

На правах рукописи



Васьковская Татьяна Александровна

**Анализ оптимальных режимов электроэнергетических
систем на основе множителей Лагранжа**

Специальность 05.14.02 —
«Электрические станции и электроэнергетические системы»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора технических наук

Москва — 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ».

Научный консультант: доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН

Бутырин Павел Анфимович

Официальные оппоненты: **Бартоломей Петр Иванович**,
доктор технических наук, профессор,
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина»,
профессор-консультант кафедры автоматизированных электрических систем

Воропай Николай Иванович,

доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН,
ФГБУН Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук,
научный руководитель института

Коровкин Николай Владимирович,

доктор технических наук, профессор,
ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»,
заведующий кафедрой «Теоретическая электротехника и электромеханика»

Ведущая организация: ФГОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Защита состоится 20 февраля 2019 г. в 13:00 часов на заседании диссертационного совета Д 512.002.01, созданного на базе АО «НТЦ ФСК ЕЭС».

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте АО «НТЦ ФСК ЕЭС» по адресу www.ntc-power.ru.

Автореферат разослан « ____ » _____ 20 ____ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д. т. н.

Новиков Николай Леонтьевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Оптимальные режимы электроэнергетических систем (ЭЭС) традиционно были в центре внимания специалистов по электроэнергетике. С реформированием электроэнергетической отрасли, с внедрением рыночных отношений и появлением в связи с этим новых критериев оптимальности режимов ЭЭС, нового понятийного аппарата, множества участников с часто противоположными интересами внимание к таким режимам только возросло.

Реформы в электроэнергетической отрасли, направленные на децентрализацию и развитие рыночных отношений, начались в 1980—1990-е годы. Первые преобразования этой отрасли прошли в Чили с 1981—1982 годов и в Великобритании с 1988—1989 годов. В США, Канаде, странах Скандинавии, Австралии процесс дерегулирования был запущен в начале 1990-х годов, а позднее, в середине и конце 1990-х годов, — в Бразилии, странах Западной Европы, Сингапуре. В Казахстане и России переход от государственного регулирования в электроэнергетике к рыночному начался с 2000-х годов.

При наличии ряда преимуществ у государственного регулирования тарифов энергокомпаний имеются и недостатки. Один из них заключается в невозможности своевременного и одновременного стимулирования энергокомпаний снижать издержки и инвестировать в развитие отрасли. При реформировании электроэнергетики в разных странах ставились свои задачи, однако самой распространенной причиной для начала реформ послужила необходимость снизить государственные инвестиции в электроэнергетическую отрасль и в ряде случаев разрешить инвестиционный кризис в электроэнергетике.

В России преобразования электроэнергетической отрасли проходили в два этапа. В 1992 году в условиях приватизации было учреждено РАО «ЕЭС России», в задачи которого входило обеспечение функционирования и развития единой энергосистемы страны, и было введено государственное регулирование тарифов на электрическую и тепловую энергию. Позднее в 1996 году был создан Федеральный оптовый рынок электрической энергии и мощности. Началом второго этапа реформирования можно считать Постановление Правительства РФ о реформировании электроэнергетики Российской Федерации, вышедшее в 2001 году. В нем предусматривалось разделение принадлежащих вертикально-интегрированной компании РАО «ЕЭС России» активов по