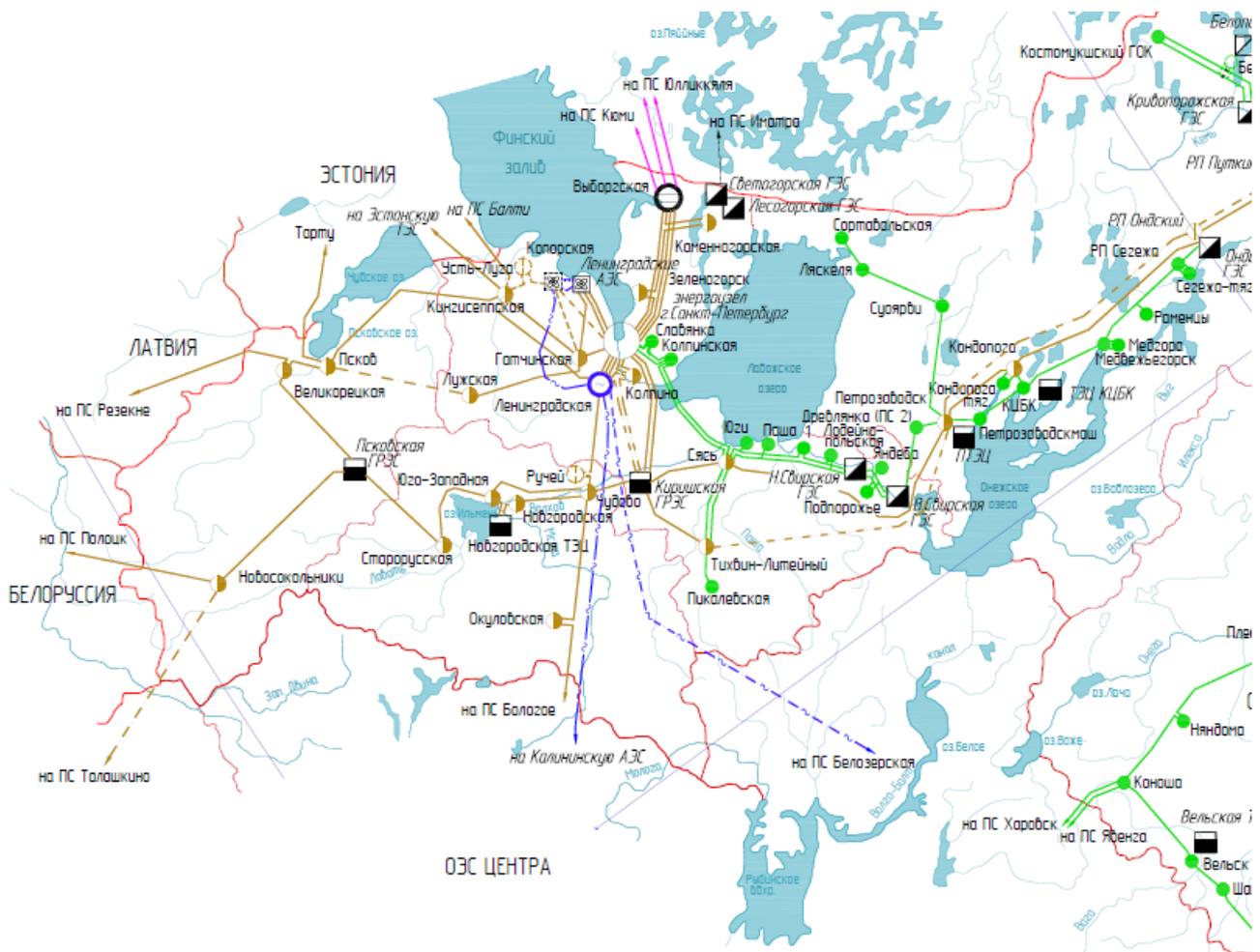


Рисунок 6.8 — Фрагмент схемы-карты размещения линий электропередачи ОЭС Северо-Запада

В процессе функционирования ЭЭС возможны четыре ситуации:
 — все линии в работе (рисунок 6.9);

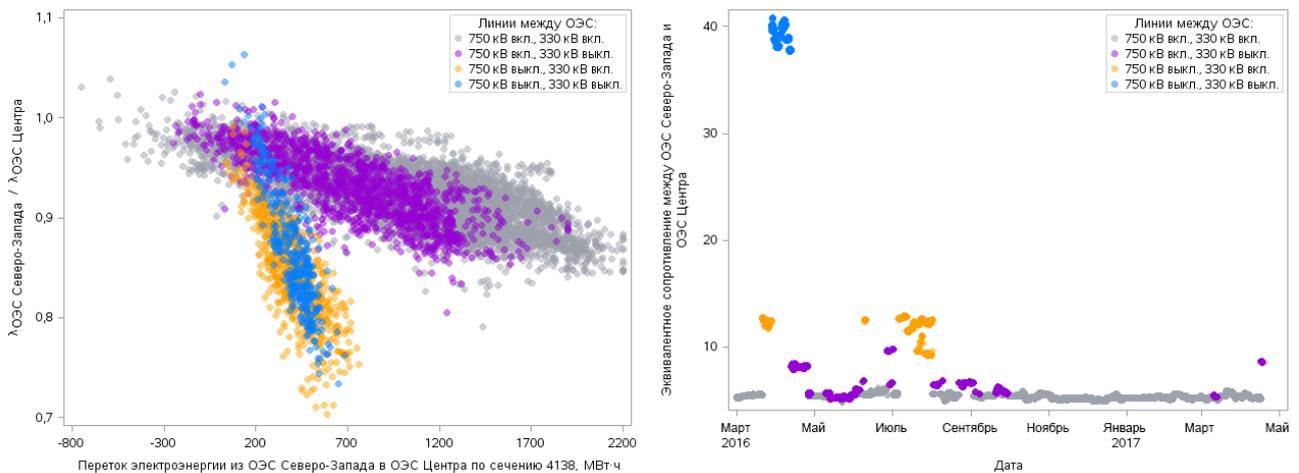


Рисунок 6.9 — Схема линий электропередачи между ОЭС Северо-Запада и ОЭС Центра

- выключена линия 750 кВ, линии 330 кВ находятся в работе;
- включена линия 750 кВ, одна или несколько линий 330 кВ отключены;
- выключена линия 750 кВ, одна или несколько линий 330 кВ отключены.

Отключение и вывод в ремонт воздушной линии 750 кВ существенным образом ослабляет электрическую связь между энергосистемами. Это проявляется не только в снижении передаваемой мощности, но и в формировании МЛ. Последнее связано с изменением эквивалентного электрического сопротивления и ростом вклада потерь в МЛ.

На рисунке 6.10, а за период с 01.03.2016 г. по 17.04.2017 г. представлены наблюдения отношений МЛ ОЭС Северо-Запада и ОЭС Центра в зависимости от перетока мощности в контролируемом сечении 4138 Северо-Запад — Центр при различном состоянии линий электропередачи 330 и 750 кВ. Так же как и в параграфе 6.1 часы, в которых влияние оказывают активные сетевые ограничения, исключены.



а) Отношения МЛ в ОЭС Центра и ОЭС Северо-Запада

б) Взаимные эквивалентные активные сопротивления между ОЭС

Рисунок 6.10 — Наблюдения при различных состояниях линий 330 и 750 кВ

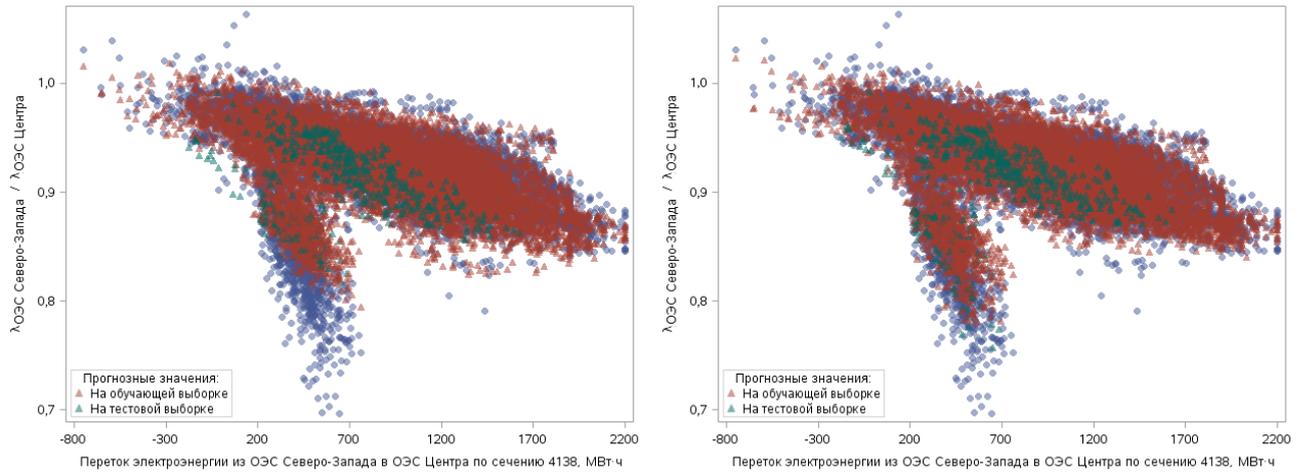
Исходя из зависимости (6.14), при росте эквивалентного сопротивления возрастает постоянное слагаемое и угловой коэффициент линейной функции отношения МЛ между ОЭС. Наблюдения МЛ подтверждают различные линейные зависимости при различных уровнях сопротивлений. Из рисунка 6.10, *а* видно, что линейная зависимость при отключении транзита линий 330 кВ относительно оси абсцисс немного поворачивается вниз. При отключении линии 750 кВ угол наклона прямой резко возрастает (в 3,5 раза). Отключение линии приводит не только к снижению перетока мощности, но и к тому, что при равных изменениях перетока мощности разность МЛ между ОЭС существенно возрастает. Далее при отключении одновременно и линии 750 кВ, и транзита 330 кВ угол наклона продолжает увеличиваться.

Также можно отметить, что у вращающихся прямых есть точка пересечения — некоторое значение перетока мощности, при котором нагрузочные потери не зависят от величины взаимного сопротивления. В системе с двумя узлами такая точка будет находиться при нулевой передаче мощности. При этом МЛ в узлах будут равны. Действительно, в таком случае нагрузочные потери равны нулю, а отношение МЛ равно единице. График наблюдений отношений МЛ в ОЭС с некоторой точностью подтверждает данный тезис.

На рисунке 6.10, *б* представлены эквивалентные сопротивления в различные периоды времени при различном состоянии линий электропередачи для четырех возможных ситуаций. Их значения варьируются от 4,83—6,19 Ом при включенных линиях до 9,18—12,96 Ом при выключенной линии 750 кВ и 37,66—40,8 Ом при выключенной линии 750 кВ и выключенном транзите 330 кВ.

На рисунке 6.11 показаны результаты моделирования без учета и с учетом эквивалентного сопротивления согласно формуле (6.14). Для тестирования было взято 10 % часовых значений для каждого из четырех состояний. Без учета сопротивлений модель не может предсказать попадание наблюдения на крыло зависимости с увеличенным углом наклона. Кроме того, прогнозные значения оказываются несколько заниженными. При учете сопротивления доля объясненной дисперсии R^2 увеличивается с 0,71 до 0,79.

На рисунке 6.12 показаны гистограммы ошибок аппроксимации наблюдений для тестовой выборки. Гистограмма показывает повышение точности модели при учете эквивалентных сопротивлений. В данном случае наиболее существенным является состояние линии 750 кВ. Если разделить модели по



а) Без учета сопротивления

б) С учетом сопротивления

Рисунок 6.11 — Наблюдения и моделирование отношения МЛ в ОЭС Центра и ОЭС Северо-Запада

признаку включено/выключено, то R^2 увеличивается до 0,86 (линия включена) и до 0,96 (линия выключена). При более сложной топологии электрической сети конкретную линию выделить затруднительно, тогда как эквивалентное сопротивление будет обобщенным показателем топологии и параметров электрической сети.

Выводы по параграфу 6.2. Рассмотрены вопросы эквивалентирования электрической сети для целей упрощения ЭЭС. Показано, что для сохранения взаимосвязи между МЛ эквивалентом электрической сети являются взаимные

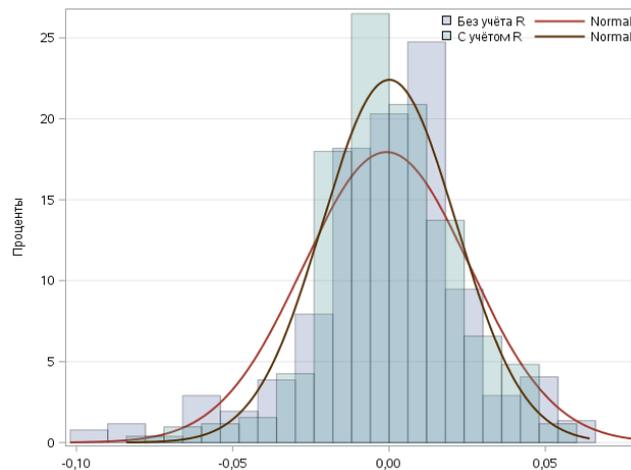


Рисунок 6.12 — Гистограмма ошибок аппроксимации наблюдений и соответствующие им кривые нормального распределения с учетом и без учета сопротивлений

активные сопротивления между подсистемами ЭЭС. Такой эквивалент хорошо аппроксимирует относительный прирост потерь мощности в ЭЭС.

Новый метод эквивалентирования проверен на реальных данных РСВ на примере МЛ в ОЭС Северо-Запада. Показано, что внесение в регрессионную модель эквивалентных сопротивлений приводит к значимому увеличению доли объясненной дисперсии.

6.3 Замкнутые эквивалентные модели ЭЭС

6.3.1 Взаимосвязь между множителями Лагранжа в замкнутой ЭЭС

До сих пор рассматривались разомкнутые или упрощенные до разомкнутых схемы ЭЭС. Для сложных ЭЭС следует использовать выражение нагрузочных потерь в виде [267]

$$\Delta P_l = \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{P} + \mathbf{B}_0 \mathbf{P} + B_{00}, \quad (6.22)$$

где \mathbf{P} — вектор узловых мощностей, \mathbf{B} , \mathbf{B}_0 , B_{00} — коэффициенты квадратичной, линейной и постоянной зависимости потерь. По смыслу элементы матрицы \mathbf{B} близки к активным составляющим собственных и взаимных сопротивлений в сети [265].

Производную нагрузочных потерь к мощности в узле j , используемую в формуле (6.1), можно представить в виде линейной зависимости от мощности во всех узлах:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j} = \mathbf{P}^T \mathbf{B}_{(:,j)} + \mathbf{B}_{j(:,)} \mathbf{P} + B_{0j}. \quad (6.23)$$

Рассмотрим схему из трех узлов на рисунке 6.13. Принимая узел 1 за МЛ-формирующий, согласно (6.1) и (6.23) можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} &= 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} = \beta_0 + \beta_{P_{g2}} P_{g2} + \beta_{P_{d2}} P_{d2} + \beta_{P_{g3}} P_{g3} + \beta_{P_{d3}} P_{d3}, \\ \frac{\lambda_3}{\lambda_1} &= 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_3} = \gamma_0 + \gamma_{P_{g2}} P_{g2} + \gamma_{P_{d2}} P_{d2} + \gamma_{P_{g3}} P_{g3} + \gamma_{P_{d3}} P_{d3}. \end{aligned} \quad (6.24)$$

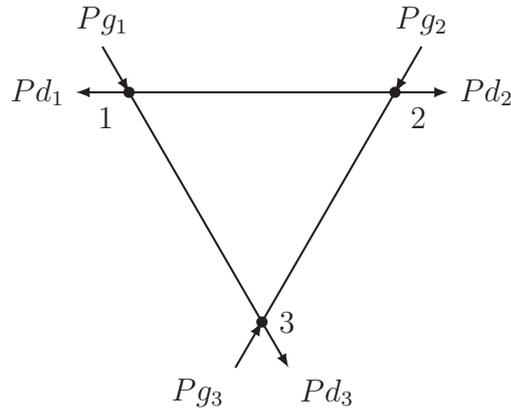


Рисунок 6.13 — ЭЭС из трех узлов

Так же как и в случае с разомкнутой сетью, на взаимосвязь МЛ оказывает влияние топология электрической сети. В разные моменты времени элементы матриц \mathbf{B} , \mathbf{B}_0 будут различны. Их изменение предлагается рассматривать также взаимными эквивалентными сопротивлениями между зонами:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} &= \beta_0 + \sum_{k=2}^3 (\beta_{P_{gk}} P_{gk} + \beta_{P_{dk}} P_{dk}) + \sum_{ij \in \mathcal{V}} R_{ij} \sum_{k=2}^3 (\beta_{P_{gk} R_{ij}} P_{gk} + \beta_{P_{dk} R_{ij}} P_{dk}), \\ \frac{\lambda_3}{\lambda_1} &= \gamma_0 + \sum_{k=2}^3 (\gamma_{P_{gk}} P_{gk} + \gamma_{P_{dk}} P_{dk}) + \sum_{ij \in \mathcal{V}} R_{ij} \sum_{k=2}^3 (\gamma_{P_{gk} R_{ij}} P_{gk} + \gamma_{P_{dk} R_{ij}} P_{dk}). \end{aligned} \quad (6.25)$$

6.3.2 Взаимосвязь между множителями Лагранжа на примере энергосистемы Юга

Построим модель МЛ в укрупненной схеме ОЭС Юга. Карта-схема размещения линий электропередачи и электростанций ОЭС Юга представлена на рисунке 6.14 [266]. В соответствии с [164] входящие в ОЭС Юга регионы являются энергодефицитными с большим вкладом нагрузочных потерь в МЛ. Кроме того, для ОЭС Юга характерны сложные режимно-балансовые условия поддержания перетоков в контролируемых сечениях. Это означает, что ОЭС Юга характеризуется неоднородными МЛ. В этой связи ОЭС Юга необходимо разбить на условно однородные зоны.

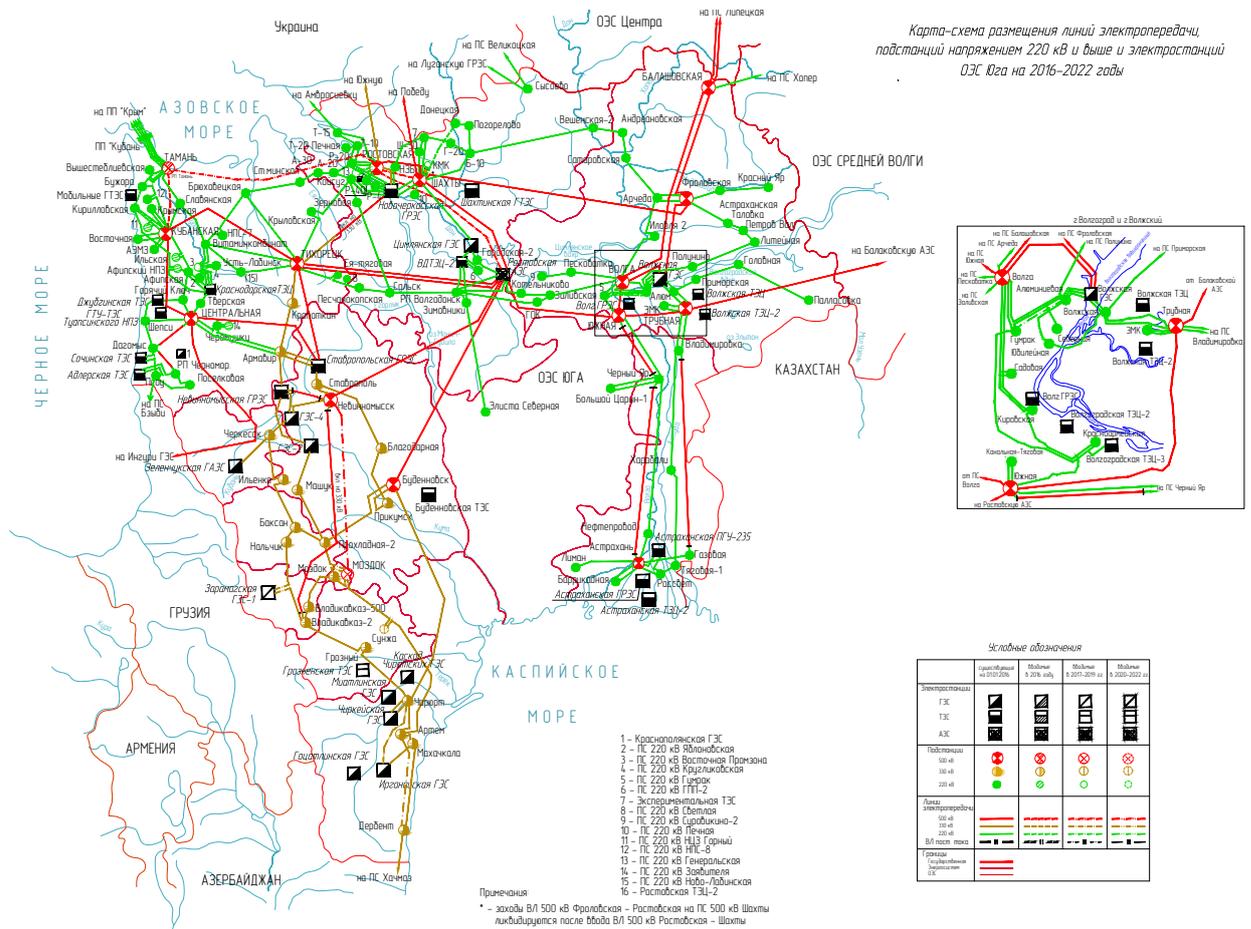


Рисунок 6.14 — Карта-схема размещения линий электропередачи напряжением 220 кВ и выше и электростанций ОЭС Юга на 2016–2022 годы [266]

Основу для формирования зон целесообразно взять из весовых коэффициентов сетевых ограничений в подходе, описанном в параграфе 5.3. Несмотря на то, что целью настоящей главы является разработка модели с исключением случаев влияния сетевых ограничений, такой подход справедлив, поскольку устанавливаемые Системным оператором сетевые ограничения характеризуют слабые связи в ЭЭС.

Рассмотрим упрощенную схему связей в ОЭС Юга, изображенную на рисунке 6.15. На нем также выделено дерево графа, по ветвям которого будем формировать регрессионные модели. Кроме того, обозначены контролируемые сечения, учитываемые при формировании зоны.

Сформируем регрессионные модели по ветвям дерева графа согласно (6.25) за период времени с 01.01.2016 г. по 17.04.2017 г. Выборку разобьем на данные для обучения и тестирования. Для тестирования выберем 500 случайных часовых интервалов. Очистим данные от случаев существенного влияния

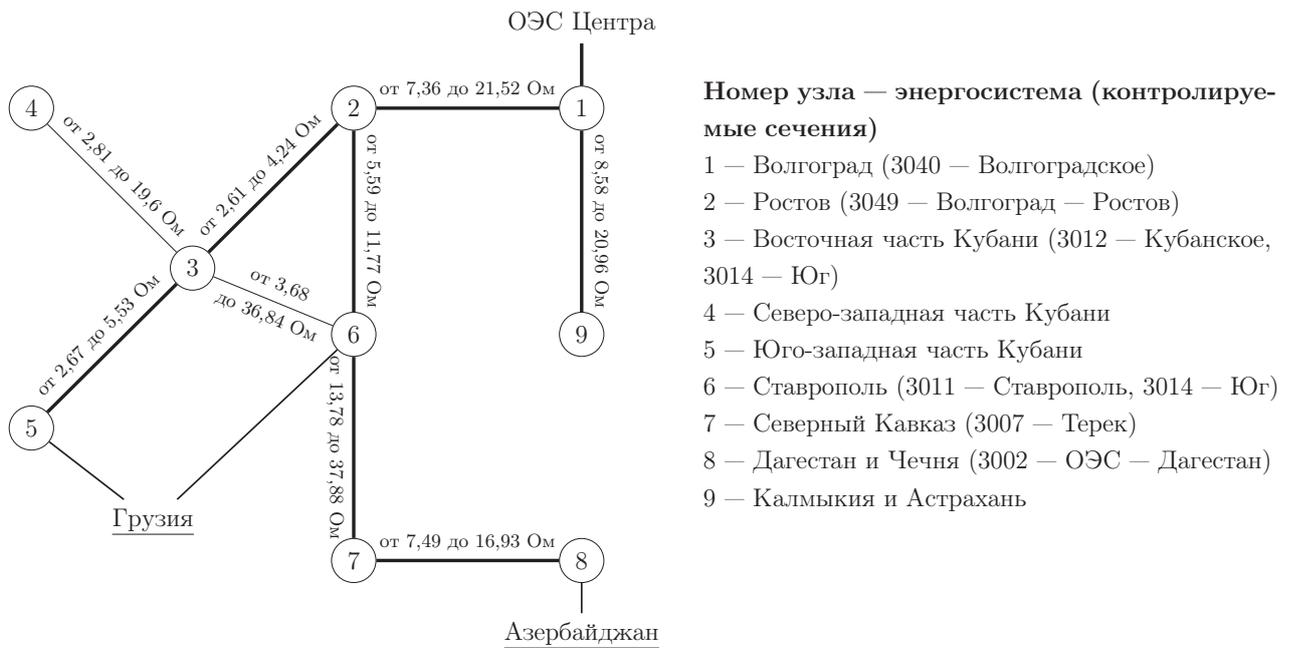


Рисунок 6.15 — Упрощенная схема связей в ОЭС Юга с указанием сопротивлений и дерева графа

контролируемых сечений. В итоге получим модели, характеристики которых представлены в таблице 6.4.

Таблица 6.4 — Характеристики регрессионных моделей ОЭС Юга

Узел	Энергосистема	R^2	RMSE	МЛ, руб./МВт·ч	
				Факт	Модель
1	Волгоград	0,942	$0,930 \times 10^{-2}$	1251,34	1257,45
2	Ростов	0,904	$1,05 \times 10^{-2}$	1388,14	1385,18
3	Вост. Кубань	0,812	$0,799 \times 10^{-2}$	1402,28	1402,05
4	Северо-зап. Кубань	0,764	$1,33 \times 10^{-2}$	1519,85	1518,72
5	Юго-зап. Кубань	0,898	$0,655 \times 10^{-2}$	1445,08	1443,98
6	Ставрополь	0,904	$1,21 \times 10^{-2}$	1417,54	1419,63
7	Сев. Кавказ	0,899	$0,683 \times 10^{-2}$	1440,46	1441,84
8	Дагестан и Чечня	0,960	$0,816 \times 10^{-2}$	1490,13	1489,15
9	Калмыкия и Астрахань	0,945	$0,522 \times 10^{-2}$	1266,97	1267,33

Для моделей представлены доля объясненной дисперсии R^2 и корень среднеквадратической ошибки RMSE (Root Mean Square Error), рассчитываемый как $\sqrt{\frac{1}{n}(x_i^{\text{модель}} - x_i^{\text{факт}})^2}$ и полученный на основе обучающей выборки. Доля объясненной дисперсии меняется от 0,764 и 0,812 в регионах Кубани до 0,960 в Дагестане и Чечне. Соответствующим образом меняется среднеквадратическая ошибка.

МЛ средневзвешивается по объемам нагрузки во всех узлах зоны за все часы тестовой выборки. Из таблицы видно, что модель удачно предсказывает средневзвешенный МЛ за тестовый период. Отметим, что тестовая выборка не использовалась при обучении моделей.

Гистограммы отклонений значений МЛ при применении построенных моделей по сравнению с фактическими значениями на тестовой выборке показаны на рисунке 6.16. Отклонения находятся в пределах ± 25 руб./МВт·ч в Восточной части Кубани, Калмыкии и Астрахани и ± 50 руб./МВт·ч в остальных регионах и центрированы относительно нуля.

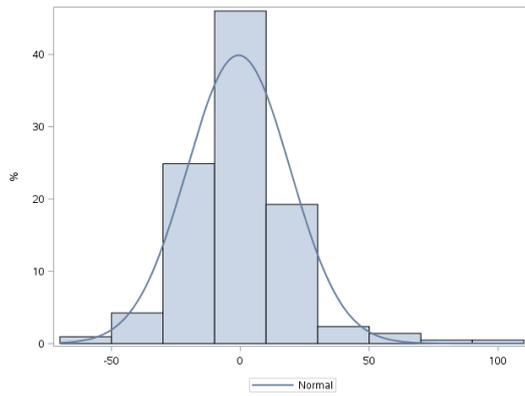
Если случайные часовые интервалы брать не внутри общей выборки часовых данных, а исследовать способность регрессионной модели объяснять отношение МЛ на будущие периоды, то предсказанные значения МЛ будут давать более высокую погрешность. При обучении модели на данных с 01.01.2016 г. по 29.02.2017 г. и рассмотрении тестового периода с 01.03.2017 г. по 17.04.2017 г. получено, что отклонение агрегированных МЛ зон ОЭС Юга увеличивается, но находится в пределах 6%.

Выводы по параграфу 6.3. Рассмотренный подход построения регрессионной модели взаимосвязи МЛ расширен на случай сложно-замкнутых ЭЭС. Отношение МЛ представлено линейной зависимостью от узловых мощностей во всех зонах упрощенной ЭЭС. Это позволяет формулировать взаимосвязь МЛ также в виде линейной зависимости с той разницей, что объясняющими переменными будут мощности нагрузок и генераторов всех узлов ЭЭС.

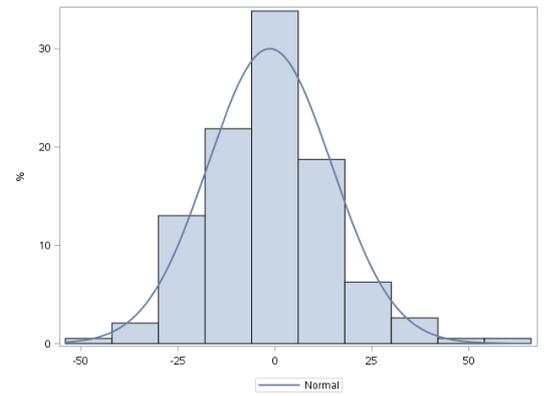
Замкнутой ЭЭС представлена ОЭС Юга, в которой выделено 9 узлов: от Волгограда до Дагестана и Чечни и др. Эффективность нового метода формирования регрессионной модели подтверждается тестовыми расчетами и показателями качества модели: низкой вероятностью ошибки первого рода, высокой объясненной дисперсией и высокой точностью агрегированных МЛ.

6.4 Выводы по главе 6

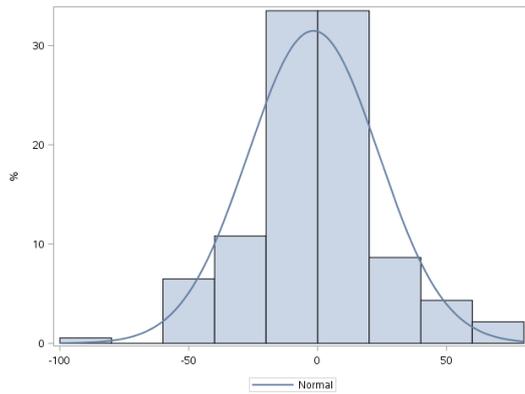
В условиях неопределенности информации при анализе влияния сценариев развития ЭЭС на МЛ в будущем расчеты целесообразно выполнять на упрощенной ЭЭС, состоящей из укрупненных зон, например объединенных энерго-



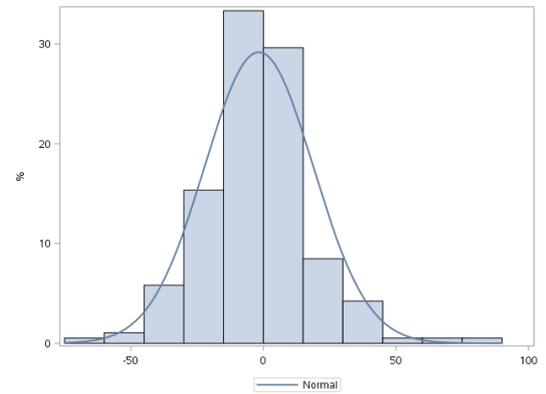
а) 2 — Ростов



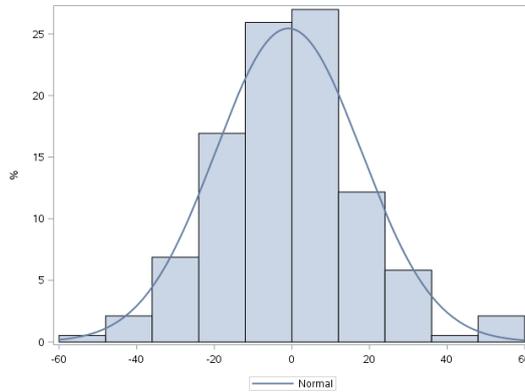
б) 3 — Восточная часть Кубани



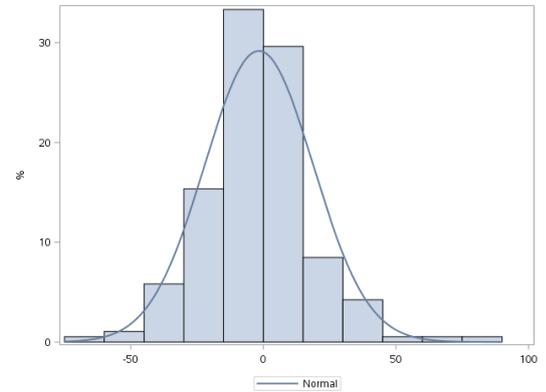
в) 4 — Северо-зап. Кубань



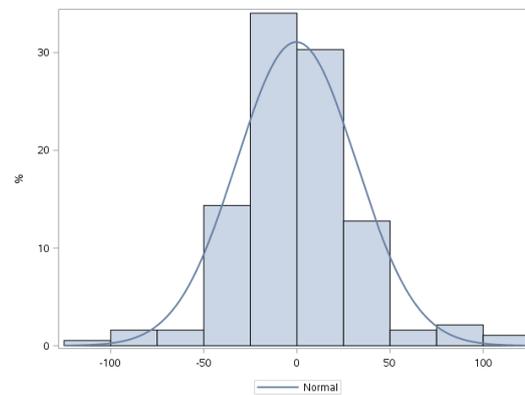
г) 5 — Юго-зап. Кубань



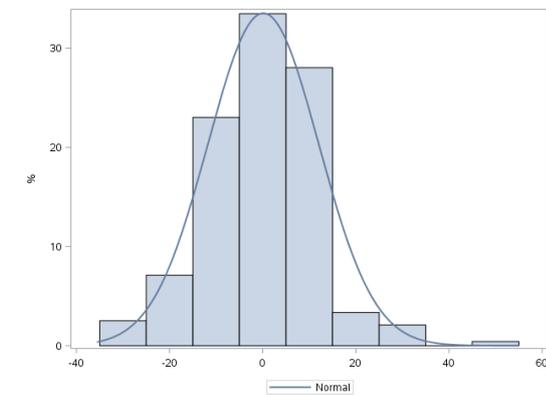
д) 6 — Ставрополь



е) 7 — Северный Кавказ



ж) 8 — Дагестан и Чечня



з) 9 — Калмыкия и Астрахань

Рисунок 6.16 — Гистограммы отклонений МЛ на тестовой выборке

систем. Критерии эквивалентности упрощенной ЭЭС должны основываться на свойствах оптимального режима ЭЭС и сохранении зависимостей МЛ.

Разработанный метод моделирования МЛ, основанный на упрощении и эквивалентировании ЭЭС и последующей аппроксимации наблюдений многомерными прямыми, позволяет эффективно определить локальное влияние различных факторов на МЛ. Несмотря на нелинейную постановку задачи оптимизации, полученные модели ЭЭС действительны для различных параметров режима и топологии электрической сети. Используемые данные упрощенной ЭЭС включают такие переменные, как мощность генераторов, мощность нагрузок и эквивалентные взаимные сопротивления. Такой набор параметров за исключением сопротивлений известен, поскольку заложен в прогнозах и схемах и программах развития ЭЭС. Эквивалентные сопротивления могут быть рассчитаны по данным о строительстве и ремонтах линий электропередачи и трансформаторов.

Глава 7. Использование зон влияния различных факторов и эквивалентных моделей ЭЭС как инструмент анализа и прогноза ценовых сигналов оптового рынка электроэнергии

Обеспечение надежного функционирования ЭЭС в перспективе, удовлетворение долгосрочного и среднесрочного спроса на электроэнергию и мощность требуют согласованных программ развития сетевой инфраструктуры и генерирующих мощностей. Решаемые задачи включают прогнозирование электрических нагрузок и потребления электроэнергии, формирование балансов электроэнергии и мощности. При расчетах перспективного развития ЭЭС наиболее остро встают проблемы разнородности и неопределенности исходной информации, многокритериальность целей, сложные функциональные зависимости и многовариантность решений [268].

Для учета случайного характера различных событий и их связи между собой, например запасов воды в водохранилищах в различные годы, используется граф сочетаний условий функционирования ЭЭС [269]. Каждой ветви дерева соответствует работа ЭЭС при определенном сочетании условий ее функционирования. Это позволяет учесть расширение диапазона изменения случайных величин по мере удаления от текущего периода.

Дерегулирование и изменение принципов тарифо- и ценообразования, множественность интересов различных сторон, появление нового активного участника процесса — потребителя электроэнергии — привели при решении задач перспективного развития ЭЭС к появлению новых проблем и усложнению существующих [270; 271].

Актуальной стала задача учета ценовых сигналов оптового рынка электроэнергии, прогнозирования стоимости электроэнергии и мощности в конкурентных секторах оптового рынка. В идеале минимизация такой стоимости должна быть учтена в качестве одной из целей многокритериальных оптимизационных задач развития ЭЭС. Однако, как правило, в задачах перспективного развития ЭЭС рыночные механизмы не учитываются из-за существенного усложнения задачи и связанным с ними повышением неопределенности [272]. Поэтому для оценки перспективной стоимости электроэнергии актуальным является применение упрощенных эквивалентных ЭЭС и замена полноценных конкурентных отборов более простыми моделями.

В данной главе в продолжение работ [273—275] рассматривается применение разработанных в пятой и шестой главах подходов применительно к оптовому рынку электроэнергии в России, а именно:

- 1) проводится идентификация устойчивых зон высоких и низких цен в ценовых зонах;
- 2) проводится упрощение ЭЭС с 9000 узлов до 20 узлов с сохранением основных свойств МЛ;
- 3) формируется иерархия энергосистем от крупных энергообъединений до региональных энергосистем и интересующих объектов электроэнергетики;
- 4) моделируются различные сценарии ввода в эксплуатацию (вывода из эксплуатации) генерирующего и сетевого оборудования и оценивается их влияние на цены электроэнергии на РСВ;
- 5) делается вывод об эффективности того или иного сценария развития с точки зрения эффективности работы рынка электроэнергии.

Традиционно для планирования развития ЭЭС используется небольшое количество характерных усредненных режимов, выбранных, например, для разных сезонов. В современных условиях существенного роста вычислительных возможностей и ресурсов для хранения данных можно учитывать в расчете каждый аспект функционирования ЭЭС за многолетний период. Могут быть учтены все особые режимы вместе с частотой их появления.

Предложенный подход формирования эквивалентных моделей ЭЭС на основе взаимосвязи МЛ в них можно распространить на любые задачи, связанные с моделированием МЛ при изменении объемов производства/потребления электроэнергии (вводе в эксплуатацию, выводе из эксплуатации генерирующего или энергопринимающего оборудования), топологии сетей. Возможность применения упрощенных моделей на любых периодах от одного дня до года или нескольких лет определяют их применение при планировании перспективного развития энергосистемы и прогнозировании цен. Предложенный метод позволяет решить задачу анализа экономического эффекта на РСВ и БР от строительства линий электропередачи, генерирующего оборудования, подключения к сети крупного потребителя.

Эквивалентные модели ЭЭС на основе взаимосвязи МЛ могут быть полезными в задачах прогнозирования оптимальных режимов и МЛ. Важность задачи прогнозирования цен на рынках электроэнергии подчеркивается как во

множестве зарубежных работ, например в [157; 276], так и в отечественных публикациях [277–281].

Имеющиеся подходы к прогнозированию цен направлены на определение уровня цены. При этом, как правило, не учитываются вопросы распределения цены по территориям. Предложенный метод получения взаимосвязи между МЛ в зависимости от прогнозируемых потребления и производства электроэнергии позволяет решить задачу распределения полученных цен по различным территориям без применения трудоемких оптимизационных расчетов с большим количеством закрытой входной информации [282].

7.1 Идентификация устойчивых зон на рынке на сутки вперед

7.1.1 Выбор параметров алгоритма: параметр порога чувствительности w_{\min}

Выделение в ЭЭС зон на основе вкладов МЛ протестирован на исторических данных о результатах работы РСВ за 2012–2013 годы. В основу была положена классическая декомпозиция МЛ относительно балансирующего узла во Владимире. Исходные данные формировались из двух источников. В одном содержалась информация о контролируемых сечениях, включающая плановые потоки мощности в них, пределы, входящие в состав линии, МЛ к сетевым ограничениям σ . Во втором источнике рассматривались почасовые значения сетевых коэффициентов $w_{tj}^s = \partial P_s / \partial P_j$.

Выделение более устойчивых во времени оценок границ зон, в которых наблюдалось существенное влияние сетевых ограничений на МЛ, позволяет трактовать полученные сущности зон как границы локальных рынков.

Для подбора параметра w_{\min} требуется, по сути, определить порог отсеечения, который бы выбросил из рассмотрения узлы, в которых нет влияния системных ограничений или оно крайне незначительно.

Если взглянуть на распределение коэффициента (рисунок 7.1) как независимой случайной величины, то будет четко выделяться три больших кластера в районе значений $-1, 0$ и 1 . Действительно, в подавляющем большинстве

случаев возникновения высоких вкладов ограничений соответствует карманам нагрузки.

Для учета других ситуаций требуется анализ кластеров в районе нуля, для этого был реализован следующий подход. Исходя из анализа выборки коэффициентов влияния сечений, предполагается, что распределение случайной величины w — весового коэффициента сетевого ограничения — описывается совокупностью нормальных распределений, т. е.

$$P(\{w < a\}) = \sum_i \omega_i \Phi(a; \mu_i, \sigma_i), \quad (7.1)$$

где Φ — функция нормального распределения со средним μ_i и стандартным отклонением σ_i . В этих условиях целесообразно применение кластеризации, целью которой является выделение центрального кластера с индексом $c = \arg \min(|\mu_i|)$.

Теоретически, выборка могла оказаться смещенной в центре из-за преобладания отдельных случаев возникновения зон. В то же время, исходя из экспертных точек зрения, выбрасываемый интервал должен быть симметричным в связи с равнозначностью возникающих зон. Собственно применение пороговой функции (5.8) именно к модулям вкладов закрепляет этот подход. Один из способов параметрической оценки границ интервала заключается в использовании расширенного до симметрии $\sim 95\%$ нормального доверительного интервала для k из кластера с индексом c : из оценок μ_c, σ_c параметр отсекается вычисляется как $w_{\min} = \max(\mu_c - 2\sigma_c, \mu_c + 2\sigma_c)$.

Поскольку общее количество кластеров неизвестно, необходима была иерархическая кластеризация с выбором наиболее подходящего разбиения на основе статистик. Размер исходной выборки сырых данных по всем сечениям только за 2013 год равен приблизительно $232 \cdot 10^6$ значений. Анализ таких объемов возможен, но не целесообразен с точки зрения вычислительных ресурсов

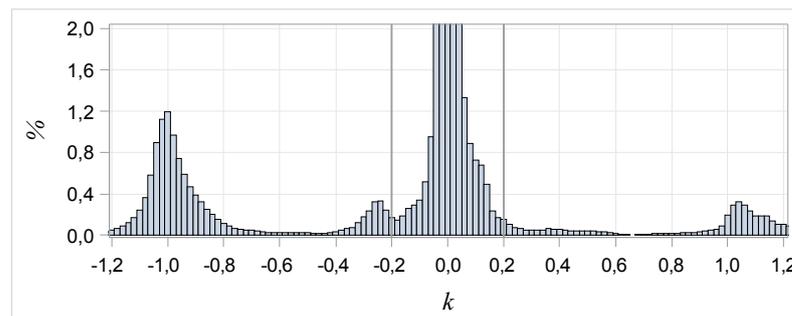


Рисунок 7.1 — Распределение коэффициента вклада сечений за 2013 год

и времени. Для сокращения объемов с минимальными информационными потерями данные были обработаны следующим образом:

- Зафиксирована некоторая минимальная погрешность оценки исходных значений $\varepsilon = 10^{-4}$, и был осуществлен переход к выборочной плотности с шагом ε .
- Исключены значения $|w| < \varepsilon$, поскольку их вес колоссально больше всех других значений.
- С учетом формы распределения, представленном на рисунке 7.1, априори понятно, что наилучшая с точки зрения статистик кластеризация исходных данных выделит три кластера в 0 и ± 1 . Значения, превышающие по модулю 0,5, были исключены из рассмотрения как по умолчанию «высокие», чтобы повысить вес других кластеров с меньшими по модулю, но не нулевыми коэффициентами.

Применение указанных мер к годовой статистике из $2 \cdot 10^8$ значений дало сокращенную выборку размером $4 \cdot 10^4$.

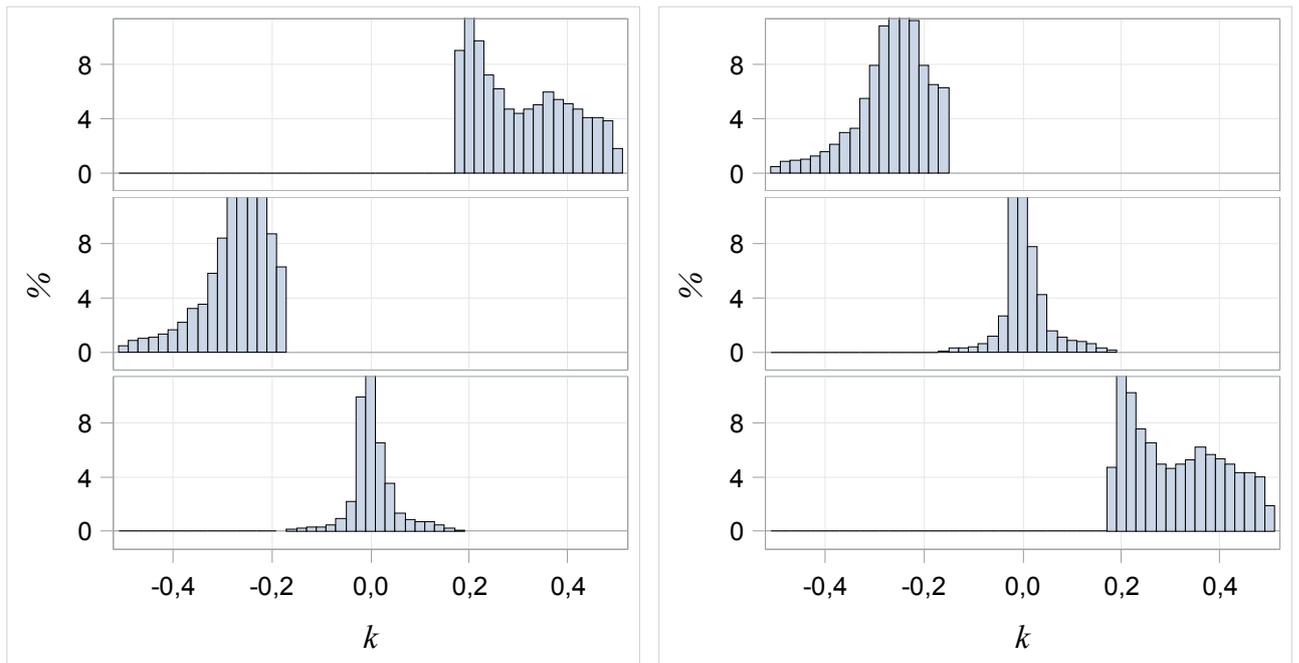
После было опробовано два подхода:

- 1) получение начального разбиения с помощью алгоритма четкой кластеризации k -средних (k -means) с выделением порядка 10^3 начальных кластеров;
- 2) увеличение ε до 10^{-3} и пересчет выборочной плотности, что сократило выборку до $4 \cdot 10^3$;

после чего применялась иерархическая кластеризация с EM-связыванием (Expectation Maximization Linkage). Оптимальность разбиения проверялась на основании статистики CCC (Cubic Clustering Criterion).

Оба подхода выделили оптимальным разбиением 3 группы, но в первом случае диаметры кластеров (для значений сокращенной выборки) получились больше, и ширина пересечений также оказалась больше. Распределение данных внутри кластеров после данного шага указано на рисунке 7.2, а. Исходя из теоретической оценки параметров распределения центрального кластера, значение параметра $w_{\min} \simeq 0,2$.

В целях проверки к сокращенной выборке применен алгоритм k -средних, уже с известным оптимальным количеством кластеров. Результат приведен на рисунке 7.2, б, и, поскольку кластеризация в данном случае четкая, в качестве альтернативы параметр w_{\min} можно положить равным наиболее удаленной от нуля границе центрального кластера, которая на полной выборке оказалась



а) EM-связывание (EML)

б) Метод k -средних

Рисунок 7.2 — Результаты кластеризации выборки $|w| < 0,5$ для оптимального количества кластеров

$\simeq 0,185$. На основании проделанного анализа было решено использовать для анализа рынка значение $w_{\min} = 0,2$.

7.1.2 Выбор параметров алгоритма: параметр сходства зон γ

Параметр сходства зон γ регулирует степень обобщения и поэтому может выбираться субъективно в зависимости от цели исследования или на основании оптимизации некоторого функционала.

Влияние параметра на примерное количество сущностей зон продемонстрировано на рисунке 7.3, где по оси абсцисс размечена сетка значений γ , а по оси ординат представлено выборочное распределение количества отдельных сущностей зон $M(s, \gamma)$ по s . Для наглядности, ось ординат не включает значения выше 30, хотя исходная вариативность групп узлов достигала больших значений по некоторым из сечений.

За исключением нескольких контролируемых сечений, которые попали в «выбросы» (выбросы отмечены маркерами), отмечается заметное убывание

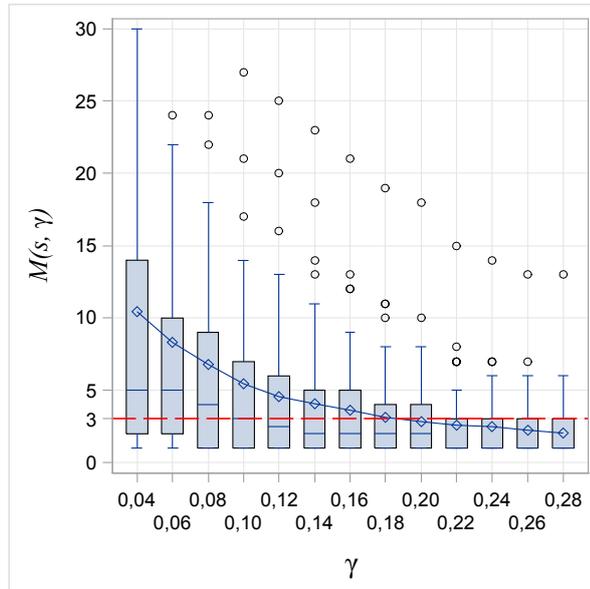


Рисунок 7.3 — Распределение количества «разных» зон M по сечениям s для различных ограничений при изменении параметра γ количества зон при изменении расстояния. В итоге для исследований было выбрано значение 0,2, в котором среднее значение M снижается ниже трех.

Выбросами с большим количеством результирующих сущностей стали сечения транзитного перетока между ОЭС Урала и Сибири, сечения Московского кольца и зоны ОЭС Юга.

7.1.3 Результаты и интерпретация применения алгоритма идентификации зон

Графическое представление наиболее часто возникавших в рамках 2012 и 2013 года зон с устойчивым влиянием системных ограничений представлено на рисунках 7.4 и 7.5 соответственно. Красным цветом отмечены дефицитные зоны, в которых наблюдался более высокий уровень цен, зеленым — избыточные с более низким уровнем цен.

Можно отметить, что не все зоны сохраняют свой устойчивый характер из года в год, что говорит об изменении ЭЭС, в том числе состава работающего генерирующего оборудования и топологии электрической сети.

Так, например, устойчивый характер сохранился для регионов Северного Кавказа и юга России, что объясняется недостаточным уровнем сетевой инфраструктуры и отсутствием внутренних крупных дешевых электростанций. В



Рисунок 7.4 — Оценки зон влияния системных ограничений в 2012 году

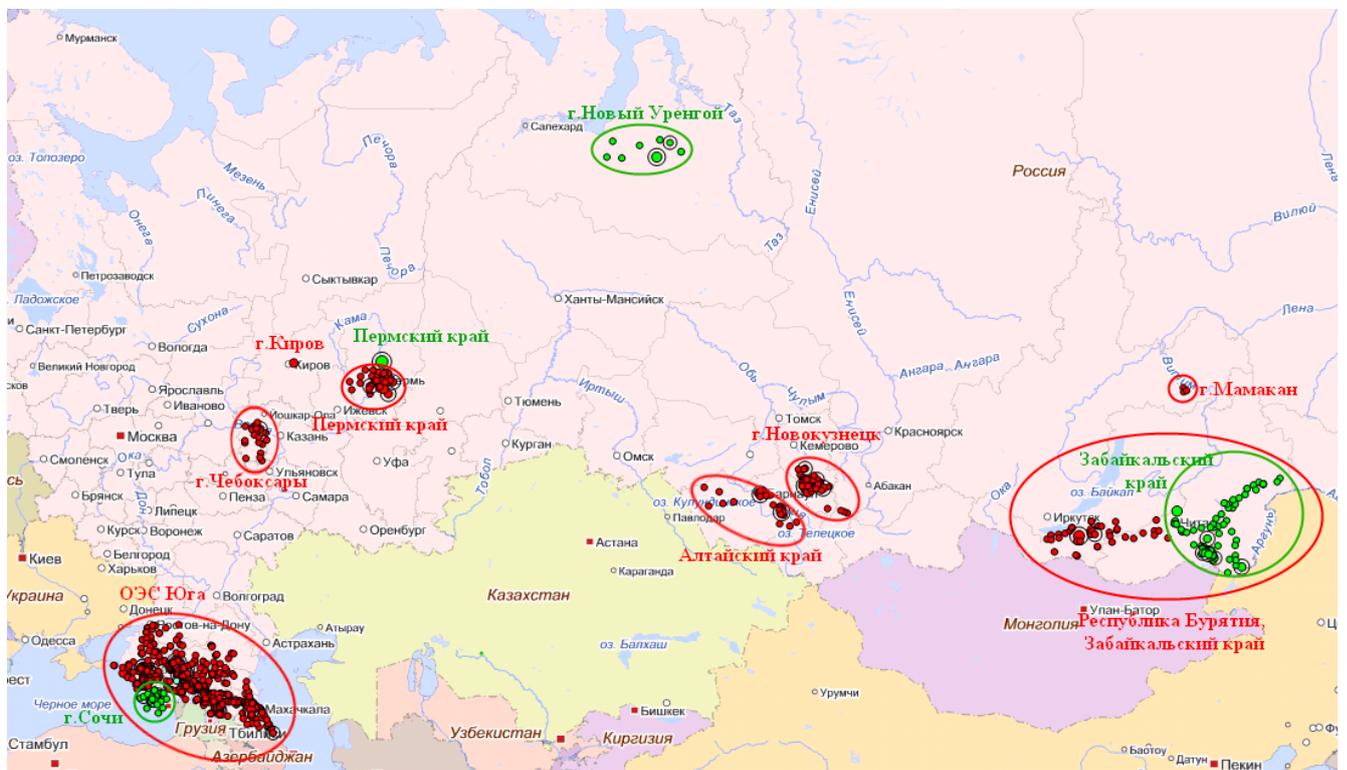


Рисунок 7.5 — Оценки зон влияния системных ограничений в 2013 году

2013 году внутри зоны Юга выделился кластер Сочи, обусловленный тем, что в преддверии зимних Олимпийских игр в регионе построили несколько новых подстанций и была введена Адлерская ТЭЦ. До начала олимпиады уровень спроса в районе проведения олимпиады сохранялся на относительно низком уровне, а поставка вонне из зоны мощности Адлерской ТЭЦ ограничивалась.

Следует отметить неэффективность ввода новых станций с современным уровнем КПД. Ценовые сигналы свидетельствуют о том, что ввиду недостаточной пропускной способности и/или запаздывания строительства сетевая инфраструктура не позволяет обеспечить выдачу мощности такими станциями и тем самым делает их ввод неэффективным. Вторым примером наряду с Адлерской ТЭЦ стала Уренгойская ГРЭС в Тюменской области.

Кроме того, в 2013 году сохранились зоны гг. Пермь, Чебоксары, Кирова и рабочего поселка Мамакан. Ситуация в этих зонах также связана с недостаточностью сетевой инфраструктуры, однако не исключено дополнительное влияние участников, эксплуатирующих знание о наличии ограничения в целях увеличения прибыли.

Примененный подход позволил осуществлять сбор статистики за большие периоды времени. Таким образом, стало возможным производить оценку динамики различных показателей, которые зависят от совокупности множеств узлов, их параметров и результатов оптимизации в них. Наличие статистики, в свою очередь, открывает новые возможности по анализу рынка, первая из которых — визуализация зон.

Это, например, позволило произвести статистическую оценку максимально возможного перетока и, таким образом, получить более корректную оценку кривой предложения в зоне. Полученная оценка затем может быть использована для определения возможности участника значительно влиять на результаты РСВ даже на этапе подачи ценовых заявок. Подобная практика используется в отношении априорно зафиксированных зон, например, на рынке PJM в США.

Второе основное приложение полученных оценок зон влияния системных ограничений на переток мощности заключается в долгосрочном анализе потерь от неэффективной загрузки тепловых электростанций из-за наличия этих ограничений. Подобную оценку можно произвести на основании анализа разницы в ценовых показателях в случаях, когда ограничения активны и не активны или не контролируются.

В качестве еще одного достижения можно отметить, что полученные за 2012 и 2013 год результаты позволили обратить внимание рыночного сообщества и регуляторов на имеющиеся проблемы учета сетевых ограничений в различных аспектах регулирования рынка. Начиная с 2013 года Ассоциация «НП Совет рынка» публикует информацию о возникновении зон влияния системных ограничений в своем годовом отчете.

Выводы по параграфу 7.1. Предложенный подход идентификации устойчивых зон протестирован на данных оптимальных режимов на РСВ за 2012–2013 годы. Обоснован выбор параметров алгоритма и проанализированы результаты выделения зон влияния сетевых ограничений в ЕЭС России. В результате получено, что на РСВ формируется 10–20 устойчивых зон.

Мониторинг устойчивых зон позволяет оценивать эффективность работы оптового рынка. Например, ввод Сочинской ТЭС и Уренгойской ГРЭС сопровождался невозможностью выдачи мощности указанных станций в полном объеме из-за недостаточной сетевой инфраструктуры. Это проявилось в появлении устойчивых зон низких цен.

Решение указанных проблем формирования зон лежит в учете ценовых сигналов рынка при перспективном развитии сетевой инфраструктуры и (или) строительстве конкурентоспособных электростанций.

7.2 Оценка перспективных цен и стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед в Мурманской области

7.2.1 Сценарии перспективного развития Мурманской области

Формирование моделей развития электроэнергетики основано на решении многокритериальных оптимизационных задач, увязывающих между собой элементы топливно-энергетического комплекса, структуры генерирующих мощностей и электрической сети, инвестиционных проектов [271; 283].

Одной из важнейших задач перспективного развития является оценка экономических последствий реализации возможных или запланированных вариантов развития ЭЭС.

Схема и программа перспективного развития ЕЭС России предусматривает сбалансированные ввод в эксплуатацию нового и вывод из эксплуатации старого генерирующего оборудования, план развития электросетевого хозяйства. При ее разработке используется прогноз электропотребления и информация о подключении новых крупных потребителей электроэнергии. Программа включает в себя балансы потребления и производства электроэнергии по субъектам РФ в перспективе до 15 лет.

Очевидно, развитие ЕЭС России окажет в будущем влияние на стоимость электроэнергии. Такое влияние необходимо учитывать наряду с технологической сбалансированностью, требованиям к безопасной и надежной работе ЕЭС России. При этом подходы, позволяющие оценить цены РСВ и БР при реализации различных инвестиционных проектов, не разработаны.

Строительство линий электропередачи окажет значимое влияние на цены оптового рынка в тех регионах, где наблюдается существенное различие МЛ за счет снижения влияния ограничений сети и нагрузочных потерь. На территории, где МЛ примерно равны друг другу (однородны), усиление сетевой инфраструктуры не приведет к их изменению.

Следствием строительства крупных электростанций будет рост мощности генераторов и локальное снижение цены, тогда как рост электропотребления или вытеснение локального производства крупными электростанциями в соседних регионах приведет к повышению цены.

В данном параграфе предлагается рассмотреть реализацию принципов упрощения энергосистем, рассмотренных в предыдущей главе, на примере моделирования перспективной стоимости электроэнергии в Мурманской области. Общий подход к моделированию включает следующие шаги:

1. Рассматривается прошлый период, например 2016 год.
2. В ЭЭС за прошлый период вносятся изменения согласно схеме и программе развития ЕЭС России.
3. Формируется упрощенная ЭЭС.
4. Для упрощенной схемы обучаются регрессионные модели вида (6.14) или (6.25).
5. Используется информация о МЛ в МЛ-формирующем узле, который выбирается как узел бесконечной мощности.
6. Моделируются различные сценарии потребления электроэнергии, доступности водных ресурсов, внедрения различных объектов.

7. Моделируются МЛ эквивалентной ЭЭС согласно принятым сценариям.

Согласно [266] в 2019 году планируется вывод из эксплуатации блока № 2 Кольской АЭС установленной мощностью 440 МВт. Годом ранее в схеме и программе развития ЕЭС России на 2015—2021 гг. планировался вывод из эксплуатации двух блоков.

Согласно официальному сайту Кольской АЭС [284] организационно Кольская АЭС разделяется на первую (энергоблоки № 1, № 2) и вторую (энергоблоки № 3, № 4) очереди. Первые два блока введены в 1973 и 1974 годах, блоки второй очереди — в 1981 и 1984 годах соответственно. В 1991–2005 гг. на первой очереди была проведена масштабная реконструкция оборудования, что позволило привести ее в соответствие с новыми требованиями правил ядерной безопасности и продлить срок эксплуатации энергоблоков на 15 лет до 2018 и 2019 годов соответственно. В перспективе рассматривается продление сроков эксплуатации для энергоблока № 1 — до 2033 года, № 2 — до 2034 года, № 3 — до 2041 года, № 4 — до 2044 года.

Наличие единственных электрических связей с избыточной Кольской энергосистемой и собственный дефицит электрической энергии и мощности в Карельской энергосистеме обуславливают максимальную загрузку электрических связей в контролируемом сечении «Кола-Карелия» в направлении центральной части ОЭС Северо-Запада [266]. В 2016—2022 гг. намечается сооружение следующих электросетевых объектов 330 кВ в ОЭС Северо-Запада (см. рисунок 7.6): ВЛ 330 кВ Кольская АЭС — Князегубская ГЭС — Лоухи — Путинская ГЭС — Ондская ГЭС общей протяженностью 298 км (2019 г.), Ондская ГЭС — Петрозаводская — Тихвин-Литейный общей протяженностью 558 км (2020 г.). Объекты призваны обеспечить выдачу «невыдаваемой» мощности Кольской АЭС, повышение надежности электроснабжения потребителей Республики Карелия и энергосистемы Ленинградской области, повышение пропускной способности транзита Кольская энергосистема — энергосистема г. Санкт-Петербург и Ленинградской области.

Предлагается проанализировать степень влияния различных сценариев развития региона на цены РСВ в Республике Карелия и Мурманской области. Параметры сценариев преобразуются в такие переменные, как мощность генераторов и нагрузок, объем импорта/экспорта, взаимные эквивалентные активные сопротивления.

Рассмотрим следующие сценарии:



Рисунок 7.6 — Фрагмент схемы-карты размещения линий электропередачи транзита в Мурманскую область [266]

- перспектива на период времени с 2018 по 2022 годы;
- минимальный, максимальный и средний по статистике за 2010—2016 годы уровень водности и соответствующая ему выработка электроэнергии гидроэлектростанциями;
- вывод из эксплуатации двух блоков 1-й очереди Кольской АЭС, вывод только второго блока и модернизация первого, модернизация обоих блоков.

Таким образом, имеем 5 лет × 3 уровня водности × 3 состояния блоков × (8760 ÷ 8774 часов) различных состояний при различных сценариях развития на базе 2016 года.

Расчет объясняющих переменных модели взаимосвязи МЛ на основе рассматриваемых сценариев предполагает

- расчет мощности нагрузок с учетом темпов прироста спроса на электроэнергию, ожидаемых в 2018–2022 годах;
- расчет мощности генераторов с учетом изменения мощности ГЭС и снижения мощности Кольской АЭС, увеличения пропускной способности электрической сети в связи с усилением транзита ВЛ 330 кВ;
- расчет взаимных активных сопротивлений между региональными энергосистемами и их изменение в связи с поэтапным строительством второй цепи линий электропередачи 330 кВ.

Будем считать, что находящиеся в холодном резерве блоки Кольской АЭС будут компенсировать снижение мощности ГЭС и вывод других блоков из эксплуатации. Если мощность нельзя компенсировать, то будем считать, что она балансируется генераторами за пределами ОЭС Северо-Запада. При перераспределении мощностей учтем сетевые ограничения на транзите линий электропередачи 330 кВ, а также увеличение пропускной способности контролируемых сечений на 200 МВт согласно [266]. На рисунке 7.7 показана структурная схема взаимосвязи энергосистем и предел изменения переменных в 2016 году и в перспективе.

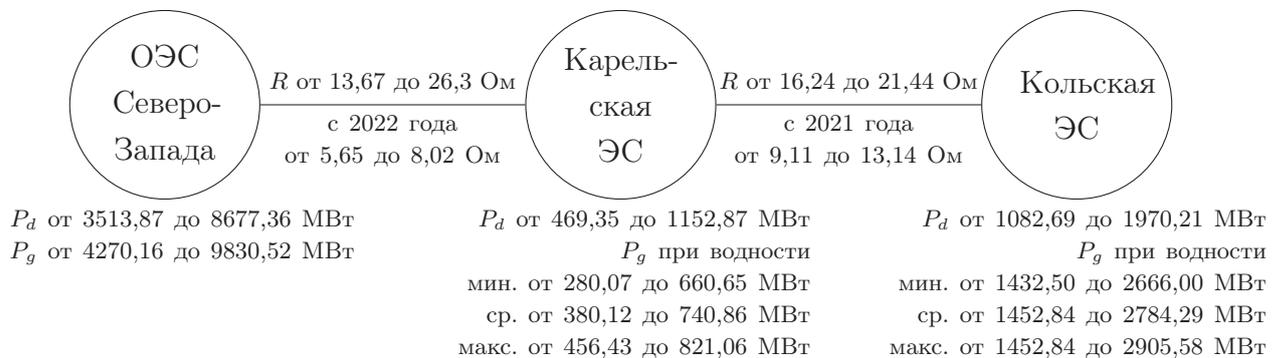


Рисунок 7.7 — Структурная схема взаимосвязи энергосистем

7.2.2 Результаты расчета в годовой перспективе

Принимая ОЭС Центра за МЛ-формирующий узел, возьмем ее МЛ как основу для моделирования МЛ в ОЭС Северо-Запада.

В отсутствие запираения контролируемых сечений в условиях синхронной работы Кольской энергосистемы получим коэффициент вклада потерь при су-

ществующем транзите в зависимости от факторов — мощности генераторов, нагрузок и взаимных сопротивлений. Проведем моделирование МЛ для каждого часа суток на базе 2016 года и получим значения цен и стоимости электроэнергии в рассматриваемом периоде.

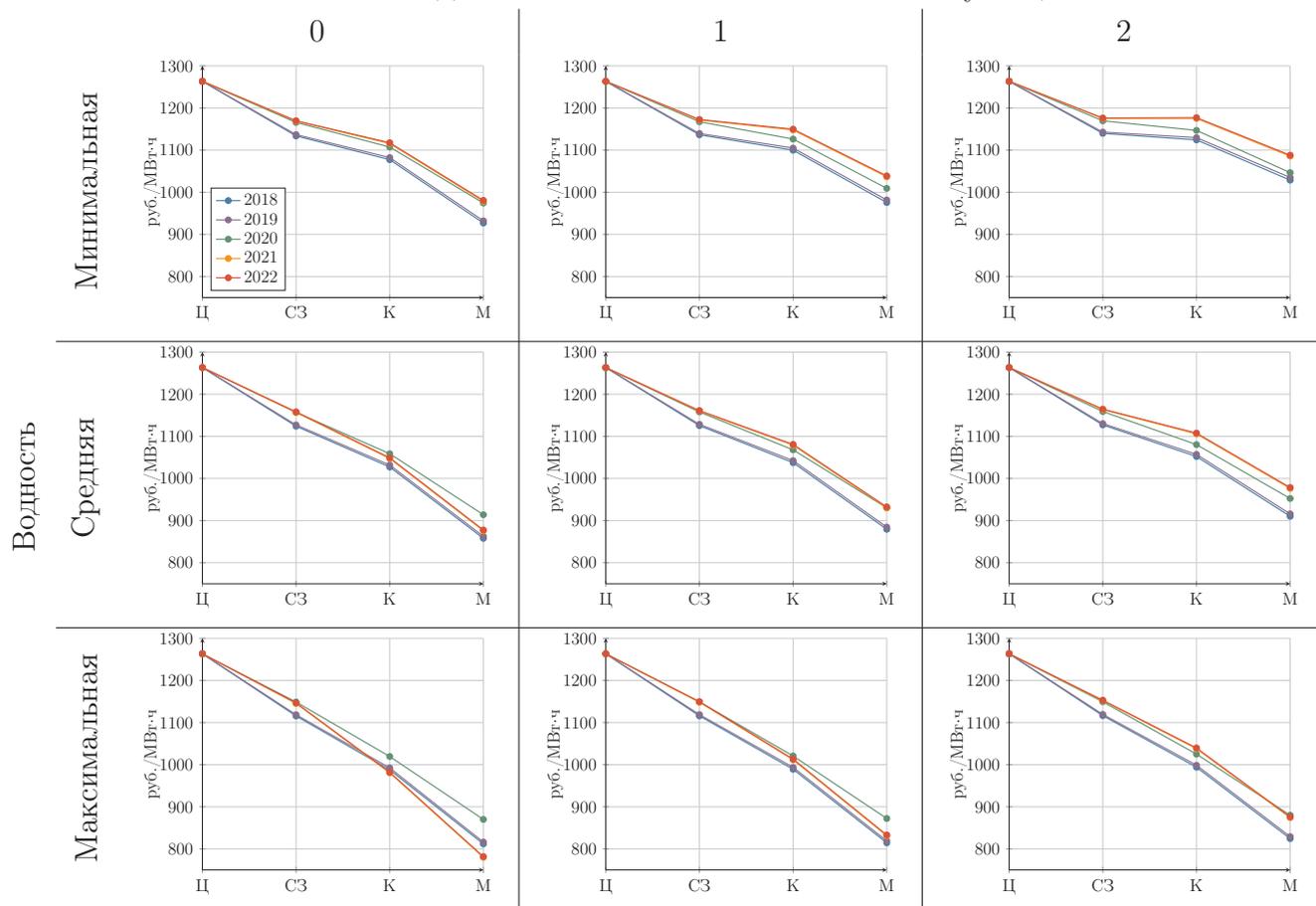
Результаты расчета показаны на рисунке 7.8. Можно отметить, что кривые 2018—2019 и 2021—2022 годов практически совпадают. Это объясняется заложенными темпами роста потребления электроэнергии в регионах. Так, в Мурманской области заложен темп ежегодного прироста электропотребления 0,06 % и 0,19 % в 2018 и 2019 годах соответственно. Затем увеличение на 0,4 процентных пункта. С 2021 года ожидается рост электропотребления на 0,03 процентных пункта ежегодно. Рост цен в 2021—2022 годах в Карельской и Кольской энергосистемах объясняется строительством транзита ВЛ 330 кВ. Взаимное сопротивление электрической сети между энергосистемами уменьшается, что приводит к снижению разницы цен по сравнению с остальной частью ОЭС Северо-Запада.

При минимальной загрузке ГЭС в случае вывода блоков Кольской АЭС из эксплуатации отмечается рост цен в Карельской энергосистеме по сравнению с ОЭС Северо-Запада и Кольской энергосистемой. Это связано с покрытием дефицита Карельской энергосистемы за счет перетока электроэнергии не только из Кольской энергосистемы, но и из остальной части ОЭС Северо-Запада. При таких сценариях в Кольской энергосистеме в связи со снижением мощности генераторов будут наблюдаться минимальное расхождение цен с Карельской энергосистемой и максимальные цены по сравнению с остальными сценариями.

Изменение цен РСВ и стоимости электроэнергии в Мурманской области при различных сценариях показано на рисунке 7.9. В целом характер кривых описан ранее. Можно отметить, что в случае модернизации на Кольской АЭС обоих блоков характер кривой после 2021 года меняется, цены РСВ снижаются. Увеличение пропускной способности электрической сети позволяет увеличить мощность Кольской АЭС. Это приводит к росту перетока мощности и, как следствие, вклада потерь в разницу цен РСВ.

Моделирование различных условий функционирования ЭЭС показывает, что цены РСВ в Мурманской области в зависимости от сценария будут различаться от 811,85—1028,65 руб./МВт·ч в 2018 году до 779,94—1085,59 руб./МВт·ч в 2021 году. При реализации инвестиционного проекта строительства сетевой инфраструктуры, несмотря на прогнозируемый

Выведено блоков Кольской АЭС из эксплуатации



Ц — ОЭС Центра, СЗ — ОЭС Северо-Запада, К — Карельская энергосистема, М — Кольская энергосистема (Мурманская область)

Рисунок 7.8 — Перспективные цены РСВ в ОЭС Северо-Запада в ценах 2016 года, руб./МВт·ч

рост потребления, цены в 2022 году практически не изменятся и составят 781,76–1088,04 руб./МВт·ч. Стоимость прогнозных объемов электроэнергии в Мурманской области составит 10,44–13,22 млрд руб. в 2018 году и 10,11–14,07 млрд руб. в 2022 году. Если рассматривать базовый вариант модернизации блоков Кольской АЭС (в случае, когда выведено 0 блоков из эксплуатации), то разброс цен составляет от 811,85–926,87 руб./МВт·ч в 2018 году до 779,94–978,54 руб./МВт·ч и 781,76–980,76 руб./МВт·ч в 2021 и 2022 годах соответственно. В таком случае стоимость электроэнергии составит 10,44–11,91 млрд руб. в 2018 году и 10,11–12,68 млрд руб. в 2022 году. Анализ проведен в ценах 2016 года.

Можно сделать заключение, что вывод из эксплуатации двух блоков Кольской АЭС приведет к приросту цены на электроэнергию в среднем на 98,23 руб./МВт·ч при малой водности, 69,13 руб./МВт·ч при средней водности и 44,82

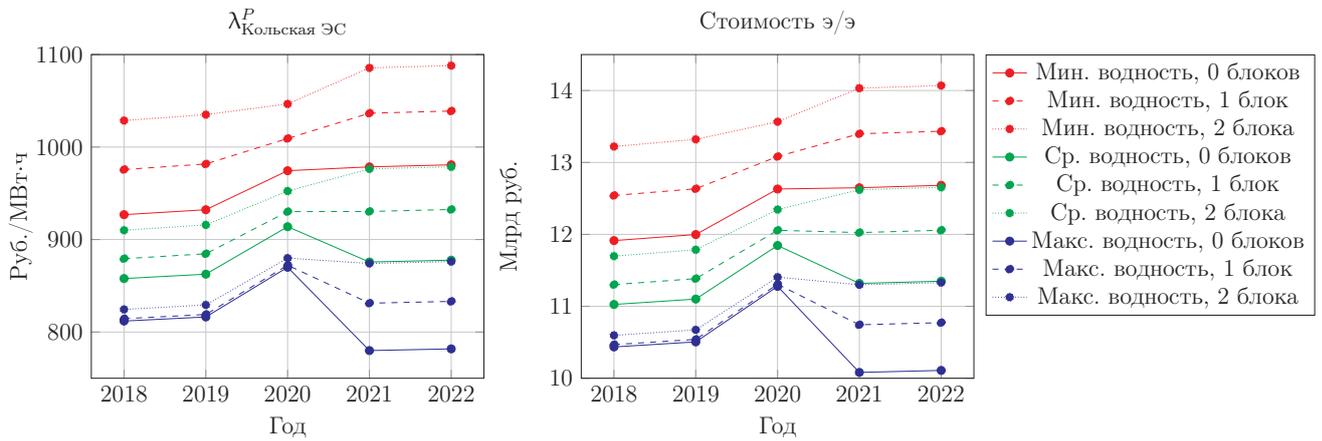


Рисунок 7.9 — Перспективные цены РСВ в Мурманской области в ценах 2016 года при минимальной, средней и максимальной водности и при выводе из эксплуатации 0, 1 или 2 блоков

руб./МВт·ч при максимальной водности. Стоимость электроэнергии вырастет соответственно на 1,27, 0,89 и 0,58 млрд руб. в год.

Оценим отдельно фактор строительства второй цепи транзита линий электропередачи 330 кВ в Кольскую энергосистему. Для этого для данных 2022 года смоделируем ситуацию, в которой проект развития электрической сети не реализовывался. Увеличение пропускной способности на 200 МВт позволит снизить «невыдаваемую» мощность Кольской АЭС. Кроме того, это приведет к повышению цен в Кольской энергосистеме вследствие снижения потерь электроэнергии при выдаче мощности. В сценариях малой и средней водности цены РСВ будут выше в среднем на 35,86 руб./МВт·ч.

Выводы по параграфу 7.2. На основе разработанных эквивалентных моделей ЭЭС, предназначенных для сохранения взаимосвязи между МЛ и параметрами оптимальных режимов, предложен механизм получения сравнительных ценовых характеристик для вариантных расчетов на перспективу. Рассмотрены различные сценарии изменения нагрузки и генерирующей мощности, развития электрических сетей в ОЭС Северо-Запада. Дана оценка перспективных цен и стоимости на РСВ в Мурманской области. Подобный механизм применим для удаленных от центра регионов и эффективен при рассмотрении большого количества различных сценариев. Результатом анализа является годовая стоимость электроэнергии на РСВ в перспективе и ее изменение в зависимости от рассматриваемых сценариев и реализации различных инвестиционных проектов.

7.3 Моделирование перспективных цен и стоимости электроэнергии на оптовом рынке электроэнергии и мощности

7.3.1 Иерархический подход к укрупнению ЭЭС и моделированию узловых цен

Структурный или иерархический подход в задачах моделирования ЭЭС широко применяется в электроэнергетике. Традиционно на иерархии основано диспетчерское управление режимами ЭЭС. Структурный анализ широко применяется для целей расчета показателей надежности ЭЭС, в частности при создании системы противоаварийной автоматики [253; 285].

Выделим следующие этапы структурного анализа ЭЭС при использовании эквивалентных моделей на основе МЛ:

1. Выделение подсистем и влияющих сечений. Если это возможно, подсистемы должны иметь общепринятое территориальное разделение, такое как ОЭС, субъекты РФ. Это позволит использовать результаты расчета для последующей координации с перспективами развития топливно-энергетического комплекса, транспортной инфраструктуры и других отраслей промышленности. При невозможности такого разделения целесообразно использовать разработанные в главе 5 методы идентификации зон.

2. Выделение взаимосвязанных иерархических уровней. Выделяются три иерархических уровня: верхний уровень объединенных энергосистем, средний уровень региональных энергосистем и нижний уровень объектов электроэнергетики. На верхнем уровне используется агрегированная модель ЭЭС, а на нижнем – более детальные модели. На каждом уровне рассматривается упрощенная ЭЭС со своими узлами и связями.

3. Агрегация мощностей в узлах укрупненной ЭЭС. В укрупненной ЭЭС узлы, между которыми связи полагаются сильными, склеиваются. То есть в каждом узле мощности генераторов и нагрузок складываются, МЛ средневзвешиваются по мощностям нагрузок. Узловые мощности на более высоком уровне включают узловые мощности более низкого уровня.

4. Эквивалентирование электрической сети. Эквивалентная схема должна отражать параметры значимых связей между подсистемами. В качестве таких

параметров берутся взаимные активные сопротивления между подсистемами. Их расчет основан на хорошо известных методах эквивалентирования схем замещения сложных ЭЭС, детали которого приведены в параграфе 6.2. Эквивалентные сопротивления необходимо учитывать при меняющейся топологии электрической сети.

5. Определение взаимосвязей между МЛ. Как было показано ранее, распределение МЛ может быть сильно неоднородно даже в отсутствие влияния сетевых ограничений. Такая неоднородность МЛ характеризует слабые места в ЭЭС и отражается на стоимости электроэнергии. МЛ связаны между собой через параметры оптимального режима. Регрессионные модели строятся по горизонтальным связям в пределах одного иерархического уровня и по вертикальным связям при переходе от более высокого иерархического уровня к более низкому.

Иерархический подход предполагает проведение расчетов сначала на верхнем уровне, далее на среднем уровне и при необходимости — на нижнем уровне. Нижний уровень обеспечивает детализацию эквивалентных моделей ЭЭС до узлов конкретной электростанции или конкретного потребителя. Нижний уровень необходим при оценке цен и стоимости электроэнергии конкретных объектов, например для сопоставления предельных издержек электростанции с рыночным уровнем цен и оценки востребованности ее на рынке. Это обусловлено тем, что МЛ в конкретных узлах отличаются от средних по региону. Например, в узлах генераторов они будут ниже. Нижний иерархический уровень может быть полезен в задачах прогнозирования цен РСВ конкретных участников.

6. Моделирование МЛ. Сам процесс моделирования проводится следующим образом. Определяются перспективные или прогнозные параметры: агрегированные мощности генераторов и нагрузок в узлах укрупненной ЭЭС на всех требуемых уровнях, взаимные активные сопротивления между узлами. задается МЛ в МЛ-формирующем узле. МЛ в остальных МЛ-принимающих узлах определяются согласно полученным регрессионным моделям в соответствии с горизонтальной и вертикальной иерархиями связей. Процедура повторяется для всех рассматриваемых перспективных режимов.

7.3.2 Эквивалентная модель ЭЭС для оценки перспективной цены электроэнергии на рынке на сутки вперед

В рамках данной работы рассмотрим задачу определения перспективных цен и стоимости электроэнергии на различных территориях ценовых зон при различных прогнозных сценариях. ОЭС Центра положим МЛ-формирующим узлом и используем прогнозную цену в нем за отправную точку.

На рисунке 7.10 отображены верхний и средний структурные уровни. К верхнему уровню относятся все ОЭС. Средние региональные уровни выделены в ОЭС Северо-Запада, ОЭС Юга, ОЭС Урала и ОЭС Сибири. В двух последних Тюменская энергосистема, восточная и западная части ОЭС Сибири выделены по причине слабых связей и сильного различия МЛ на данных территориях по сравнению со средними уровнями в ОЭС.

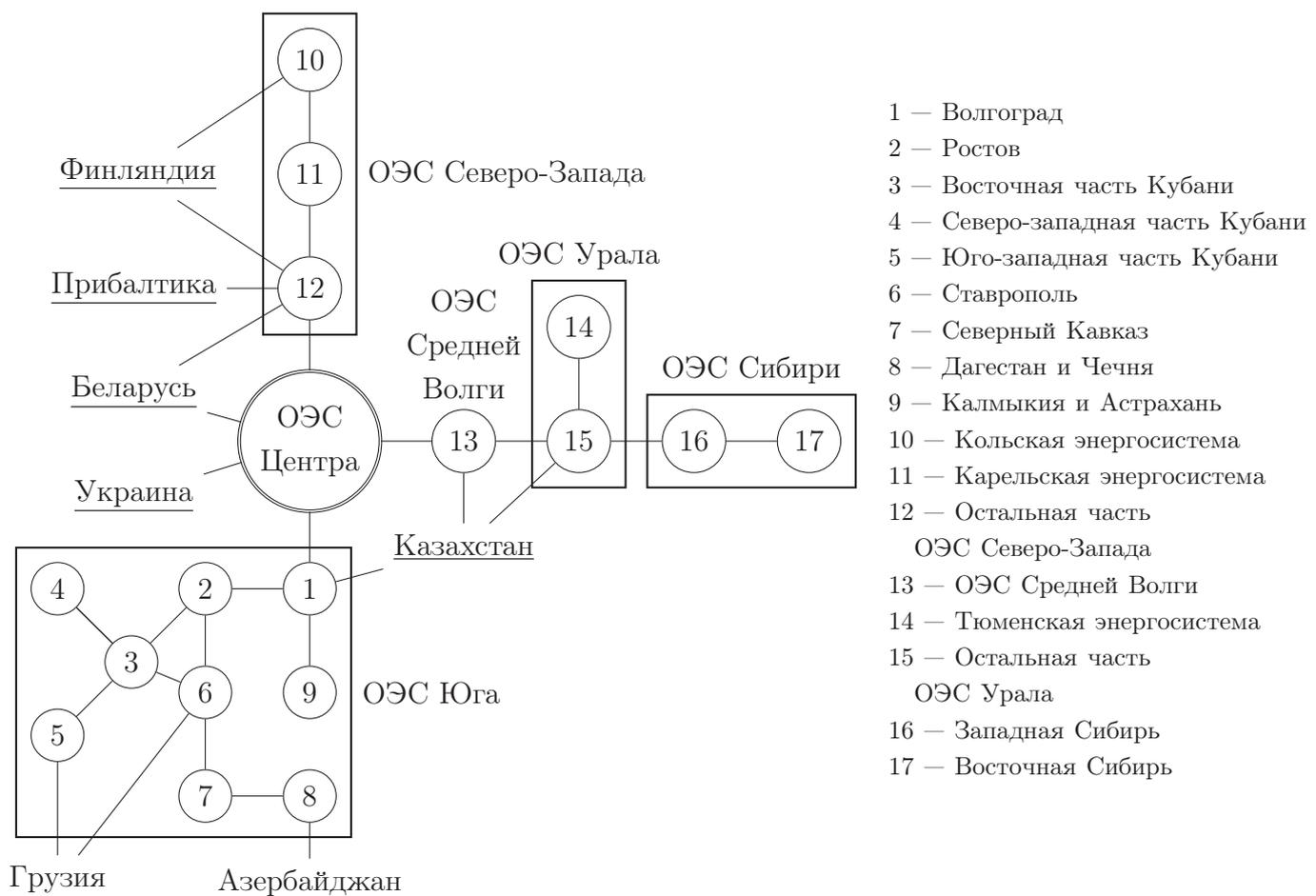


Рисунок 7.10 — Двухуровневая схема взаимосвязи объединенных энергосистем

Построение моделей взаимосвязи МЛ верхнего уровня для ОЭС Сибири, ОЭС Урала, ОЭС Средней Волги и ОЭС Северо-Запада рассмотрено в пара-

графах 6.1 и 6.2 соответственно. Средний уровень иерархии для ОЭС Юга и ОЭС Северо-Запада дан в параграфах 6.3 и 7.2 соответственно. Аналогичным образом формируются модели для всех рассматриваемых узлов.

Данный процесс автоматизируется. Для этого формируются таблицы ветвей-связей между узлами ЭЭС с указанием структурного уровня (см. таблицу 7.1). Отдельно указываются связи перехода с одного уровня на другой. Для реализации подхода предполагается два прохода по строкам данной таблицы. Первый обеспечивает обучение регрессионной модели на исторических данных. Второй предназначен для моделирования МЛ.

Таблица 7.1 — Описание структурных связей эквивалентной модели ЭЭС

№	Узел 1	Узел 2	Уровень
1	ОЭС Центра	ОЭС Северо-Запада	Верхний
2	ОЭС Центра	ОЭС Средней Волги	Верхний
3	ОЭС Центра	ОЭС Юга	Верхний
4	ОЭС Средней Волги	ОЭС Урала	Верхний
5	ОЭС Урала	ОЭС Сибири	Верхний
6	ОЭС Северо-Запада	12	Переходный
7	ОЭС Юга	1	Переходный
8	ОЭС Урала	15	Переходный
9	ОЭС Сибири	16	Переходный
10	12	11	ОЭС Северо-Запада
11	11	10	ОЭС Северо-Запада
12	1	2	ОЭС Юга
13	1	9	ОЭС Юга
14	2	3	ОЭС Юга
15	2	6	ОЭС Юга
16	3	4	ОЭС Юга
17	3	5	ОЭС Юга
18	6	7	ОЭС Юга
19	7	8	ОЭС Юга
20	15	14	ОЭС Урала
21	16	17	ОЭС Сибири

Исходная цена устанавливается для ОЭС Центра. Каждая строка соответствует своей регрессионной модели с необходимыми мощностями и эквивалентными сопротивлениями. По заданному МЛ в узле 1 по данной регрессионной модели может быть определен МЛ в узле 2. Древовидная структура связей позволяет отсортировать связи в требуемом порядке. В переходном уровне МЛ в узле 2 равен МЛ в узле 1.

В результате расчета известны МЛ, мощности нагрузок и генераторов. По ним определяются цены и стоимости электроэнергии на РСВ.

Выводы по параграфу 7.3. Рассмотрена иерархическая модель оценки перспективной стоимости электроэнергии, основанная на анализе взаимосвязи МЛ в оптимальных режимах ЭЭС. ЭЭС России представляется иерархической эквивалентной моделью, в которой расчет проводится для каждого уровня. В результате определяются перспективные цены и стоимости электроэнергии на РСВ.

7.4 Выводы по главе 7

Выделение в ЭЭС устойчивых зон влияния сетевых ограничений находит свое применение на оптовом рынке электроэнергии и мощности. Появление таких зон говорит о неэкономичности функционирования ЭЭС. В частности показано, что новые эффективные электростанции вводятся в работу при недостаточной пропускной способности электрических сетей. Это проявляется в появлении ценовых сигналов в виде устойчивых зон низких МЛ. Исследование условий возникновения и мониторинг устойчивых зон, учет таких ценовых сигналов оптового рынка при разработке схем и программ развития ЭЭС России позволят повысить эффективность и экономичность производства и распределения электроэнергии.

Эквивалентные модели ЭЭС эффективно применять для определения перспективной стоимости электроэнергии на РСВ при реализации инвестиционных проектов, заложенных в схемах и программах перспективного развития электроэнергетики. Такой подход позволяет дать сравнительные характеристики, оценить экономические и социальные последствия при рассмотрении различных инвестиционных проектов и сценариев развития ЭЭС России.

Заключение

В настоящей работе на основе анализа двойственных переменных задачи оптимизации установившихся режимов ЭЭС поставлен и решен ряд новых задач оптового рынка электроэнергии. Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Найдены основные закономерности между МЛ и параметрами режима ЭЭС, основанные на необходимых условиях оптимальности. Они заключаются в том, что мощность в оптимальном режиме балансируется регулируемыми узлами, т. е. узлами, активная мощность в которых по результатам оптимизации не была ограничена на минимальном или максимальном пределах регулирования. МЛ в таких узлах равен соответствующим параметрам в целевой функции.

На основе этого свойства разработана новая классификация узлов ЭЭС для оптимального режима, основанная на выделении известных (зафиксированных) и неизвестных переменных задачи оптимизации при внесении малого возмущения.

Новая классификация узлов при рассмотрении малого возмущения задачи оптимизации учитывает не только параметры режима (прямые переменные задачи оптимизации), но и множители Лагранжа (двойственные переменные). В этой классификации неизвестные параметры режима в узле соответствуют заданным известным множителям Лагранжа, и наоборот.

2. Предложены схемы взаимосвязи переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального режима ЭЭС, основанные на новой классификации узлов ЭЭС и позволяющие составить математическую модель чувствительности задачи оптимизации. Разработаны математические модели чувствительности относительно реакций ЭЭС (неизвестных переменных) и относительно воздействий на ЭЭС (известных переменных). Расчет чувствительности использован для анализа множителей Лагранжа, являющихся по определению производными целевой функции к соответствующим пределам ограничений.
3. Обосновано, что множители Лагранжа к уравнениям баланса активной и реактивной мощности представимы в виде взвешенной суммы пара-

метров целевой функции. Разработан метод взвешенной декомпозиции МЛ, в котором вес каждого из параметров является приростом мощности в МЛ-формирующих узлах вследствие действия режима ЭЭС с регулируемыми узлами, вклада сетевых ограничений и ограничений по напряжению.

Показано, что разработанный метод взвешенной декомпозиции МЛ обеспечивает получение слагаемых, не зависящих от выбора базисного узла, и предоставляет возможность извлечь информацию о вкладе каждого сетевого ограничения и ограничения по напряжению в отдельности.

Таким образом, получена связь между множителями Лагранжа и параметрами оптимального режима и показано, что каждое слагаемое множителей Лагранжа имеет режимную и экономическую интерпретацию. Режимная интерпретация определяется откликом установившегося режима ЭЭС с регулируемыми узлами, а также реакцией оптимального режима, экономическая определяется параметрами целевой функции.

4. Предложенный метод взвешенной декомпозиции множителей Лагранжа задачи оптимизации режимов ЭЭС эффективно применяется на оптовом рынке электроэнергии и мощности, в силу того, что на нем в ежедневном режиме проводится оптимизация режимов ЭЭС, а множители Лагранжа к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС рассматриваются как узловые равновесные цены, определяющие стоимость электроэнергии на рынке на сутки вперед и балансирующем рынке. Возможность напрямую связать узловые цены с входными данными в виде заявок участников оптового рынка, а затем выделить с помощью метода взвешенной декомпозиции факторы, определяющие тот или иной отклик МЛ-формирующих узлов, позволяет использовать разработанный метод взвешенной декомпозиции как инструмент анализа цен для принятия решений на оптовом рынке электроэнергии и мощности.
5. Предложено выделение на основе весовых коэффициентов декомпозиции МЛ устойчивых зон низких или высоких множителей Лагранжа, позволяющих сделать вывод о потенциале повышения эффективности и экономичности работы электростанций и электросетевого хозяйства.

Анализ весовых коэффициентов множителей Лагранжа позволяет эффективно выделять:

- зоны обслуживания регулирующих узлов или замыкающих узлов,
- карманы нагрузки,
- зоны влияния сетевых ограничений,
- зоны влияния ограничений по напряжению.

Разработан эффективный алгоритм идентификации таких зон, предназначенный для работы в условиях ежедневных изменений ЭЭС из-за переключений, изменения нагрузки, включения и выключения генераторов. Алгоритм позволяет проводить ретроспективный анализ условий их появления и функционирования в различные периоды времени. Кроме того, он нацелен на инкрементальное (увеличивающееся за счет ежедневного прироста информации) обновление базы данных зон, что дает возможность использовать результаты определения зон при оценке ценовых сигналов оптового рынка электроэнергии и мощности.

6. Разработан метод эквивалентирования и упрощения ЭЭС, ориентированный на сохранение взаимосвязи между МЛ и параметрами оптимального режима. Он применим для моделирования МЛ в задачах планирования и перспективного развития в условиях, когда для решения задачи оптимизации не хватает данных и вычислительных ресурсов ЭВМ. Для реализации метода достаточно набора данных, содержащихся в схемах и программах развития ЭЭС, таких как мощность генераторов и нагрузок. Дополнительно рекомендовано использовать информацию о развитии электрических сетей в виде оценок эквивалентных взаимных сопротивлений между укрупненными узлами ЭЭС.
7. Предложенные укрупненные эквивалентные модели ЭЭС находят применение при определении перспективных цен и стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед. Их использование позволяет оценить различные сценарии развития ЕЭС России и рассмотреть различные инвестиционные проекты с точки зрения последствий их реализации на рынке электроэнергии.
8. Теоретические основы, разработанные в диссертационной работе, открывают новое направление для исследований в области анализа оптимальных режимов ЭЭС, а именно анализа взаимосвязи параметров

оптимального режима ЭЭС и отвечающих им множителей Лагранжа. Практическое применение проведенных исследований показало целесообразность их использования на оптовых рынках электроэнергии с узловым ценообразованием, поскольку существенно упрощает или впервые позволяет

- коммерческой инфраструктуре рынка
 - выявлять причины появления сложных случаев ценообразования,
 - собирать статистику влияния различных факторов на узловые цены,
 - оценивать исходя из узловых цен перспективную стоимость электроэнергии при реализации инвестиционных проектов;
- участникам оптового рынка
 - повысить точность при прогнозировании узловых цен,
 - определять и управлять факторами, влияющими на узловые цены.

Список сокращений и условных обозначений

- P_g, Q_g — активная и реактивная мощность генератора g
 P_d — активная мощность нагрузки d
 U_i, δ_i — модуль и фаза напряжения в узле i
 P_s — переток мощности в контролируемом сечении
 P_{ij}, Q_{ij} — переток активной и реактивной мощности из узла i в узел j
 $\mathcal{N} = \{i\}$ — множество узлов
 $\mathcal{V} = \{i - j\}$ — множество ветвей
 $\mathcal{S} = \{s\}, s \subset \mathcal{V}$ — множество контролируемых сечений
 $\mathcal{G} = \{g\}$ — множество генераторов (поставщиков) мощности
 $\mathcal{D} = \{d\}$ — множество нагрузок (потребителей) мощности
 $N = |\mathcal{N}|$ — число узлов
 $S = |\mathcal{S}|$ — число контролируемых сечений
 PQ — узлы, в которых зафиксированы активная и реактивная мощности
 PV — узлы, в которых зафиксированы активная мощность и модуль напряжения (балансирующие узлы по реактивной мощности)
 δQ — узлы, в которых зафиксированы фаза напряжения и реактивная мощность (балансирующие узлы по активной мощности)
 δV — узлы, в которых зафиксированы фаза и модуль напряжения (балансирующие узлы по активной и реактивной мощностям)
 MP, MQ — множества МЛ-формирующих, балансирующих узлов по активной и реактивной мощности
 TP, TQ — множества МЛ-принимающих узлов по активной и реактивной мощности
 CD — множество узлов с контролируемыми (фиксированными) фазами напряжения, которое состоит из одного узла с нулевой фазой напряжения
 LD — множество узлов с неконтролируемыми фазами напряжения

- CV* — множество узлов с контролируруемыми (фиксированными) модулями напряжения
- LV* — множество узлов с неконтролируемыми модулями напряжения
- m* — обозначение множества переменных (уравнений), относящихся к *MP, MQ* узлам
- t* — обозначение множества переменных (уравнений), относящихся к *TP, TQ* узлам
- c* — обозначение множества переменных (уравнений), относящихся к *CD, CV* узлам
- l* — обозначение множества переменных (уравнений), относящихся к *LD, LV* узлам
- I** — единичная матрица
- E** — матрица, состоящая из единиц
- e** — вектор, состоящий из единиц
- БР** — балансирующий рынок
- ЭЭС** — единая энергосистема
- МЛ** — множители Лагранжа. В большинстве случаев речь идет о множителях Лагранжа к уравнениям баланса активной и реактивной мощности. В таком случае упоминание, к каким именно ограничениям относятся множители, может опускаться
- ОН** — ограничение по напряжению, обозначение для компоненты МЛ, обусловленной ограничением по напряжению
- ОС** — ограничения сети, обозначение для компоненты МЛ, обусловленной сетевыми ограничениями
- ОУР** — задача оптимизации УР ЭЭС
- ОЭС** — объединенная энергосистема
- РСВ** — рынок на сутки вперед
- СО** — системный оператор
- УР** — установившийся режим, также обозначение для режимной компоненты МЛ или при одновременном использовании с ОУР — указание на задачу расчета УР
- УУПК** — управляемое устройство продольной компенсации
- ФАС** — Федеральная антимонопольная служба
- ХОПЗ** — характеристика относительных приростов затрат
- ЭЭС** — электроэнергетическая система

- AC OPF** — Alternating Current Optimal Power Flow или нелинейная оптимизация УР ЭЭС
- DC OPF** — Direct Current Optimal Power Flow или линеаризованная оптимизация УР ЭЭС
- FACTS** — Flexible AC Transmission Systems или системы управляемых гибких электропередач переменного тока

Словарь терминов

Декомпозиция МЛ — разложение МЛ на компоненты, характеризующиеся теми или иными факторами

Зона влияния — часть ЭЭС (набор узлов), находящаяся под влиянием того или иного фактора

Карман нагрузки — часть ЭЭС, состоящая из узлов, передача электроэнергии в которые осуществляется целиком или в основном по контролируемому сечению. При недостаточной пропускной способности контролируемого сечения карманы нагрузки по сути являются «отрезанными» районами от остальной части ЭЭС со своими МЛ-формирующими узлами

Компонента МЛ (вклад) ограничений по напряжению — компонента МЛ, появляющаяся при необходимости поддержать уровень напряжения в узлах с активными ограничениями по напряжению

Компонента МЛ (вклад) режимная — компонента МЛ, определяемая оптимальным режимом в отсутствие активных сетевых ограничений и ограничений по напряжению

Компонента МЛ (вклад) сетевых ограничений — компонента МЛ, появляющаяся при необходимости поддержать уровень перетока активной мощности в контролируемом сечении с активным сетевым ограничением

МЛ-принимающий узел — узел, в котором МЛ на активную (реактивную) мощность формируется под влиянием УР ЭЭС по заданным МЛ в МЛ-формирующих узлах

МЛ-формирующий параметр — параметр в целевой функции, по которому сформированы МЛ в ЭЭС

МЛ-формирующий узел — узел, в котором МЛ на активную (реактивную) мощность формируется равным параметрам целевой функции

Эквивалентная модель ЭЭС — упрощенная модель ЭЭС, воспроизводящая выбранные свойства полной ЭЭС

Список литературы

1. Методы оптимизации режимов энергосистем / В. М. Горнштейн [и др.]. — М.: Энергия, 1981. — 336 с.
2. Анализ и управление установившимися состояниями электроэнергетических систем / Н. А. Мурашко [и др.]. — Новосибирск: Наука, 1987. — 240 с.
3. *Веников В. А.* Оптимизация режимов электростанций и энергосистем / В. А. Веников, В. Г. Журавлев, Т. А. Филиппова. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 352 с.
4. Математическая модель конкурентного оптового рынка электроэнергии в России / М. Р. Давидсон [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2004. — № 3. — С. 72—83.
5. *Нечаев И. А.* Планирование загрузки электростанций в условиях оптового рынка электроэнергии / И. А. Нечаев, С. И. Паламарчук // Известия РАН. Энергетика. — 2011. — № 6.
6. *Александров А. С.* Решение задачи выбора состава работающего генерирующего оборудования в условиях конкурентного рынка электроэнергии и мощности / А. С. Александров, П. И. Бартоломей, В. Г. Неуймин // Научные труды VI отчетной конференции молодых ученых ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. Ч. 1. — Екатеринбург, 2004. — С. 214—216.
7. *Порошин В. И.* Выбор состава включенного генерирующего оборудования / В. И. Порошин, Ф. Ю. Черных // Электрические станции. — 2009. — № 9. — С. 11—14.
8. *Давидсон М. Р.* Задача выбора состава генерирующего оборудования в рынке электроэнергии / М. Р. Давидсон, Н. М. Новикова // Тезисы докладов V Московской международной конференции по исследованию операций. — Москва, 2007. — С. 34—36.

9. *Давидсон М. Р.* Математическая модель расчета ценовых индикаторов в задаче выбора состава генерирующего оборудования в условиях конкурентного рынка электроэнергии в России / М. Р. Давидсон, А. В. Селезнев // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2014. — № 3. — С. 61–70.
10. *Крюков А. В.* Предельные режимы электроэнергетических систем / А. В. Крюков. — Иркутск: ИрГУПС, 2012. — 236 с.
11. Регламент проведения конкурентного отбора ценовых заявок на сутки вперед (Приложение №7 к Договору о присоединении к торговой системе оптового рынка) [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.np-sr.ru/ru/regulation/joining/reglaments/index.htm> (дата обр. 08.10.2018).
12. Регламент проведения конкурентного отбора заявок для балансирования системы (Приложение №10 к Договору о присоединении к торговой системе оптового рынка) [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.np-sr.ru/ru/regulation/joining/reglaments/index.htm> (дата обр. 08.10.2018).
13. Регламент проведения расчетов выбора состава генерирующего оборудования (Приложение №3.1 к Договору о присоединении к торговой системе оптового рынка) [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.np-sr.ru/ru/regulation/joining/reglaments/index.htm> (дата обр. 08.10.2018).
14. *Идельчик В. И.* Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем / В. И. Идельчик. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 288 с.
15. *Штридбек У.* Уроки, извлеченные из либерализации рынков электроэнергии / У. Штридбек, И. Кроншоу, Н. Хюлста. — Париж: Международное энергетическое агентство, 2005. — 274 с.
16. *Carpentier J.* Contribution a l'etude du dispatching economique / J. Carpentier // Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens. — 1962. — Vol. 3, no. 8. — P. 431–447.
17. *Madani R.* Convex Relaxation for Optimal Power Flow Problem: Mesh Networks / R. Madani, S. Sojoudi, J. Lavaei // IEEE Transactions on Power Systems. — 2015. — Vol. 30, no. 1. — P. 199–211.
18. *Madani R.* Convexification of Power Flow Problem over Arbitrary Networks / R. Madani, J. Lavaei, R. Baldick // 2015 54th IEEE Annual Conference on Decision and Control (CDC). — Osaka, 2015. — P. 1–8.

19. *Molzahn D. K.* Convex Relaxations of Optimal Power Flow Problems: An Illustrative Example / D. K. Molzahn, I. A. Hiskens. — 2016. — arXiv: [1510.04330](https://arxiv.org/abs/1510.04330).
20. *Polyak B.* Convexity/Nonconvexity Certificates for Power Flow Analysis / B. Polyak, E. Gryazina // Bertsch V., Fichtner W., Heuveline V., Leibfried T. (eds) Advances in Energy System Optimization. Trends in Mathematics. — Cham: Birkhäuser, 2017. — P. 221–230.
21. *Rau N.* Optimization Principles: Practical Applications to the Operation and Markets of the Electric Power Industry / N. Rau. — John Wiley & Sons Ltd, 2003. — 352 p.
22. *Stott B.* DC Power Flow Revisited / B. Stott, J. Jardim, O. Alsac // IEEE Transactions on Power Systems. — 2009. — Vol. 24, no. 3. — P. 1290–1300.
23. Energy & Ancillary Services Market Operations. PJM Manual [Электронный ресурс]. — 2018. — URL: <http://www.pjm.com/~media/documents/manuals/m11.ashx> (visited on 10/08/2018).
24. Energy and Operating Reserve Markets Business Practices. Midcontinent ISO Manual [Электронный ресурс]. — 2017. — URL: <https://www.misoenergy.org/legal/business-practice-manuals/> (visited on 10/08/2018).
25. *Litvinov E.* Locational Marginal Pricing. Module 1 of 3 in the Advanced Wholesale Electricity Markets (WEM 301). ISO New England Course. [Электронный ресурс] / E. Litvinov. — 2011. — URL: https://www.iso-ne.com/static-assets/documents/support/training/courses/wem301/wem301_lmp.pdf.
26. Market Protocols. Southwest Power Pool Integrated Marketplace. Revision 42 [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <https://www.spp.org/documents/45124/integrated%20marketplace%20protocols%2042.pdf> (visited on 10/08/2018).
27. The Electricity Authority of the New Zealand electricity Market. Electricity Industry Participation Code 2010 [Электронный ресурс]. — 2017. — URL: <https://www.ea.govt.nz/dmsdocument/23649-full-merged-code-28-june-2018> (visited on 10/08/2018).

28. Singapore Electricity Market Rules. Chapter 6 Market Operation [Электронный ресурс]. — 2018. — URL: <https://www.emcsg.com/marketrules> (visited on 10/08/2018).
29. Business Practice Manual for Market Operations. California ISO Manual [Электронный ресурс]. — 2018. — URL: <https://bpmcm.caiso.com/Pages/BPMDetails.aspx?BPM=Market%20Operations> (visited on 10/08/2018).
30. *Frank S.* Optimal Power Flow: A Bibliographic Survey I. Formulations and Deterministic Methods / S. Frank, I. Steponavice, S. Rebennack // Energy Systems. — 2012. — Vol. 3, no. 3. — P. 221–258.
31. *Паламарчук С. И.* Разделенные методы для расчета установившихся режимов электроэнергетических систем / С. И. Паламарчук // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1990. — № 1. — С. 91–97.
32. *Таха Х.* Введение в исследование операций: В 2-х книгах. Кн. 2 / Х. Таха. — М.: Мир, 1985. — 496 с.
33. *Horst R.* Introduction to Global Optimization / R. Horst, P. Pardalos, N. V. Thoai. — Springer Science & Business Media, 2000. — 360 p.
34. Математическая модель управления энергосистемой в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии и мощности в России / М. Р. Давидсон [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2009. — Т. 2. — С. 84–94.
35. *Шубин Н. Г.* Разработка моделей и технологий оперативного диспетчерского управления ЕЭС России в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии: дис. ... канд. техн. наук: 05.14.02. — Екатеринбург: УГТУ, 2003. — 161 с.
36. Комплексная оптимизация режимов ЕЭС России в условиях функционирования конкурентного рынка / Б. И. Аюев [и др.] // Вестник УГТУ–УПИ. Сер. Проблемы управления электроэнергетикой в условиях конкурентного рынка. — 2005. — 12 (64). — С. 15–22.
37. Параметры расчетной модели. Официальный сайт оптового рынка электроэнергии и мощности ОАО «СО ЕЭС» [Электронный ресурс]. — URL: br.so-cdu.ru (дата обр. 08.10.2018).

38. *Ерохин П. М.* Задачи и технологии оперативно-диспетчерского управления режимами ЕЭС в конкурентно-рыночной энергетике России: дис. . . . д-ра техн. наук: 05.14.02. — Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2005. — 310 с.
39. *Ochoa L.* Minimizing Energy Losses: Optimal Accommodation and Smart Operation of Renewable Distributed Generation / L. Ochoa, G. Harrison // IEEE Transactions on Power Systems. — 2011. — Vol. 26, no. 1. — P. 198–205.
40. Программный комплекс «RastrWin3». Руководство пользователя [Электронный ресурс] / В. Г. Неуймин [и др.]. — 2012. — URL: http://www.rastrwin.ru/download/Files/HELP_RastrWin3_29_08_12.pdf (дата обр. 08.10.2018).
41. *Летун В. М.* Оптимизация режимов работы энергосистем — основа модели оптового рынка электроэнергии / В. М. Летун // Энергетик. — 2010. — Т. 4. — С. 2–4.
42. *Летун В. М.* Об организации оптового рынка электроэнергии на основе неценовой конкуренции / В. М. Летун // Энергетик. — 2012. — Т. 2. — С. 23–26.
43. *Паламарчук С. И.* Формирование данных о технико-экономических характеристиках генерирующего оборудования для планирования режимов ЭЭС / С. И. Паламарчук // Известия РАН. Энергетика. — 2015. — № 3. — С. 18–29.
44. *Stott B.* Security Analysis and Optimization / B. Stott, O. Alsac, A. Monticelli // Proceedings of the IEEE. — 1987. — Vol. 75, no. 12. — P. 1623–1644.
45. *Lavaei J.* Zero Duality Gap for Classical OPF Problem Convexifies Fundamental Nonlinear Power Problems / J. Lavaei // Proceedings of the 2011 American Control Conference. — 2011. — P. 4566–4573.
46. *Low S. H.* Convex Relaxation of Optimal Power Flow—Part II: Exactness / S. H. Low // IEEE Transactions on Control of Network Systems. — 2014. — Vol. 1, no. 2. — P. 177–189.
47. *Крумм Л. А.* Градиентный метод оптимизации режима объединенных энергосистем / Л. А. Крумм // Электричество. — 1963. — Т. 5. — С. 6–13.

48. *Dommel H.* Optimal Power Flow Solutions / H. Dommel, W. Tinney // IEEE Transactions on Power Systems. — 1968. — Vol. 87, no. 10. — P. 1866–1876.
49. *Крумм Л. А.* Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами / Л. А. Крумм. — Новосибирск: Наука, 1977. — 368 с.
50. *Веников В. А.* Методы оптимизации управления планированием больших систем энергетики (оптимизация развития и функционирования) / В. А. Веников, В. И. Идельчик. — М.: ВИНТИ, 1974. — 208 с.
51. Developments in Optimal Power Flow / R. C. Burchett [et al.] // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. — 1982. — Vol. PAS-101, no. 2. — P. 406–414.
52. *Vanderplaats G. N.* Numerical Optimization Techniques for Engineering Design / G. N. Vanderplaats. — Colorado Springs, CO: Vanderplaats Research & Development, Inc, 1999. — 441 p.
53. *Бартоломей П. И.* Решение электроэнергетических задач методами второго порядка / П. И. Бартоломей. — Свердловск: УПИ, 1988. — 88 с.
54. *Арзамасцев Д. А.* АСУ и оптимизация режимов энергосистем / Д. А. Арзамасцев, П. И. Бартоломей, А. М. Холян. — М.: Высшая школа, 1983. — 208 с.
55. Optimal Power Flow by Newton Approach / D. I. Sun [et al.] // IEEE Transactions on Power Apparatus and systems. — 1984. — Vol. 103, no. 10. — P. 2864–2880.
56. *Hong Y.* Enhanced Newton Optimal Power Flow Approach: Experiences in Taiwan Power System / Y. Hong // IEE Proceedings C-Generation, Transmission and Distribution. — 1992. — Vol. 139, no. 3. — P. 205–210.
57. *Бартоломей П. И.* Оптимизация режимов энергосистем методами аппроксимирующего и сепарабельного программирования / П. И. Бартоломей, Н. И. Грудинин // Известия РАН. Энергетика. — 1993. — Т. 1. — С. 72–80.
58. *Бартоломей П. И.* Определение оптимальных и допустимых режимов в задачах оперативного управления ЭЭС / П. И. Бартоломей, Н. И. Грудинин, В. Г. Неуймин // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1991. — Т. 4. — С. 62–70.

59. *Бартоломей П. И.* Расчет установившихся режимов электрических систем и их оптимизация методом квадратичной аппроксимации / П. И. Бартоломей // Известия РАН. Энергетика. — 1992. — № 5. — С. 95—106.
60. *Дикин И. И.* Итеративное решение задач линейного и квадратичного программирования / И. И. Дикин // Докл. АН СССР. — 1967. — Т. 174, № 4. — С. 745—747.
61. *Дикин И. И.* Метод внутренних точек в линейном и нелинейном программировании / отв. ред. Б. Т. Поляк / И. И. Дикин. — М.: КРАСАНД, 2010. — 120 с.
62. *Karmarkar N.* A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming / N. Karmarkar // Proceedings of the Sixteenth Annual ACM symposium on Theory of computing. — WASHINGTON, D.C., 1984. — P. 302–311.
63. Системные исследования в энергетике: Ретроспектива научных направлений СЭИ – ИСЭМ / отв. ред. Н.И. Воропай. — Новосибирск: Наука, 2010. — 686 с.
64. *Бартоломей П. И.* О формировании уральской научной школы в области электроэнергетики / П. И. Бартоломей, А. В. Паздерин // Научные труды всероссийской научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи». Т. 1. — Екатеринбург, 2010. — С. 28—33.
65. Перспективы использования ПО Vars-Lincor-Rastr для формирования расчетных моделей ЕЭС и оптимизации электроэнергетических режимов / Е. А. Машалов [и др.] // Пятый специализированный научно-технический семинар «Современные методы и программные средства анализа и планирования электропотребления, балансов мощности и электроэнергии». — Москва, 2007. — С. 1—7.
66. *Телятник А. Г.* Ускорение метода последовательного квадратичного программирования (SQP) и применение в задаче оптимизации потокораспределения (АС OPF) / А. Г. Телятник // Подкомитет С5 РНК СИГРЭ. — Москва, 2017.

67. *Хохлов М. В.* Оптимизационные расчеты в электроэнергетике на основе языков алгебраического моделирования / М. В. Хохлов // Актуальные проблемы, направления и механизмы развития производительных сил Севера – 2016. Материалы Пятого Всероссийского научного семинара. — Сыктывкар, 2016. — С. 123–134.
68. Comparison of Intelligent Techniques to Solve Economic Load Dispatch Problem with Line Flow Constraints / S. P. Karthikeyan [et al.] // 2009 IEEE International Advance Computing Conference. — IEEE, 2009. — P. 446–452.
69. *Ахмедова С. Т.* Оперативная оптимизация режима энергосистемы с использованием комбинированной модели нейронной сети и генетического алгоритма / С. Т. Ахмедова, Н. Р. Рахманов // Электро. — 2009. — № 1. — С. 7–12.
70. *Швыров И. В.* Оптимизация режимов электроэнергетических систем на основе эволюционных алгоритмов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06. — СПб.: СПбГЭТУ, 2013.
71. *Lee K.* Optimization of Power Systems Based on Ant Colony System Algorithms: an Overview / K. Lee, J. Vlachogiannis // Intelligent Systems Application to Power Systems. — 2005. — P. 22–35.
72. *Karaboga D.* A Comprehensive Survey: Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm and Applications / D. Karaboga, B. Gorkemli, C. Ozturk // Artificial Intelligence. — 2014. — Vol. 42, no. 1. — P. 21–57.
73. *Bai W.* An Improved Artificial Bee Colony Optimization Algorithm Based on Orthogonal Learning for Optimal Power Flow Problem / W. Bai, I. Eke, K. Y. Lee // Control Engineering Practice. — 2017. — Vol. 61. — P. 163–172.
74. *El-Fergany A. A.* Single and Multi-objective Optimal Power Flow Using Grey Wolf Optimizer and Differential Evolution Algorithms / A. A. El-Fergany, H. M. Hasanien // Electric Power Components and Systems. — 2015. — Vol. 43, no. 13. — P. 1548–1559.
75. *Teeparthi K.* Grey Wolf Optimization Algorithm Based Dynamic Security Constrained Optimal Power Flow / K. Teeparthi, D. M. Vinod Kumar // National Power Systems Conference (NPSC), 2016. — 2016. — P. 1–6.

76. Solution of Optimal Power Flow Using Evolutionary-Based Algorithms / A. K. Khamees [et al.] // MultiCraft International Journal of Engineering, Science and Technology. — 2017. — Vol. 9, no. 1. — P. 55–68.
77. Bacterial Foraging Algorithm with Varying Population for Optimal Power Flow / M. S. Li [et al.] // Applications of Evolutinary Computing. — Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007. — P. 32–41.
78. *Haque M. T.* Application of Neural Networks in Power Systems; A Review / M. T. Haque, A. Kashtiban // World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering. — 2007. — Vol. 1, no. 6. — P. 889–893.
79. *Han F.* An Improved Chaos Optimization Algorithm and Its Application in the Economic Load Dispatch Problem / F. Han, Q. Lu // International Journal of Computer Mathematics. — 2008. — Vol. 85, no. 6. — P. 969–982.
80. *Abido M.* Optimal Power Flow Using Tabu Search Algorithm / M. Abido // Electric Power Components and Systems. — 2002. — Vol. 30, no. 5. — P. 469–483.
81. *Frank S.* Optimal Power Flow: A Bibliographic Survey II. Non-Deterministic and Hybrid Methods / S. Frank, I. Steponavice, S. Rebennack // Energy Systems. — 2012. — Vol. 3, no. 3. — P. 259–289.
82. *Zimmerman R. D.* MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education / R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sanchez, R. J. Thomas // Power Systems, IEEE Transactions on. — 2011. — Vol. 26, no. 1. — P. 12–19.
83. *Wang H.* On the Computation and Application of Multi-Period Security-Constrained Optimal Power Flow for Real-Time Electricity Market Operations: PhD thesis. — Ithaca, New-York, USA: Cornell University, 2007. — 122 p.
84. On Computational Issues of Market-Based Optimal Power Flow / H. Wang [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 3. — P. 1185–1193.
85. *Васильев Ф. П.* Методы оптимизации: в 2-х кн. Кн. 1 / Ф. П. Васильев. — М.: МЦНМО, 2011. — 620 с.

86. *Горнштейн В. М.* Наивыгоднейшее распределение нагрузок между параллельно работающими электростанциями / В. М. Горнштейн. — М. ; Л.: Госэнергоиздат, 1949. — 255 с.
87. *Гамм А. З.* Оптимизация режимов энергообъединений в новых экономических условиях / А. З. Гамм // *Электричество*. — 1993. — Т. 11. — С. 1—8.
88. *Wood A. J.* Power Generation, Operation, and Control, 3rd Edition / A. J. Wood, B. F. Wollenberg, G. B. Sheble. — Wiley, 2013. — 656 p.
89. *Гамм А. З.* Сенсоры и слабые места в электроэнергетических системах / А. З. Гамм, И. И. Голуб. — Иркутск: СЭИ СО РАН, 1996. — 99 с.
90. *Баранов И. Л.* Определение чувствительных узлов электроэнергетических систем на основной частоте и высших гармониках / И. Л. Баранов, Н. Ш. Чемборисова // *Электричество*. — 2013. — № 8. — С. 15—20.
91. *Simpson-Porco J. W.* Distributed Monitoring of Voltage Collapse Sensitivity Indices / J. W. Simpson-Porco, F. Bullo // *IEEE Transactions on Smart Grid*. — 2016. — Vol. 7, no. 4. — P. 1979–1988.
92. Анализ неоднородностей электроэнергетических систем / О. Н. Войтов [и др.]. — Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1999. — 256 с.
93. *Vaskovskaya T. A.* Market Price Signals for Customers for Compensation of Reactive Power / T. A. Vaskovskaya // 2014 11th International Conference on the European Energy Market (EEM). — Krakow: IEEE, 2014. — P. 1–4.
94. *Васьковская Т. А.* Возможность управления свободными ценами рынка электроэнергии путем изменения параметров электрической сети и энергопринимающего оборудования / Т. А. Васьковская // *Известия РАН. Энергетика*. — 2014. — № 3. — С. 3–7.
95. A Sensitivity Approach to Detection of Market Power Potential / B. C. Lesieutre [et al.] // *IEEE Transactions on Power Systems*. — 2011. — Vol. 26. — P. 1980–1988.
96. Optimal Allocation of Capacitor Banks using Genetic Algorithm and Sensitivity Analysis / W. Moreti da Rosa [et al.] // *IEEE Latin America Transactions*. — 2016. — Vol. 14, no. 8. — P. 3702–3707.

97. *An S.* An Ideal Transformer UPFC Model, OPF First-Order Sensitivities, and Application to Screening for Optimal UPFC Locations / S. An, J. Condren, T. W. Gedra // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 1. — P. 68–75.
98. Power System Security Enhancement by OPF with Phase Shifter / J. Momoh [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2001. — Vol. 16, no. 2. — P. 287–293.
99. *Лопатин О. А.* Использование параметров сети и обобщенных показателей режима для расстановки компенсирующих устройств / О. А. Лопатин, Н. Ш. Чемборисова // Электричество. — 2011. — № 3. — С. 10–12.
100. *Измаилов А. Ф.* Чувствительность в оптимизации / А. Ф. Измаилов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 248 с.
101. Optimal Power Flow Sensitivity Analysis / P. Gribik [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 1990. — Vol. 5, no. 3. — P. 969–976.
102. Locational Marginal Price Sensitivities / A. J. Conejo [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2005. — Vol. 20, no. 4. — P. 2026–2033.
103. *Almeida K.* A General Parametric Optimal Power Flow / K. Almeida, F. Galiana, S. Soares // IEEE Transactions on Power Systems. — 1994. — Vol. 9, no. 1. — P. 540–547.
104. *Zhou Q.* Global Sensitivity Analysis for the Short-term Prediction of System Variables / Q. Zhou, L. Tesfatsion, C.-C. Liu // Power and Energy Society General Meeting. — 2010. — P. 1–8.
105. *Bo R.* Marginal Unit Generation Sensitivity and its Applications in Transmission Congestion Prediction and LMP Calculation / R. Bo, F. Li // 2011 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition. — 2011. — P. 1–9.
106. *Karatekin C. Z.* Sensitivity Analysis Based on Transmission Line Susceptances for Congestion Management / C. Z. Karatekin, C. Ucak // Electric Power Systems Research. — 2008. — Vol. 78, no. 9. — P. 1485–1493.
107. Continuous Integration Congestion Cost Allocation Based on Sensitivity / Z. Q. Wu [et al.] // IEE Proceedings — Generation, Transmission and Distribution (2004). — 2004. — Vol. 151, no. 4. — P. 421–426.

108. *Li R.* A Pricing Method for Transmission Loss Based on Sensitivity Analysis / R. Li, R. Yokoyama, L. Chen // IEEE Transactions on Power Systems. — 2006. — Vol. 21, no. 3. — P. 1201–1208.
109. *Tang L.* An Automated Transient Stability Constrained Optimal Power Flow Based on Trajectory Sensitivity Analysis / L. Tang, W. Sun // IEEE Transactions on Power Systems. — 2017. — Vol. 32, no. 1. — P. 590–599.
110. *Van Horn K. E.* Sensitivity-Based Line Outage Angle Factors / K. E. Van Horn, A. D. Dominguez-Garcia, P. W. Sauer // 2015 North American Power Symposium (NAPS). — IEEE, 2015. — P. 1–5.
111. *Venkatesh S.* A Least Squares Solution for Optimal Power Flow Sensitivity Calculation / S. Venkatesh, W.-H. Liu, A. Papalexopoulos // IEEE Transactions on Power Systems. — 1992. — Vol. 7, no. 3. — P. 1394–1401.
112. A New Network Partition Method Using the Sensitivity of Marginal Cost under Network Congestion / S.-J. Jang [et al.] // Power Engineering Society Summer Meeting, 2001. — 2001. — Vol. 3. — P. 1670–1675.
113. *Li R.* Evaluation Of Voltage Stability Based On Sensitivity Analyses Of Electric Pricing / R. Li, L. Chen, R. Yokoyama // IEEE PES Power Systems Conference and Exposition. — IEEE, 2004. — P. 1313–1318.
114. *Capitanescu F.* Sensitivity-Based Approaches for Handling Discrete Variables in Optimal Power Flow Computations / F. Capitanescu, L. Wehenkel // IEEE Transactions on Power Systems. — 2010. — Vol. 25, no. 4. — P. 1780–1789.
115. Exercising Reactive Market Power Through Sensitivity Studies and HHI / L. Mello Honorio [et al.] // Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference (2002). — 2002. — P. 447–451.
116. Identification of Market Power in Large-Scale Electric Energy Markets / B. C. Lesieutre [et al.] // Proceedings of the 39th Annual Hawaii International Conference on System Sciences. — 2006. — Vol. 10. — P. 1–10.
117. *Vaskovskaya T. A.* Identifying Congestion Zones with Weighted Decomposition of Locational Marginal Prices / T. A. Vaskovskaya, P. G. Thakurta, J. W. Bialek // 2017 IEEE Manchester Powertech. — 2017. — P. 1–6.

118. *Vaskovskaya T. A.* Possibility of Controlling Nonregulated Prices in the Electricity Market by Means of Varying the Parameters of a Power System / T. A. Vaskovskaya // Thermal Engineering. — 2014. — Vol. 61, no. 13. — P. 977–980.
119. Perturbation Approach to Sensitivity Analysis in Mathematical Programming / E. Castillo [et al.] // Journal of optimization theory and applications. — 2006. — Vol. 128, no. 1. — P. 49–74.
120. *Gill P.* Numerical Methods for Constrained Optimization / P. Gill, W. Murray. — London: Academic Press, 1974.
121. *Blumsack S. A.* Network Topologies and Transmission Investment Under Electric-Industry Restructuring: PhD thesis. — Pittsburgh, Pennsylvania, USA: Carnegie Institute of Technology, 2006. — 283 p.
122. *Caramanis M.* Optimal Spot Pricing: Practice and Theory / M. Caramanis, R. Bohn, F. C. Schweppe // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. — 1982. — Vol. PAS-101, no. 9. — P. 3234–3245.
123. *Bohn R. E.* Optimal Pricing in Electrical Networks over Space and Time / R. E. Bohn, M. C. Caramanis, F. C. Schweppe // The Rand Journal of Economics. — 1984. — Vol. 15, no. 3. — P. 360–376.
124. Spot Pricing of Electricity / F. Schweppe [et al.]. — Boston: Kluwer, 1988.
125. *Гамм А.* Адресность потокораспределения для электроэнергетиков / А. Гамм, И. Голуб, А. Русина. — Новосибирск: НГТУ, 2016. — 284 с.
126. *Васьковская Т. А.* Новая декомпозиция узловых цен на вклады ценообразующих заявок при оптимизации режимов электрических систем / Т. А. Васьковская // Электричество. — 2015. — № 7. — С. 21–31.
127. *Васьковская Т. А.* Вопросы формирования равновесных узловых цен оптового рынка электроэнергии / Т. А. Васьковская // Электрические станции. — 2017. — № 1. — С. 25–32.
128. *Vaskovskaya T.* Contribution of transmission and voltage constraints to the formation of locational marginal prices / T. Vaskovskaya, P. Guha Thakurta, J. Bialek // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. — 2018. — P. 491–499.

129. *Baughman M. L.* Advanced Pricing in Electrical Systems. I. Theory / M. L. Baughman, S. N. Siddiqi, J. W. Zarnikau // IEEE Transactions on Power Systems. — 1997. — Vol. 12, no. 1. — P. 489–495.
130. *Baughman M. L.* Advanced Pricing in Electrical Systems. II. Implications / M. L. Baughman, S. N. Siddiqi, J. W. Zarnikau // IEEE Transactions on Power Systems. — 1997. — Vol. 12, no. 1. — P. 496–502.
131. *Cheng X.* An Energy Reference Bus Independent LMP Decomposition Algorithm / X. Cheng, T. J. Overbye // IEEE Transactions on Power Systems. — 2006. — Vol. 21, no. 3. — P. 1041–1049.
132. *Rivier M.* Computation and Decomposition of Spot Prices for Transmission Pricing / M. Rivier, I. Pérez-Arriaga // 11th PSC Conference. — 1993. — P. 371–378.
133. *Cardell J.* Improved Marginal Loss Calculations During Hours of Transmission Congestion / J. Cardell // Proceedings of the 38th Annual Hawaii International Conference on System Sciences. — 2005.
134. *Xie K.* Decomposition Model and Interior Point Methods for Optimal Spot Pricing of Electricity in Deregulation Environments / K. Xie, Y.-H. Song, J. Stonham // IEEE Transactions on Power Systems. — 2000. — Vol. 15, no. 1. — P. 39–50.
135. *Wu T.* Locational Marginal Price Calculations Using the Distributed-Slack Power-Flow Formulation / T. Wu, Z. Alaywan, A. Papalexopoulos // IEEE Transactions on Power Systems. — 2005. — Vol. 20, no. 2. — P. 1188–1190.
136. *Price J. E.* Market-Based Price Differentials in Zonal and LMP Market Designs / J. E. Price // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 4. — P. 1486–1494.
137. *Sarkar V.* Optimal LMP Decomposition for the ACOPF Calculation / V. Sarkar, S. A. Khaparde // IEEE Transactions on Power Systems. — 2011. — Vol. 26, no. 3. — P. 1714–1723.
138. *Bharatwaj V.* Max–Min Fair Financial Transmission Rights Payment-Based AC Optimal Power Flow Locational Marginal Price Decomposition / V. Bharatwaj, A. Abhyankar // IET Generation, Transmission & Distribution. — 2014. — Vol. 8, no. 10. — P. 1724–1732.

139. Marginal Loss Modeling in LMP Calculation / E. Litvinov [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2004. — Vol. 19, no. 2. — P. 880–888.
140. An Iterative LMP Calculation Method Considering Loss Distributions / Z. Hu [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2010. — Vol. 25, no. 3. — P. 1469–1477.
141. *Li F.* A Combined LMP Model Considering Reference Independent Decomposition and Fictitious Nodal Demand / F. Li, E. Litvinov, T. Zheng // IEEE PES General Meeting. — IEEE, 2010. — P. 1–5.
142. *Li F.* Fully Reference-Independent LMP Decomposition Using Reference-Independent Loss Factors / F. Li // Electric Power Systems Research. — 2011. — Vol. 81, no. 11. — P. 1995–2004.
143. *Wang L.* Using a System Model to Decompose the Effects of Influential Factors on Locational Marginal Prices / L. Wang, M. Mazumdar // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 4. — P. 1456–1465.
144. *Ntakou E.* Enhanced Convergence Rate of Inequality Constraint Shadow Prices in PMP Algorithm Cleared Distribution Power Markets / E. Ntakou, M. Caramanis // 2016 American Control Conference (ACC). — IEEE, 2016. — P. 1433–1439.
145. Co-Optimization of Power and Reserves in Dynamic T&D Power Markets With Nondispatchable Renewable Generation and Distributed Energy Resources / M. Caramanis [et al.] // Proceedings of the IEEE. — 2016. — Vol. 104, no. 4. — P. 807–836.
146. A Dual-Space Approach for Pricing Congestion in Electricity Markets / R. Rios-Zalapa [et al.] // 2010 7th International Conference on the European Energy Market (EEM). — Madrid, 2010.
147. *Cheverez-Gonzalez D.* Mutually Orthogonal LMP Decompositions: Congestion Decomposes, Losses Do Not / D. Cheverez-Gonzalez, C. L. DeMarco // 2009 6th International Conference on the European Energy Market (EEM). — Leuven, Belgium: IEEE, 2009. — P. 1–6.
148. *Cheverez-Gonzalez D.* Mutually Orthogonal LMP Decomposition: Analysis of PJM Network by Null Space Approach / D. Cheverez-Gonzalez, J. Lin // IEEE PES General Meeting. — IEEE, 2010. — P. 1–8.

149. Decomposition of Market Clearing Price Based on Single Price Auction Model / T. Wachi [et al.] // 2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting — Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. — IEEE, 2008. — P. 1–8.
150. *Hajiabadi M. E.* LMP Decomposition: A Novel Approach for Structural Market Power Monitoring / M. E. Hajiabadi, H. R. Mashhadi // Electric Power Systems Research. — 2013. — Vol. 99. — P. 30–37.
151. *Biggar D. R.* The Economics of Electricity Markets / D. R. Biggar, M. R. Hesamzadeh. — Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 2014. — 409 p.
152. *Orfanogianni T.* A General Formulation for LMP Evaluation / T. Orfanogianni, G. Gross // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 3. — P. 1163–1173.
153. *Litvinov E.* Design and Operation of the Locational Marginal Prices-Based Electricity Markets / E. Litvinov // IET Generation, Transmission & Distribution. — 2010. — Vol. 4, no. 2. — P. 315–323.
154. Components of Nodal Prices for Electric Power Systems / L. Chen [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2002. — Vol. 17, no. 1. — P. 41–49.
155. *Kumar A.* Congestion Management in Competitive Power Market: A Bibliographical Survey / A. Kumar, S. Srivastava, S. Singh // Electric Power Systems Research. — 2005. — Vol. 76. — P. 153–164.
156. *Pillay A.* Congestion Management in Power Systems — A Review / A. Pillay, S. Prabhakar Karthikeyan, D. Kothari // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. — 2015. — Vol. 70. — P. 83–90.
157. *Shahidehpour M.* Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management / M. Shahidehpour, H. Yamin, Z. Li. — New York: Wiley, 2002. — 531 p.
158. Pareto Optimality-Based Multi-Objective Transmission Planning Considering Transmission Congestion / Y. Wang [et al.] // Electric Power Systems Research. — 2008. — Vol. 78, no. 9. — P. 1619–1626.

159. *Vaskovskaya T.* 2746-node Polish Energy System Data of Transmission and Voltage Constraints Contribution to the Formation of LMP / T. Vaskovskaya, P. G. Thakurta, J. Bialek. — 2017. — DOI: [10.5281/zenodo.1182758](https://doi.org/10.5281/zenodo.1182758).
160. *Vaskovskaya T. A.* Datasets for Explanation of Physical Interpretation for Locational Marginal Prices / T. A. Vaskovskaya. — 2016. — DOI: [10.5281/zenodo.1188944](https://doi.org/10.5281/zenodo.1188944).
161. *Hogan W. W.* Contract Networks for Electric Power Transmission / W. W. Hogan // Journal of Regulatory Economics. — 1992. — Vol. 4, no. 3. — P. 211–242.
162. *Hogan W. W.* Using Mathematical Programming for Electricity Spot Pricing / W. W. Hogan, E. G. Read, B. J. Ring // International Transactions in Operational Research. — 1996. — Vol. 3, no. 3/4. — P. 209–221.
163. *Бартоломей П. И.* Оптимизация режимов энергосистем: учебное пособие / П. И. Бартоломей, Т. Ю. Паниковская. — Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2008. — 164 с.
164. Годовой отчет АО «АТС» [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <http://www.atsenergo.ru/ats/information> (дата обр. 08.10.2018).
165. *Alvarado F. L.* Controlling Power Systems with Price Signals / F. L. Alvarado // Decision Support Systems. — 2005. — Vol. 40, no. 3. — P. 495–504.
166. *Nutaro J.* The Impact of Market Clearing Time and Price Signal Delay on the Stability of Electric Power Markets / J. Nutaro, V. Protopopescu // IEEE Transactions on Power Systems. — 2009. — Vol. 24, no. 3. — P. 1337–1345.
167. *Rosenberg A. E.* Congestion Pricing or Monopoly Pricing? / A. E. Rosenberg // The Electricity Journal. — 2000. — Vol. 13, no. 3. — P. 33–41.
168. *Стофт С.* Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергии / С. Стофт. — М.: Мир, 2006. — 623 с.
169. *Cardell J. B.* Marginal Loss Pricing for Hours With Transmission Congestion / J. B. Cardell // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 4. — P. 1466–1474.

170. *Sarkar V.* Introduction to Multidimensional Financial Transmission Rights / V. Sarkar, S. A. Khaparde // IEEE Transactions on Power Systems. — 2008. — Vol. 23, no. 1. — P. 47–57.
171. Loss hedging rights: a final piece in the LMP puzzle / A. Rudkevich [et al.] // Proceedings of the 38th Hawaii International Conference on System Sciences. — 2005. — P. 1–9.
172. *Sarkar V.* Introduction to Loss-Hedging Financial Transmission Rights / V. Sarkar, S. A. Khaparde // IEEE Transactions on Power Systems. — 2009. — Vol. 24, no. 2. — P. 621–630.
173. *Васьковская Т. А.* Комплексный подход к проблеме оценки монопольного положения поставщиков на рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская, В. А. Краснова // Энергорынок. — 2008. — № 9. — С. 45–47.
174. *Валинеев А. Ю.* Оценка конкурентной среды оптового рынка мощности / А. Ю. Валинеев, Т. А. Васьковская // XXXIX Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Повышение эффективности электрического хозяйства потребителей в условиях ресурсных ограничений» с элементами научной школы для молодежи «Проведение научных исследований в области энергетики и энергосбережения». — М.: ТЕХНЕТИКА, 2009. — С. 237–239.
175. *Васьковская Т. А.* Способы расчета рыночной силы и оценки конкурентной среды применительно к оптовому рынку электроэнергии в России / Т. А. Васьковская // Известия РАН. Энергетика. — 2012. — № 4. — С. 30–48.
176. *Vaskovskaya T. A.* Taking into Account Non-linearity of Model of Wholesale Market of Electric Power in Calculation of Market Power / T. A. Vaskovskaya // Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, Proceedings of NDES 2012. — Wolfenbüttel: VDE, 2012. — P. 1–4.
177. Gaming Experiments for Analysis of Pricing Mechanisms at Electricity Markets / T. Vaskovskaya [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2016. — Vol. 49, no. 32. — P. 13–18.
178. Годовой отчет Ассоциации «НП Совет рынка» [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <http://www.np-sr.ru/partnership/annualreport/index.htm> (дата обр. 08.10.2018).

179. *Васьковская Т. А.* Показатели разницы узловых цен на оптовом рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская // *Электричество*. — 2007. — № 2. — С. 23–27.
180. Отчет АО «АТС» о равновесных ценах в наиболее крупных узлах расчетной модели [Электронный ресурс]. — URL: http://www.atsenergo.ru/nreport?rname=big_nodes_prices_pub (дата обр. 08.10.2018).
181. Отчет АО «АТС» о плановых почасовых перетоках электрической энергии по ветвям расчетной модели [Электронный ресурс]. — URL: https://www.atsenergo.ru/nreport?rname=TS_PART_REP_LINE (дата обр. 08.10.2018).
182. Отчет АО «АТС» о перетоках мощности по контролируемым сечениям [Электронный ресурс]. — URL: http://www.atsenergo.ru/nreport?rname=overflow_sechen_all_pub (дата обр. 08.10.2018).
183. Отчет АО «АТС» о торговом графике для режимных генерирующих единиц [Электронный ресурс]. — URL: https://www.atsenergo.ru/nreport?rname=carana_sell_units (дата обр. 08.10.2018).
184. *Bialek J.* Topological Generation and Load Distribution Factors for Supplement Charge Allocation in Transmission Open Access / J. Bialek // *IEEE Transactions on Power Systems*. — 1997. — Vol. 12, no. 3. — P. 1185–1193.
185. *Kirschen D.* Contributions of Individual Generators to Loads and Flows / D. Kirschen, R. Allan, G. Strbac // *IEEE Transactions on Power Systems*. — 1997. — Vol. 12, no. 1. — P. 52–60.
186. Power Flow Tracing for Transmission Open Access / P. Wei [et al.] // *International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*. — London, England, 2000. — P. 476–481.
187. *Гамм А. З.* Адресность передачи активных и реактивных мощностей в электроэнергетической системе / А. З. Гамм, И. И. Голуб // *Электричество*. — 2003. — № 3. — С. 9–16.
188. *Гамм А. З.* Апостериорный анализ потокораспределения для построения финансово-технологических моделей ЭЭС / А. З. Гамм, И. И. Голуб // Межрегиональный научно-технический семинар «Оперативное управление электроэнергетическими системами — новые технологии»: сб. материалов под ред. Н. А. Манова «Управление электроэнергетическими си-

- стемами — новые технологии и рынок». — Сыктывкар: Коми научный центр УрО РАН, 2004. — С. 82–91.
189. *Паниковская Т. Ю.* Алгоритмизация задач энергетики / Т. Ю. Паниковская, Е. П. Шалина. — Екатеринбург, 2007.
 190. Development of Topological Method for Calculating Current Distribution Coefficients in Complex Power Networks / D. S. Akhmetbayev [et al.] // Results in Physics. — 2017. — Vol. 7. — P. 1644–1649.
 191. Z-Bus Loss Allocation / A. J. Conejo [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2001. — Vol. 16, no. 1. — P. 105–110.
 192. Z-bus Transmission Network Cost Allocation / A. J. Conejo [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 22, no. 1. — P. 342–349.
 193. *Teng J.-H.* Power flow and loss allocation for deregulated transmission systems / J.-H. Teng // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. — 2005. — Vol. 27, no. 4. — P. 327–333.
 194. *Sauer P.* On The Formulation of Power Distribution Factors for Linear Load Flow Methods / P. Sauer // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. — 1981. — Vol. PAS-100, no. 2. — P. 764–770.
 195. Transmission Cost Allocation Using the Distribution Factors Method / S. Kilyeni [et al.] // Proceedings of the 15th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference - MELECON (2010). — Valletta: IEEE, 2010. — P. 1093–1098.
 196. Узловые средневзвешенные цены на электроэнергию / А. З. Гамм [и др.] // Электричество. — 2005. — Т. 10. — С. 17–24.
 197. *Kumar A.* Congestion Management with FACTS Devices in Deregulated Electricity Markets Ensuring Loadability Limit / A. Kumar, C. Sekhar // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. — 2013. — Vol. 46. — P. 258–273.
 198. *Acharya N.* Influence of TCSC on Congestion and Spot Price in Electricity Market with Bilateral Contract / N. Acharya, N. Mithulananthan // Electric Power Systems Research. — 2007. — Vol. 77, no. 8. — P. 1010–1018.
 199. *Chanana S.* Effect of Optimally Located FACTS Devices on Active and Reactive Power Price in Deregulated Electricity Markets / S. Chanana, A. Kumar // 2006 IEEE Power India Conference. — 2006. — P. 311–317.

200. *Joshi S. K.* Influence of TCSC on Social Welfare and Spot Price — A Comparative Study of PSO with Classical Method / S. K. Joshi, K. S. Pandya // International Journal of Engineering, Science and Technology. — 2010. — Vol. 2, no. 3. — P. 69–81.
201. *Siddiqui A. S.* LMP Technique for Locating Series FACTS Device (TCSC) for Social Welfare Benefits in Deregulated Electricity Market / A. S. Siddiqui, R. Jain, M. Jamil // Power Electronics (IICPE), 2012 IEEE 5th India International Conference on. — 2012. — P. 1–6.
202. *Tiwari P. K.* An Efficient Approach for Optimal Placement of TCSC in Double Auction Power Market / P. K. Tiwari, Y. R. Sood // International Journal of Electronics and Electrical Engineering. — 2012. — No. 6. — P. 321–326.
203. *Nabavi S. M. H.* Social Welfare Maximization by Optimal Locating and Sizing of TCSC for Congestion Management in Deregulated Power Markets / S. M. H. Nabavi, N. A. Hosseinipoor, S. Hajforoosh // International Journal of Computer Applications. — 2010. — Vol. 6, no. 6. — P. 16–20.
204. *Mithulananthan N.* A proposal for Investment Recovery of FACTS Devices in Deregulated Electricity Markets / N. Mithulananthan, N. Acharya // Electric Power Systems Research. — 2007. — Vol. 77, no. 5/6. — P. 695–703.
205. Optimal Locating and Sizing of TCSC for Social Welfare Maximization in Deregulated Power Markets / S. M. H. Nabavi [et al.] // Elektronika ir Elektrotechnika. — 2011. — Vol. 116, no. 10. — P. 29–32.
206. *Singh K.* Congestion Management Using Optimal Placement of TCSC in Deregulated Power System / K. Singh, V. K. Yadav, A. Dhingra // International Journal on Electrical Engineering and Informatics. — 2012. — Vol. 4, no. 4. — P. 620–632.
207. *Lee K. H.* Optimal Siting of TCSC for Reducing Congestion Cost by Using Shadow Prices / K. H. Lee // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. — 2002. — Vol. 24, no. 8. — P. 647–653.
208. *Krishnasamy V.* Optimal Location of Multiple TCSCs for Congestion Management / V. Krishnasamy // 2013 IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO2013). — 2013. — P. 103–108.

209. *Besharat H.* Congestion Management by Determining Optimal Location of TCSC in Deregulated Power Systems / H. Besharat, S. A. Taher // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. — 2008. — Vol. 30, no. 10. — P. 563–568.
210. An Efficient Approach for Optimal Allocation and Parameters Determination of TCSC With Investment Cost Recovery Under Competitive Power Market / P. K. Tiwari [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2013. — Vol. 28, no. 3. — P. 1–10.
211. *Коровкин.* Новый подход к исследованию режимов работы энергосистем / Коровкин, Н. В. Коровкин, О. В. Фролов // Известия РАН. Энергетика. — 2012. — Т. 6, № 6. — С. 39–47.
212. Methods for Optimization of Power-System Operation Modes / N. A. Belyaev [et al.] // Russian Electrical Engineering. — 2013. — Vol. 84, no. 2. — P. 74–80.
213. *Belyaev N. A.* Investigation of voltage level control in electric power systems / N. A. Belyaev, N. V. Korovkin, V. S. Chudny // 2015 IEEE Eindhoven PowerTech, PowerTech 2015. — 2015. — P. 1–5.
214. *Идельчик В. И.* Электрические системы и сети / В. И. Идельчик. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 592 с.
215. Обобщенная диакоптическая математическая модель расчета установившегося режима большой электроэнергетической системы / В. С. Хачатрян [и др.] // Электричество. — 2006. — № 10. — С. 19–27.
216. Оптимизация режима большой электроэнергетической системы методом декомпозиции по активным мощностям электрических станций / В. С. Хачатрян [и др.] // Электричество. — 2008. — № 2. — С. 10–22.
217. *Goubko M.* Improved Spectral Clustering for Multi-Objective Controlled Islanding of Power Grid / M. Goubko, V. Ginz // Energy Systems. — 2017. — P. 1–36.
218. Clustering of Electric Network for Effective Management of Smart Grid / N. A. Belyaev [et al.] // IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). — 2014. — P. 1987–1990.

219. *Goldman C.* A Review of Market Monitoring Activities at U.S. Independent System Operators / C. Goldman, B. C. Lesieutre, E. Bartholomew // Lawrence Berkeley National Laboratory, LBNL-53975. — Berkeley, CA, USA, 2004.
220. *Holmberg P.* Congestion Management in Electricity Networks: Nodal , Zonal and Discriminatory Pricing / P. Holmberg, E. Lazarczyk // IFN Working Paper No. 915. — Stockholm, Sweden, 2012.
221. Регламент определения и актуализации параметров зон свободного потока ЕЭС (Приложение №19.1 к Договору о присоединении к торговой системе оптового рынка) [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.npsr.ru/ru/regulation/joining/reglaments/index.htm> (дата обр. 08.10.2018).
222. *Айзенберг Н. И.* Модели несовершенной конкуренции применительно к анализу электроэнергетического рынка Сибири / Н. И. Айзенберг, В. И. Зоркальцев, М. А. Киселева // Журнал Новой экономической ассоциации. — 2013. — Т. 2, № 18. — С. 62–88.
223. *Васин А. А.* Двухузловой рынок в условиях несовершенной конкуренции / А. А. Васин, Е. А. Дайлова // Математическая теория игр и ее приложения. — 2014. — Т. 6, № 3. — С. 3–31.
224. *Vasin A.* Optimization of Transmission Capacities for Multinodal Markets / A. Vasin, M. Dolmatova // Procedia Computer Science. — 2016. — Vol. 91. — P. 238–244.
225. *Васин А. А.* Оптимизация транспортной системы энергетического рынка / А. А. Васин, О. М. Григорьева, Н. И. Цыганов // Доклады Академии Наук. — 2017. — Т. 475, № 4. — С. 377–381.
226. *Васьковская Т. А.* Определение зон влияния сетевых ограничений на узловые цены / Т. А. Васьковская, Д. В. Володин // Известия РАН. Энергетика. — 2014. — № 1. — С. 74–83.
227. *Володин Д. В.* Определение локальных рынков, обусловленных влиянием системных ограничений, на рынках электроэнергии / Д. В. Володин, Т. А. Васьковская // Труды МФТИ. — 2014. — Т. 6, № 4. — С. 17–32.

228. *Vas'kovskaya T. A.* Выделение локальных рынков, обусловленных влиянием сетевых ограничений, на рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская, Д. В. Володин // VIII Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий (ЭКОМОД-2014)». — 2014.
229. *Lesieutre B.* A Revenue Sensitivity Approach for the Identification and Quantification of Market Power in Electric Energy Markets / B. Lesieutre, R. Thomas, T. Mount // 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting. Vol. 2. — IEEE, 2003. — P. 838–842.
230. *Lesieutre B. C.* Identification of Load Pockets and Market Power in Electric Power Systems / B. C. Lesieutre, R. J. Thomas, T. D. Mount // Decision Support Systems. — 2005. — Vol. 40, no. 3/4. — P. 517–528.
231. *Rogers K. M.* Clustering of Power System Data and Its Use in Load Pocket Identification / K. M. Rogers, T. J. Overbye // 2011 44th Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS). — 2011. — P. 1–10.
232. *Yu C.* Congestion Clusters-Based Markets for Transmission Management / C. Yu, M. Ilic // Power Engineering Society 1999 Winter Meeting, IEEE. — 1999. — Vol. 2. — P. 821–832.
233. *Imran M.* Effectiveness of Zonal Congestion Management in the European Electricity Market / M. Imran, J. W. Bialek // PECon 2008 - 2008 IEEE 2nd International Power and Energy Conference. — 2008. — P. 7–12.
234. Division of the Energy Market into Zones in Variable Weather Conditions Using Locational Marginal Prices / K. Wawrzyniak [et al.] // IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference). — 2013. — P. 2027–2032. — arXiv: [1310.5022](https://arxiv.org/abs/1310.5022).
235. *Breuer C.* Determination of Alternative Bidding Areas Based on a Full Nodal Pricing Approach / C. Breuer, N. Seeger, A. Moser // IEEE Power and Energy Society General Meeting. — 2013. — P. 1–5.
236. *Burstedde B.* From Nodal to Zonal Pricing — A bottom-Up Approach to the Second-Best / B. Burstedde // EWI Working Paper, No. 12/09. — 2012.
237. *Felling T.* Consistent and robust delimitation of price zones under uncertainty with an application to Central Western Europe / T. Felling, C. Weber // HEMF Working Paper No. 06/2017. — 2017.

238. Pricing Criteria in Presence of Intra- and Inter-Zonal Constraints / M. Dicorato [et al.] // Electric Power Systems Research. — 2003. — Vol. 66, no. 2. — P. 179–186.
239. *Sarfati M.* Five Indicators for Assessing Bidding Area Configurations in Zonally-Priced Power Markets / M. Sarfati, M. R. Hesamzadeh, A. Canon // IEEE Power and Energy Society General Meeting. — 2015. — P. 1–5.
240. *Wen Yang.* Congestion Management Based on Dynamic Zoning and Coordinated Auctioning Method / Wen Yang, Qiulan Wan, Yi Tang // 2008 Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies. — IEEE, 2008. — P. 527–532.
241. *Kumar A.* A Zonal Congestion Management Approach Using AC Transmission Congestion Distribution Factors / A. Kumar, S. Srivastava, S. Singh // Electric Power Systems Research. — 2004. — Vol. 72, no. 1. — P. 85–93.
242. *Duthaler C. L.* A Network- and Performance-based Zonal Configuration Algorithm for Electricity Systems: PhD thesis. — Lausanne, Switzerland: École Polytechnique Fédérale De Lausanne, 2012. — 243 p.
243. Zonal Marginal Pricing Approach Based on Sequential Network Partition and Congestion Contribution Identification / C. Kang [et al.] // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. — 2013. — Vol. 51. — P. 321–328.
244. The Scheme of a Novel Methodology for Zonal Division Based on Power Transfer Distribution Factors / M. Kłos [et al.] // IECON 2014 — 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. — 2014. — P. 3598–3604.
245. *Kumar A.* A Zonal Congestion Management Approach Using Real and Reactive Power Rescheduling / A. Kumar, S. Srivastava, S. Singh // IEEE Transactions on Power Systems. — 2004. — Vol. 19, no. 1. — P. 554–562.
246. *Khemani A.* Generation Rescheduling of Most Sensitive Zone for Congestion Management / A. Khemani, N. Patel // 2011 Nirma University International Conference on Engineering (NUiCONE). — Ahmedabad, Gujarat, 2011. — P. 1–5.

247. *Muneender E.* A Zonal Congestion Management Using PSO and Real Coded Genetic Algorithm / E. Muneender, D. M. Vinod Kumar // IEEE PES Power Systems Conference and Exposition. — 2009.
248. *Kłos M.* Decomposition of Power Flow Used for Optimizing Zonal Configurations of Energy Market / M. Kłos, K. Wawrzyniak, M. Jakubek // International Conference on the European Energy Market, EEM. — 2015. — P. 1–5.
249. *Baringo L.* Transmission and Wind Power Investment / L. Baringo, A. J. Conejo // IEEE Transactions on Power Systems. — 2012. — Vol. 27, no. 2. — P. 885–893.
250. *Park H.* A Stochastic Transmission Planning Model with Dependent Load and Wind Forecasts / H. Park, R. Baldick, D. P. Morton // IEEE Transactions on Power Systems. — 2015. — Vol. 30, no. 6. — P. 3003–3011.
251. A Probabilistic Transmission Planning Framework for Reducing Network Vulnerability to Extreme Events / J. Qiu [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2016. — Vol. 31, no. 5. — P. 3829–3839.
252. Evolutionary Algorithms for Power Generation Planning with Uncertain Renewable Energy / F. Zaman [et al.] // Energy. — 2016. — Vol. 112. — P. 408–419.
253. *Абраменкова Н. А.* Структурный анализ электроэнергетических систем: В задачах моделирования и синтеза / Н. А. Абраменкова, Н. И. Воропай, Т. Б. Заславская. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. — 224 с.
254. *Cheng X.* PTDF-Based Power System Equivalent / X. Cheng, T. J. Overbye // IEEE Transactions on Power Systems. — 2005. — Vol. 20, no. 4. — P. 1868–1876.
255. *Oh H.* A New Network Reduction Methodology for Power System Planning Studies / H. Oh // IEEE Transactions on Power Systems. — 2010. — Vol. 25, no. 2. — P. 677–684.
256. *Fortenbacher P.* Transmission Network Reduction Method using Nonlinear Optimization / P. Fortenbacher, T. Demiray. — 2017. — arXiv: [1711.01079](https://arxiv.org/abs/1711.01079).
257. Data-Driven Power Flow Linearization: A Regression Approach / Y. Liu [et al.] // IEEE Transactions on Smart Grid. — 2018. — Vol. PP, no. 99. — P. 1–9.

258. Постановление Правительства РФ от 17.10.2009 № 823 (ред. от 16.02.2015) «О схемах и программах перспективного развития электроэнергетики».
259. Аюев Б. И. Оптимизационная модель предельных режимов электрических систем / Б. И. Аюев, В. В. Давыдов, П. М. Ерохин // Электричество. — 2010. — № 11. — С. 2–12.
260. Отчет АО «АТС» об объемах и индексах рынка на сутки вперед по ОЭС [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.atsenergo.ru/results/rsv/oes> (дата обр. 08.10.2018).
261. Ward J. B. Equivalent circuits for power-flow studies / J. B. Ward // Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. — 1949. — Vol. 68, no. 1. — P. 373–382.
262. Крон Г. Исследование сложных систем по частям — диакоптика / Г. Крон. — М.: Наука, 1972. — 544 с.
263. Жуков Л. А. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем: Методы расчетов / Л. А. Жуков, И. П. Стратан. — М.: Энергия, 1979. — 416 с.
264. Щедрин Н. Н. Упрощение электрических систем при моделировании / Н. Н. Щедрин. — М.-Л.: Энергия, 1966. — 159 с.
265. Электрические системы. Электрические расчеты, программирование и оптимизация режимов. Под ред. В.А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1973. — 320 с.
266. Приказ Минэнерго РФ от 1 марта 2016 г. № 147 «Об утверждении схемы и программы развития Единой энергетической системы России на 2016—2022 гг.».
267. Venkatasubramanian M. Power System Operation and Control / M. Venkatasubramanian, K. Tomsovic // The Electrical Engineering Handbook. — Elsevier Academic Press, 2004. — P. 779–786.
268. Арзамасцев Д. А. Модели оптимизации развития энергосистем / Д. А. Арзамасцев, А. В. Липес, А. Л. Мызин. — М.: Высшая школа, 1987. — 272 с.

269. Клер А. М. Оптимизация режимов работы энергосистем, включающих ТЭЦ и ГЭС с водохранилищами многолетнего регулирования / А. М. Клер, З. Р. Корнеева, П. Ю. Елсуков // Известия РАН. Энергетика. — 2011. — № 2. — С. 92—106.
270. Network Planning in Unbundled Power Systems / M. Buygi [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2006. — Vol. 21, no. 3. — P. 1379–1387.
271. Труфанов В. В. Методическое обеспечение перспективного развития электроэнергетических систем России в современных условиях: дис. ... д-ра техн. наук: 05.14.02. — Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2014. — 321 с.
272. Lumbreras S. The new challenges to transmission expansion planning. Survey of recent practice and literature review / S. Lumbreras, A. Ramos // Electric Power Systems Research. — 2016. — Vol. 134. — P. 19–29.
273. Валинцев А. Ю. Варианты модели долгосрочного конкурентного отбора генерирующей мощности / А. Ю. Валинцев, Т. А. Васьковская // Энергорынок. — 2009. — № 11.
274. Валинцев А. Ю. Оценка соответствия схемы и программы развития ЕЭС России на 2010—2016 годы ценовым сигналам оптового рынка электрической энергии и мощности / А. Ю. Валинцев, Т. А. Васьковская // ТЭК. Стратегии развития. — 2010. — № 6. — С. 77—81.
275. Volodin D. V. Clustering Approach for Determination of Congestion Zones on Nodal Electricity Markets in Long Term Periods / D. V. Volodin, T. A. Vaskovskaya // 2015 IEEE Eindhoven PowerTech. — IEEE, 2015. — P. 1–6.
276. Daneshi H. Price Forecasting in Deregulated Electricity Markets — A Bibliographical Survey / H. Daneshi, A. Daneshi // 3rd International Conference on Deregulation and Restructuring and Power Technologies, DRPT 2008. — 2008. — P. 657–661.
277. Лемех А. В. Краткосрочное прогнозирование узловой цены на конкурентном энергетическом рынке / А. В. Лемех, Т. Ю. Паниковская // Вестник УГТУ УПИ. — 2005. — № 12. — С. 92—99.
278. Щетинин Е. Ю. Методы моделирования и прогнозирования спотовых цен на электроэнергию / Е. Ю. Щетинин // Финансовая аналитика: проблемы и решения. — 2008. — № 11. — С. 78—83.

279. *Киреев С. В.* Методика прогнозирования свободных цен на электроэнергию / С. В. Киреев, И. Б. Тюнин // *Экономический анализ: теория и практика*. — 2011. — № 19. — С. 48–52.
280. *Чучуева И.* Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия: дис. . . . канд. техн. наук: 05.13.18. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. — 154 с.
281. *Федорова Е. А.* Исследование взаимосвязи цены и спроса на российском рынке электроэнергии / Е. А. Федорова, Д. О. Афанасьев // *Известия РАН. Энергетика*. — 2015. — № 3. — С. 3–17.
282. *Васьковская Т. А.* Применение линейного регрессионного анализа при моделировании и прогнозировании цен оптового рынка электроэнергии / Т. А. Васьковская // *Вестник МЭИ*. — 2015. — № 6. — С. 96–103.
283. Методы и инструментарий прогнозирования развития электроэнергетики / Ф. В. Веселов [и др.] // *Известия РАН. Энергетика*. — 2010. — № 4. — С. 82–94.
284. Сайт Кольской АЭС [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.kolanpp.rosenergoatom.ru/> (дата обр. 08.10.2018).
285. *Обоскалов В. П.* Структурная надежность электроэнергетических систем / В. П. Обоскалов. — Екатеринбург: УрФУ, 2012. — 194 с.

Список рисунков

1.1	Тестовая схема из 30 узлов	42
1.2	Диаграмма Венна типов узлов в ЭЭС по результатам оптимизации .	45
1.3	Взаимосвязь множеств МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов с типами узлов в ЭЭС	48
1.4	Множества контролируемых и свободных напряжений (модулей и фаз)	48
2.1	Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для целевой функции (1.12): $\sum_{g \in \mathcal{G}} a_g P_g^2 / 2 + b_g P_g + c_g \rightarrow \min$	59
2.2	Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для целевых функций (1.13), (1.15): $\mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \min, \mathbf{C}_d^T \mathbf{P}_d - \mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \max$	60
2.3	Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для целевой функции (1.14): $P_b \rightarrow \min$	60
2.4	Разделение вектор-функций в соответствии с новой классификацией узлов	62
2.5	Чувствительность нагрузочных потерь к компенсации реактивной мощности	65
2.6	Сдвиг фазы в ветвях δ_{ij} и его чувствительность к росту предела ограничения в контролируемом сечении $\partial \delta_{ij} / \partial P_{s:1660}^{\max}$	68
2.7	Схема фрагмента ЭЭС-300, формирующая одинаковые реакции при различных воздействиях контролируемых напряжений	74
2.8	Схема фрагмента ЭЭС-118, формирующая одинаковые реакции при различных воздействиях контролируемых перетоков мощности в различных линиях	76
3.1	Компоненты МЛ в узле j	92
3.2	Тестовая схема ЭЭС из пяти узлов	94
3.3	Результаты оптимизации режима при базовых условиях	95
3.4	Результаты оптимизации режима при $C_1 = 1500, C_2 = 1510, C_3 = 1520$	97

3.5	Результаты оптимизации режима при внесении ограничения на переток активной мощности в линии 1—4	98
3.6	Результаты оптимизации режима при увеличении потребления и повышении пределов напряжения в узлах 1 и 5	101
3.7	Оптимальный режим ЭЭС с проявлением нелинейности (пример 3.5)	102
3.8	Компоненты МЛ в узле j с детализацией по каждому ограничению .	111
3.9	Компоненты МЛ в узле j с детализацией по МЛ-формирующим параметрам целевой функции	111
3.10	Результаты оптимизации режима при внесении ограничений на перетоки активной мощности в линии 1—4 и 2—4	113
3.11	Распределение МЛ в энергосистеме	114
3.12	Индивидуальные коэффициенты влияния на 4 МЛ-принимающих узла	115
3.13	Физическая интерпретация $w_{jm}^{УР}$	120
3.14	Физическая интерпретация $w_{jm}^{ОС_s}$	122
3.15	Физическая интерпретация $w_{jm}^{ОН_v}$	122
3.16	Граф сети и МЛ в 30-узловой ЭЭС	124
3.17	МЛ при замене параметра в узле 2 с 1250 на 1204	129
3.18	МЛ при замене параметра в узле 27 с 1000 на 775	130
3.19	МЛ в узле 417 и его основные компоненты при изменении параметра целевой функции генератора 382	131
4.1	Распределение узловых цен в 14 часе 21.04.2017	137
4.2	Граф фрагмента электрической сети Омской области с узловыми ценами РСВ (в руб./МВт·ч) в 14 часе 21.04.2017 г.	139
4.3	Компоненты узловых цен (пример 3.8)	144
4.4	Адресность узловых цен с весовыми коэффициентами	145
4.5	Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС для задачи (4.1)—(4.13)	153
4.6	Суточный профиль нагрузки	158
4.7	Мощность генераторов в течение суток (пример 4.2)	159
4.8	МЛ в узлах генераторов в течение суток (пример 4.2)	159
4.9	Данные по линии 21—22: переток мощности и МЛ к ограничению перетока (пример 4.2)	160
4.10	МЛ в узлах 1, 21 и 24 в течение суток (пример 4.2)	160

4.11	Компоненты МЛ в узле 21 в течение суток (пример 4.2)	161
4.12	Компоненты МЛ в узле 24 в течение суток (пример 4.2)	161
4.13	Весы часовых МЛ-формирующих узлов в интегральном МЛ в узле 1 (пример 4.2)	163
4.14	Мощность генераторов в течение суток (пример 4.3)	164
4.15	МЛ в узлах генераторов в течение суток (пример 4.3)	165
4.16	Данные по линии 1—2: переток мощности и МЛ к ограничению перетока (пример 4.3)	165
4.17	Мощность генераторов в течение суток (пример 4.4)	166
4.18	МЛ в узлах генераторов в течение суток (пример 4.4)	168
4.19	Данные по линии 1—2: переток мощности и МЛ к ограничению перетока (пример 4.4)	168
4.20	Схема замещения устройства УУПК	170
4.21	Схема ЭЭС из трех узлов	171
4.22	Зависимости показателей от X_{13}	172
4.23	Схемы замещения компенсирующего устройства с емкостной и индуктивной компенсацией	172
4.24	Зависимости показателей от $B_{шунт}$	173
4.25	Зависимости узловых цен от коэффициента компенсации реактивного сопротивления k	175
4.26	Зависимости цены в узле 15 от коэффициентов компенсации реактивного сопротивления в линиях 10—22 и 27—28	176
5.1	МЛ в ЭЭС-30 (пример 5.1)	184
5.2	Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе суммарного веса	187
5.3	Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе режимного веса	187
5.4	МЛ в ЭЭС-30 с карманами нагрузки (пример 5.2)	189
5.5	Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе веса перегруженной линии 21—22	195
5.6	Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов на базе веса перегруженной линии 15—23	197
5.7	Компоненты МЛ сетевого ограничения в линии 15—23	197
5.8	Компоненты МЛ сетевого ограничения в линии 21—22	198

5.9	Результаты оптимизации ЭЭС-2746	198
5.10	Зоны в ЭЭС-2746, обусловленные влиянием запертых линий 417—345, 1594—1243, 1964—345	199
5.11	Зоны в ЭЭС-2746, обусловленные влиянием запертой линии 359—13 .	199
5.12	Зоны в ЭЭС-2746, обусловленные влиянием ограничений по напряжению	200
6.1	Энергосистема из двух узлов	211
6.2	Энергосистема из пяти узлов	213
6.3	Схема взаимосвязи объединенных энергосистем	215
6.4	Наблюдения отношения МЛ в ОЭС Сибири и Урала	215
6.5	Наблюдения отношения МЛ в ОЭС Урала и Средней Волги	218
6.6	Наблюдения отношения МЛ в ОЭС Средней Волги и Центра	218
6.7	Схема произвольной ЭЭС, разбитой на подсистемы	221
6.8	Фрагмент схемы-карты размещения линий электропередачи ОЭС Северо-Запада	223
6.9	Схема линий электропередачи между ОЭС Северо-Запада и ОЭС Центра	224
6.10	Наблюдения при различных состояниях линий 330 и 750 кВ	224
6.11	Наблюдения и моделирование отношения МЛ в ОЭС Центра и ОЭС Северо-Запада	226
6.12	Гистограмма ошибок аппроксимации наблюдений и соответствующие им кривые нормального распределения с учетом и без учета сопротивлений	226
6.13	ЭЭС из трех узлов	228
6.14	Карта-схема размещения линий электропередачи напряжением 220 кВ и выше и электростанций ОЭС Юга на 2016–2022 годы [266]	229
6.15	Упрощенная схема связей в ОЭС Юга с указанием сопротивлений и дерева графа	230
6.16	Гистограммы отклонений МЛ на тестовой выборке	232
7.1	Распределение коэффициента вклада сечений за 2013 год	237
7.2	Результаты кластеризации выборки $ w < 0,5$ для оптимального количества кластеров	239
7.3	Распределение количества «разных» зон M по сечениям s для различных ограничений при изменении параметра γ	240

7.4	Оценки зон влияния системных ограничений в 2012 году	241
7.5	Оценки зон влияния системных ограничений в 2013 году	241
7.6	Фрагмент схемы-карты размещения линий электропередачи транзита в Мурманскую область [266]	246
7.7	Структурная схема взаимосвязи энергосистем	247
7.8	Перспективные цены РСВ в ОЭС Северо-Запада в ценах 2016 года, руб./МВт·ч	249
7.9	Перспективные цены РСВ в Мурманской области в ценах 2016 года при минимальной, средней и максимальной водности и при выводе из эксплуатации 0, 1 или 2 блоков	250
7.10	Двухуровневая схема взаимосвязи объединенных энергосистем . . .	253

Список таблиц

1.1	Производные целевой функции к активной и реактивной мощности	40
1.2	Типы узлов при расчете установившегося режима	44
1.3	Типы узлов в оптимальном режиме	47
2.1	Отнесение активных и реактивных мощностей, соответствующих им МЛ к параметрам, реакциям и фиксированным величинам оптимального режима	58
2.2	Отнесение модулей и фаз напряжений, соответствующих им МЛ к параметрам, реакциям и фиксированным величинам оптимального режима	58
2.3	Чувствительность модуля напряжения к компенсации реактивной мощности $\partial U_j / \partial Q_{ci}$, кВ/МВАр	67
2.4	Заявки генераторов в примере 2.3	68
2.5	Чувствительность МЛ к уравнениям баланса активной мощности к генерации реактивной мощности $\partial \lambda_j^P / \partial Q_{gi}$, ед.ц.ф./МВт/МВАр и параметрам целевой функции $\partial \lambda_j^P / \partial C_{iMP}$	70
3.1	Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.1 (рисунок 3.3)	95
3.2	Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.2 (рисунок 3.4)	96
3.3	Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.3 (рисунок 3.5)	99
3.4	Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.4 (рисунок 3.6)	99
3.5	Параметры ветвей и перетоки мощности (пример 3.5)	100
3.6	Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.5 (рисунок 3.7)	103
3.7	Классическая декомпозиция МЛ для примера 3.5	105
3.8	Декомпозиция МЛ для примера 3.5, основанная на псевдообратной матрице из [152],	108
3.9	Взвешенная декомпозиция МЛ для примера 3.6 (рисунок 3.10)	112
3.10	Коэффициенты влияния MP узлов на λ_{417}^P с выделением индивидуального влияния каждого сетевого ограничения	116
3.11	Коэффициенты влияния MP узлов на λ_{1559}^P с выделением индивидуального влияния каждого сетевого ограничения	116

3.12	Коэффициенты влияния MP узлов на λ_{212}^P с выделением индивидуального влияния каждого ограничения по напряжению . . .	117
3.13	коэффициенты влияния MP узлов на λ_{505}^P с выделением индивидуального влияния каждого ограничения по напряжению . . .	117
3.14	Коэффициенты УР, ОС и ОН для МЛ в узле 16	125
3.15	Отклики УР на изменение мощности в узле 16	125
3.16	Отклики ОУР на изменение пределов активных ограничений	125
3.17	Коэффициенты УР, ОС и ОН для МЛ в узлах 29 и 30	127
4.1	Равновесные узловые цены в Омской области в 14 часе 21.04.2017 . . .	138
4.2	Типы узлов в оптимальном режиме	152
4.3	Мощность генераторов в течение суток (пример 4.4)	167
4.4	Коэффициенты функции зависимости узловых цен	175
5.1	Весовые коэффициенты (пример 5.1)	185
5.2	Весовые коэффициенты для карманов нагрузки (пример 5.2)	190
5.3	Весовые коэффициенты ОС и ОН (пример 5.3)	194
6.1	Параметры регрессионной модели для $\lambda_{\text{ОЭС Сибирь}}/\lambda_{\text{ОЭС Урала}}$	216
6.2	Параметры регрессионной модели для $\lambda_{\text{ОЭС Урала}}/\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}}$	217
6.3	Параметры регрессионной модели для $\lambda_{\text{ОЭС Средней Волги}}/\lambda_{\text{ОЭС Центра}}$	217
6.4	Характеристики регрессионных моделей ОЭС Юга	230
7.1	Описание структурных связей эквивалентной модели ЕЭС	254
A.1	Данные по узлам в ЭЭС-30 по результатам оптимизации установившегося режима с целевой функцией (1.12)	301
A.2	Данные по узлам в ЭЭС-30 при оптимизации установившегося режима с целевой функцией (1.13)	302
A.3	Данные по узлам в ЭЭС-30 при оптимизации установившегося режима с целевой функцией (1.15)	303
B.1	Веса МЛ-формирующих узлов режимной компоненты в МЛ в узле 1 для примера 4.2	305
B.2	Веса МЛ-формирующих узлов компоненты сетевых ограничений в МЛ в узле 1 для примера 4.2	306
B.3	Веса МЛ-формирующих узлов режимной компоненты в МЛ в узле 1 для примера 4.3	308

В.4	Веса МЛ-формирующих узлов компоненты сетевых ограничений в МЛ в узле 1 для примера 4.3	309
В.5	Веса МЛ-формирующих узлов в МЛ в узле 22 для примера 4.4 . . .	311

Приложение А

**Результаты оптимизации установившегося режима ЭЭС для
примеров 1.1—1.3**

Таблица А.1 — Данные по узлам в ЭЭС-30 по результатам оптимизации установившегося режима с целевой функцией (1.12)

Узел	Напряж., о.е.	Фаза, гр.	P_g , МВт	Q_g , МВАр	P_d , МВт	Q_d , МВАр	λ_j^P , ед.ц.ф./МВт	λ_j^Q , ед.ц.ф./МВАр
1	1,050	0,000*	43,79	-1,10	-	-	3,752	-
2	1,047	-0,723	57,96	22,89	21,70	12,70	3,779	-
3	1,034	-2,044	-	-	2,40	1,20	3,841	0,012
4	1,031	-2,432	-	-	7,60	1,60	3,857	0,013
5	1,032	-2,225	-	-	-	-	3,834	0,016
6	1,025	-2,794	-	-	-	-	3,872	0,024
7	1,019	-3,062	-	-	22,80	10,90	3,890	0,035
8	1,013	-3,203	-	-	30,00	30,00	3,890	0,043
9	1,031	-3,731	-	-	-	-	3,890	0,029
10	1,035	-4,217	-	-	5,80	2,00	3,900	0,032
11	1,031	-3,731	-	-	-	-	3,890	0,029
12	1,050	-3,973	-	-	11,20	7,50	3,867	-
13	1,084	-2,751	17,35	26,73	-	-	3,867	-
14	1,039	-4,505	-	-	6,20	1,60	3,917	0,015
15	1,041	-4,306	-	-	8,20	2,50	3,902	0,017
16	1,037	-4,357	-	-	3,50	1,80	3,903	0,027
17	1,030	-4,461	-	-	9,00	5,80	3,916	0,040
18	1,027	-4,974	-	-	3,20	0,90	3,956	0,042
19	1,022	-5,187	-	-	9,50	3,40	3,972	0,051
20	1,024	-4,997	-	-	2,20	0,70	3,958	0,048
21	1,041	-4,209	-	-	17,50	11,20	3,898	0,014
22	1,046	-4,087	23,07	28,94	-	-	3,884	-
23	1,054	-3,346	16,81	7,05	3,20	1,60	3,841	-
24	1,041	-3,594	-	-	8,70	6,70	3,886	0,026
25	1,050	-2,172	-	-	-	-	3,838	0,013
26	1,033	-2,571	-	-	3,50	2,30	3,902	0,055
27	1,064	-1,045	32,63	14,38	-	-	3,794	-
28	1,028	-2,766	-	-	-	-	3,859	0,017
29	1,045	-2,191	-	-	2,40	0,90	3,890	0,026
30	1,034	-2,992	-	-	10,60	1,90	3,955	0,037

Таблица А.2 — Данные по узлам в ЭЭС-30 при оптимизации установившегося режима с целевой функцией (1.13)

Узел	Напряж., о.е.	Фаза, гр.	P_g , МВт	Q_g , МВАр	P_d , МВт	Q_d , МВАр	λ_j^P , ед.ц.ф./МВт	λ_j^Q , ед.ц.ф./МВАр
1	1,046	0,000*	0,00	3,13	-	-	5,820	-
2	1,048	0,232	67,57	31,25	21,70	12,70	5,800	-
3	1,033	-0,589	-	-	2,40	1,20	5,872	0,032
4	1,030	-0,665	-	-	7,60	1,60	5,880	0,038
5	1,031	-0,806	-	-	-	-	5,862	0,035
6	1,021	-0,858	-	-	-	-	5,884	0,069
7	1,016	-1,333	-	-	22,80	10,90	5,926	0,078
8	1,009	-1,178	-	-	30,00	30,00	5,894	0,105
9	1,024	-1,743	-	-	-	-	6,098	0,075
10	1,026	-2,205	-	-	5,80	2,00	6,209	0,076
11	1,024	-1,743	-	-	-	-	6,098	0,075
12	1,050	-0,096	-	-	11,20	7,50	5,982	-
13	1,086	2,719	40,00	28,77	-	-	5,982	-
14	1,039	-0,627	-	-	6,20	1,60	6,082	0,029
15	1,040	-0,416	-	-	8,20	2,50	6,082	0,029
16	1,032	-1,265	-	-	3,50	1,80	6,116	0,055
17	1,022	-2,133	-	-	9,00	5,80	6,207	0,086
18	1,022	-1,742	-	-	3,20	0,90	6,219	0,079
19	1,015	-2,351	-	-	9,50	3,40	6,272	0,098
20	1,017	-2,369	-	-	2,20	0,70	6,262	0,094
21	1,029	-2,451	-	-	17,50	11,20	6,287	0,029
22	1,034	-2,397	0,00	36,66	-	-	6,289	-
23	1,055	1,139	30,00	7,37	3,20	1,60	6,029	-
24	1,027	-0,163	-	-	8,70	6,70	6,355	0,037
25	1,015	3,108	-	-	-	-	6,783	0,016
26	0,997	2,681	-	-	3,50	2,30	6,904	0,098
27	1,017	5,418	55,00	-3,95	-	-	4,936	-
28	1,022	-0,266	-	-	-	-	5,749	0,108
29	0,997	4,160	-	-	2,40	0,90	5,072	0,038
30	0,985	3,278	-	-	10,60	1,90	5,167	0,054

Таблица А.3 — Данные по узлам в ЭЭС-30 при оптимизации установившегося режима с целевой функцией (1.15)

Узел	Напряж., о.е.	Фаза, гр.	P_g , МВт	Q_g , МВАр	P_d , МВт	Q_d , МВАр	λ_j^P , ед.ц.ф./МВт	λ_j^Q , ед.ц.ф./МВАр
1	1,047	0,000*	0,00	2,46	-	-	5,818	-
2	1,048	0,223	65,88	28,48	21,70	12,70	5,800	-
3	1,035	-0,576	-	-	2,40	1,20	5,867	0,028
4	1,032	-0,649	-	-	7,60	1,60	5,874	0,034
5	1,032	-0,801	-	-	-	-	5,862	0,031
6	1,024	-0,851	-	-	-	-	5,883	0,059
7	1,019	-1,325	-	-	22,80	10,90	5,925	0,071
8	1,013	-1,174	-	-	30,00	30,00	5,897	0,093
9	1,026	-1,665	-	-	-	-	6,055	0,066
10	1,028	-2,090	-	-	5,80	2,00	6,145	0,067
11	1,026	-1,665	-	-	-	-	6,055	0,066
12	1,050	0,013	-	-	11,20	7,50	5,935	-
13	1,083	2,837	40,00	26,26	-	-	5,935	-
14	1,039	-0,513	-	-	6,20	1,60	6,025	0,028
15	1,041	-0,313	-	-	8,20	2,50	6,016	0,028
16	1,033	-1,155	-	-	3,50	1,80	6,062	0,051
17	1,024	-2,019	-	-	9,00	5,80	6,146	0,078
18	1,024	-1,634	-	-	3,20	0,90	6,152	0,074
19	1,017	-2,239	-	-	9,50	3,40	6,205	0,091
20	1,019	-2,256	-	-	2,20	0,70	6,196	0,087
21	1,031	-2,306	-	-	17,50	11,20	6,207	0,027
22	1,036	-2,244	0,00	34,49	-	-	6,204	-
23	1,059	1,227	30,00	7,69	3,20	1,60	5,931	-
24	1,034	-0,046	-	-	8,70	6,70	6,202	0,041
25	1,033	3,155	-	-	-	-	6,436	0,023
26	1,019	3,045	-	-	2,04	2,30	6,500	0,096
27	1,039	5,230	55,00	3,02	-	-	5,166	-
28	1,027	-0,302	-	-	-	-	5,772	0,083
29	1,020	4,029	-	-	2,40	0,90	5,302	0,038
30	1,009	3,187	-	-	10,60	1,90	5,396	0,054

Приложение Б

Математическая модель чувствительности оптимального режима на рынке на сутки вперед для
расчета σ_h , μ_{th} и $\nu_{gh}^{+(-)}$

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & \mathbf{H}_{ll1} & \mathbf{J}_{tl1}^T & \mathbf{J}_{S(\cdot)l1}^T \\
 & & \ddots & \ddots & \ddots \\
 & & \mathbf{H}_{ll24} & \mathbf{J}_{tl24}^T & \mathbf{J}_{S(\cdot)l24}^T \\
 -\mathbf{I}_{m1} & & \mathbf{J}_{ml1} & 0 & 0 \\
 \ddots & & \ddots & & \\
 -\mathbf{I}_{m24} & 0 & \mathbf{J}_{ml24} & & \\
 0 & -\mathbf{I}_1^{int} & \mathbf{J}_{tl1} & 0 & 0 \\
 & \ddots & \ddots & & \\
 & -\mathbf{I}_{24}^{int} & \mathbf{J}_{tl24} & & \\
 0 & 0 & \mathbf{J}_{S(\cdot)l1} & 0 & 0 \\
 & & \ddots & & \\
 & & \mathbf{J}_{S(\cdot)l24} & 0 & 0 \\
 \mathbf{A}_1^{ramp} \dots \mathbf{A}_{24}^{ramp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \mathbf{J}_{tl1}^{int} \dots \mathbf{J}_{tl24}^{int} & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \Delta \mathbf{P}_{m1} \\
 \vdots \\
 \Delta \mathbf{P}_{m24} \\
 \Delta \mathbf{P}_{t1}^{int} \\
 \vdots \\
 \Delta \mathbf{P}_{t24}^{int} \\
 \Delta \mathbf{X}_{l1} \\
 \vdots \\
 \Delta \mathbf{X}_{l24} \\
 \Delta \lambda_{t1} \\
 \vdots \\
 \Delta \lambda_{t24} \\
 \Delta \sigma_1 \\
 \vdots \\
 \Delta \sigma_{24}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -\mathbf{H}_{(\cdot)c1} \Delta \mathbf{X}_{c1} \\
 \vdots \\
 -\mathbf{H}_{(\cdot)c24} \Delta \mathbf{X}_{c24} \\
 -\mathbf{J}_{mc1} \Delta \mathbf{X}_{c1} \\
 \vdots \\
 -\mathbf{J}_{mc24} \Delta \mathbf{X}_{c24} \\
 -\mathbf{J}_{tc1} \Delta \mathbf{X}_{c1} \\
 \vdots \\
 -\mathbf{J}_{tc24} \Delta \mathbf{X}_{c24} \\
 -\mathbf{J}_{S(\cdot)c1} \Delta \mathbf{X}_{c1} + \Delta \mathbf{P}_{S1} \\
 \vdots \\
 -\mathbf{J}_{S(\cdot)c24} \Delta \mathbf{X}_{c24} + \Delta \mathbf{P}_{S24} \\
 \Delta \mathbf{n}_{g1}^{+(-)} \\
 \vdots \\
 \Delta \mathbf{n}_{g24}^{+(-)} \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (\text{Б.1})$$

Приложение В

Веса МЛ-формирующих узлов режимной компоненты в суточных оптимальных режимах для примеров 4.2—4.4

Таблица В.1 — Веса МЛ-формирующих узлов режимной компоненты в МЛ в узле 1 для примера 4.2

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
(1, 27)	1,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(2, 27)	-	1,020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(3, 27)	-	-	1,020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(4, 27)	-	-	-	1,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(5, 27)	-	-	-	-	1,021	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(6, 27)	-	-	-	-	-	1,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(7, 27)	-	-	-	-	-	-	1,014	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(8, 27)	-	-	-	-	-	-	-	1,006	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(9, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	0,673	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(9, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	0,319	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(10, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(10, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(11, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,671	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(11, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(12, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(12, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(13, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(13, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(14, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(14, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(15, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(15, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Окончание на следующей странице

* Код (1, 27) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 27 в часе 1.

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
(16, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(16, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(17, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(17, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(18, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-	-	-	-
(18, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,319	-	-	-	-	-	-	-	-
(19, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,673	-	-	-	-	-	-	-
(19, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,319	-	-	-	-	-	-	-
(20, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,673	-	-	-	-	-	-
(20, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,319	-	-	-	-	-	-
(21, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,672	-	-	-	-	-
(21, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,318	-	-	-	-	-
(22, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,673	-	-	-	-
(22, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,319	-	-	-	-
(23, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,007	-	-	-
(24, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,012	-	-

* Код (16, 22) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 22 в часе 16.

Таблица В.2 — Веса МЛ-формирующих узлов компоненты сетевых ограничений в МЛ в узле 1 для примера 4.2

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
(1, 27)	-1,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(2, 27)	-	-1,020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(3, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(4, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(5, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(6, 27)	-	-	-	-	-	-1,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(7, 27)	-	-	-	-	-	-	-1,014	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(8, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-1,006	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(9, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,775	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022
(9, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094

Окончание на следующей странице

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
(10, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,774	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(10, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(11, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,774	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(11, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(12, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,774	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(12, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(13, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,774	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(13, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(14, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,774	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(14, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(15, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,774	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(15, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(16, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,775	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(16, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(17, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(17, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(18, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(18, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(19, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(19, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,067	0,067	0,094	0,094	
(20, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(20, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,094	0,094	
(21, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,022	-0,022	
(21, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,067	0,094	0,094
(22, 22)	-0,022	-0,022	-	-	-	-0,022	-0,022	-0,022	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016	-0,775	-0,022	-0,022
(22, 27)	0,094	0,094	-	-	-	0,094	0,094	0,094	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,121	0,094	0,094
(23, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1,007	-
(24, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-1,012

* Код (10, 22) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 22 в часе 10.

Таблица В.3 — Веса МЛ-формирующих узлов режимной компоненты в МЛ в узле 1 для примера 4.3

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
(1, 23)	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(2, 23)	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(3, 23)	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(4, 23)	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(5, 23)	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(6, 23)	–	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(7, 23)	–	–	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(8, 1)	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(8, 2)	–	–	–	–	–	–	–	0,770	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(9, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(9, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	0,773	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(10, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(10, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,775	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(11, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(11, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,776	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(12, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(12, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,775	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(13, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(13, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,775	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(14, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(14, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,775	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(15, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,233	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(15, 2)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,775	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Окончание на следующей странице

* Код (1, 23) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 23 в часе 1.

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
(16, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(16, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,774	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(17, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(17, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,774	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(18, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-	-	-	-	-
(18, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,774	-	-	-	-	-	-	-	-
(19, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-	-	-	-
(19, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,774	-	-	-	-	-	-	-
(20, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-	-	-
(20, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,774	-	-	-	-	-	-
(21, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-	-
(21, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,774	-	-	-	-	-
(22, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,233	-	-	-	-
(22, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,773	-	-	-	-
(23, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,011	-	-	-
(24, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,006	-	-

* Код (16, 1) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 1 в часе 16.

Таблица В.4 — Веса МЛ-формирующих узлов компоненты сетевых ограничений в МЛ в узле 1 для примера 4.3

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
(8, 1)	-	-	-	-	-	-	-	0,002	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(8, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-0,002	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(9, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	0,002	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(9, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,002	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Окончание на следующей странице

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
(10, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(10, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(11, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(11, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(12, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(12, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(13, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(13, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(14, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(14, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(15, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(15, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(16, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(16, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
(17, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	
(17, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,003	-	-	-	-	-	-	-	-	
(18, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	-	
(18, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	-	
(19, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	-	
(19, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	-	
(20, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	-	
(20, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	
(21, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	-	
(21, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,003	-	
(22, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,002	
(22, 2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,002
(23, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(24, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

* Код (10, 1) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 1 в часе 10.

Таблица В.5 — Веса МЛ-формирующих узлов в МЛ в узле 22 для примера 4.4

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
(1, 22)	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(2, 22)	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(3, 22)	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(4, 22)	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(5, 22)	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(6, 2)	–	–	–	–	–	0,872	-0,166	-0,356	-0,351	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(6, 22)	–	–	–	–	–	0,166	0,158	0,340	0,336	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(7, 1)	–	–	–	–	–	-0,038	0,195	-0,079	-0,078	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(7, 2)	–	–	–	–	–	-0,134	0,682	-0,275	-0,272	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(7, 22)	–	–	–	–	–	0,166	0,158	0,340	0,336	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(8, 1)	–	–	–	–	–	-0,002	-0,002	0,007	-0,004	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(8, 22)	–	–	–	–	–	0,166	0,158	0,340	0,336	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(8, 27)	–	–	–	–	–	-0,160	-0,153	0,638	-0,325	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(9, 1)	–	–	–	–	–	-0,002	-0,002	-0,004	0,007	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(9, 22)	–	–	–	–	–	0,166	0,158	0,340	0,336	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(9, 27)	–	–	–	–	–	-0,159	-0,152	-0,326	0,637	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(10, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(10, 22)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(11, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(11, 22)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(12, 1)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
(12, 22)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1,000	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Окончание на следующей странице

* Код (1, 22) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 22 в часе 1.

Час →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
(13, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(13, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(14, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(14, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(15, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(15, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(16, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(16, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-
(17, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(17, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-
(18, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(18, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-
(19, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(19, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-
(20, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(20, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-
(21, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(21, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-
(22, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,011	-0,011	-
(22, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-
(22, 27)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,960	-0,960	-
(23, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(23, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-
(24, 1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(24, 22)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000

* Код (13, 1) в строках таблицы означает МЛ-формирующий узел 1 в часе 13.

Приложение Г

Документы о внедрении результатов диссертационной работы



**Инженерные
ИЗЫСКАНИЯ**
энергосбытовая компания

ООО «Инженерные изыскания»
182608, Вологодская область
г. Череповец, ул. Мира, д. 30
Т: 8 (8202) 53-24-92. Ф: 8 (8202) 53-22-87
E: ingizisk4@ingizisk.ru
www.ingizisk.ru

12.10.2017

АКТ

о внедрении (использовании) в ООО «Инженерные изыскания» результатов докторской диссертационной работы

Васьковской Татьяны Александровны

Настоящий акт составлен о том, что результаты диссертационной работы Т.А. Васьковской на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности «05.14.02 – Электрические станции и электроэнергетические системы» на тему «Анализ оптимальных режимов электроэнергетических систем на основе множителей Лагранжа», а именно

- модель чувствительности оптимальных режимов электроэнергетических систем, разработанных для рынка на сутки вперед для оценки влияния компенсации реактивной мощности на узловые равновесные цены;
- принцип построения функции зависимости узловых равновесных цен от параметров схем замещения компенсирующих устройств реактивной мощности;

были использованы для оценки изменения узловых цен рынка на сутки вперед и возможности снизить стоимость электроэнергии потребителей ООО «Инженерные изыскания» на оптовом рынке электроэнергии и мощности при внедрении компенсирующих устройств реактивной мощности на электроустановках ПАО «Северсталь» и АО «ОЛКОН» (Оленегорский ГОК).

Заместитель директора по работе на ОРЭМ
ООО «Инженерные изыскания»

Ю.А. Измайлов



АТС

администратор торговой системы

Акционерное общество
"Администратор торговой системы оптового рынка электроэнергии"
(АО "АТС")

По месту требования

Краснопресненская наб., д. 12, подъезд 7, этаж 8, Москва, 123610
Тел. (495) 967-00-05, факс (495) 967-00-22
E-mail: mailbox@rosenergo.com
http://www.atsenergo.ru

ОКПО 84099305 ОГРН 1077763818450
ИНН/КПП 7703651792/770301001

23 АВГ 2018

№ 01-02/18

- 29540

На № _____ от _____

О внедрении результатов работы

Настоящим письмом подтверждается, что в АО «АТС» внедрены результаты диссертационной работы Васьковской Т.А. «Анализ оптимальных режимов электроэнергетических систем на основе множителей Лагранжа», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.14.02 – Электростанции и электроэнергетические системы.

В соответствии с правилами оптового рынка электроэнергии и мощности АО «АТС» проводит конкурентный отбор ценовых заявок на сутки вперед. В рамках этой задачи АО «АТС» необходимо не только провести расчет узловых цен, используемых далее при определении финансовых обязательств участников рынка, но и анализировать причины их изменения, определять основные факторы их формирования, давать оценку их изменению в будущем. В этой связи разработка методов декомпозиции, кластеризации и моделирования узловых цен является крайне актуальной и практически значимой для АО «АТС» задачей.

В отличие от зарубежных рынков, где используются упрощенные модели ценообразования, на оптовом рынке электроэнергии и мощности в России на рынке на сутки вперед и балансирующем рынке используется нелинейная постановка задачи оптимизации с ограничениями баланса мощности как активной, так и реактивной мощности в узлах расчетной модели энергосистемы России. Поэтому существенным достоинством исследования, проведенного Васьковской Т.А., является рассмотрение задачи оптимизации режимов электроэнергетических систем в комплексной постановке с одновременным учетом активной и реактивной мощности.

В своей деятельности АО «АТС» использует следующие результаты исследований Васьковской Т.А.:

1. В целях анализа узловых цен используется метод взвешенной декомпозиции узловых цен. С его помощью из узловых равновесных цен РСВ выделяются весовые коэффициенты влияния ценообразующих заявок с их разбиением на режимный вклад и вклад каждого из активных ограничений. Это



2 000010 143771

позволяет АО «АТС» выявлять причины появления сложных случаев ценообразования, а также собирать статистику влияния различных факторов на узловые цены.

2. В имитационных расчетах применяются модели взаимосвязи цен в узлах упрощенной расчетной модели энергосистемы России и принципы моделирования узловых цен. Это позволяет АО «АТС» провести оценку перспективной стоимости электроэнергии на РСВ при реализации проектов, заложенных в схеме и программах развития ЕЭС России.

**Член Правления – Заместитель
Председателя Правления**



А.В. Комиссаров



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
**ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Профсоюзная ул., д. 65, Москва, ГСП-7, 117997
ОКПО 00229530, ОГРН 1037739269590
ИНН/КПП 7728013512/772801001
Тел. (495)334 89 10. Факс (495)334 93 40
E-mail: dan@ipu.ru, www.ipu.ru

03.09 2018 г. № 46-03/1918

На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
научной работе ИПУ РАН

В.В. Губко



А К Т

о внедрении результатов диссертационной работы

Васьковской Татьяны Александровны

Результаты диссертационной работы «Анализ оптимальных режимов электроэнергетических систем на основе множителей Лагранжа» Т.А. Васьковской, представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.14.02 – Электрические станции и электроэнергетические системы, использованы в практике Института проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук при разработке комплекса деловых игр по электроэнергетическим рынкам. Данный комплекс предназначался для выделения и изучения локальных рынков (устойчивых зон влияния ценовых заявок участников) и использовался в рамках создания лаборатории игровых механизмов на рынках электроэнергии для образовательных и исследовательских целей в рамках партнерского соглашения с Центром энергетических систем Сколковского института науки и технологий.

Заведующий лабораторией 57
ИПУ РАН
Д.Т.Н.

Бурков В.Н.

En+ Group development
Ул. Василисы Кожиной, д. 1
Москва, Россия, 121096

Т.: +7(495) 720-49-45
Ф.: +7(495) 720-49-43

En+
development

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель Генерального Директора



И.С. Попов

И.С. Попов 2017 г.

А К Т
об использовании результатов диссертационной работы
Васьковской Татьяны Александровны
«Анализ оптимальных режимов электроэнергетических систем
на основе множителей Лагранжа»

Настоящим актом подтверждается, что по предложению Т.А. Васьковской результаты диссертации «Анализ оптимальных режимов электроэнергетических систем на основе множителей Лагранжа» на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности «05.14.02 – Электрические станции и электроэнергетические системы» были использованы при построении регрессионной модели цен рынка на сутки вперед в узлах электростанций АО «ЕвроСибЭнерго», построенной за 2011–2016 годы. В модели были использованы эквивалентные активные сопротивления транзита линий 500 кВ Итатская – Назаровская ГРЭС – Красноярская ГЭС – Красноярская – Камала – Братск. Учет сопротивления привел к росту точности моделирования цен рынка на сутки вперед на 12% и повышению качества моделирования пиковых цен.

Заместитель
Генерального Директора

И.С. Попов

Skoltech

Skolkovo Institute of Science and Technology

15 November 2017

Professor Janusz Bialek, FIEEE
Associate Director of Skoltech Center for Energy
Systems

Skolkovo Innovation Center, Building 5
Moscow 143026, Russia

Tel.+7 (495) 280 14 81 ext 3374

Mob.+7 (910) 484 7370

E: j.bialek@skoltech.ru

<http://crei.skoltech.ru/energysystems>

TO WHOEVER IT MAY CONCERN

Assessment of Dr. Tatiana Vaskovskaya application for doctor of science degree.

I'm pleased to support the application of Dr. Tatiana Vaskovskaya for the doctor of sciences degree in the area of Analysis of Optimal Power Flows of Power Systems on basis of Locational Marginal Prices. My assessment is based on her publications in English. I am the Associate Director of Center for Energy Systems. Before joining Skoltech in 2014, I held Chair Professor positions at the University of Edinburgh and Durham University in the UK. My background is electrical power systems.

Locational Marginal Prices (LMPs) form the backbone of market operation in many countries in the world including Russia. Mathematically, they are Lagrange multipliers associated with nodal power balance equation and they represent marginal cost of increasing demand in a given node. The values of LMPs differ from node to node due to transmission losses and network and voltage constraints and each nodal LMP can be shown to be a linear combination of the bids at so-called marginal generators, generators that do not operate at their limits. There has been a very significant research effort undertaken internationally in the 1990s and 2000s to understand how LMPs are derived, how to interpret them and what they depend on but they were usually restricted to a simplified linear (so-called DC) power system model and they did not emphasize the influence of each binding constraint on the marginal nodes of the system which are crucial for calculation of LMPs. Therefore the dependence of the marginal nodes on the system binding constraints was not captured. Tatiana has filled that gap as she has decomposed LMPs in terms of influences of each binding transmission and/or voltage constraints using the full AC OPF model. In other words she has expressed the LMP at a given node as a linear combination of weighted bids at marginal generators. The decomposed LMPs give a signal of sharing costs among the market participants when e.g. a particular constrained line is reinforced. They can also help in monitoring electrical energy markets and in identifying zones for which market power indices are introduced.

I value Tatiana's contribution very highly indeed. It is highly novel and internationally competitive. In deriving her methodology, Tatiana has combined Operational Research with power engineering demonstrating her formidable mathematical abilities and understanding of power market issues. I assess that her contribution is at the cutting edge of international research. The results of her research are of a real practical value for System Operators allowing them not only understand how LMPs are formed but also develop effective congestion-based price zones.

I assess Tatiana's contribution to be highly novel and of an international standard and therefore believe it is worth awarding the degree of doctor of science.

Best regards

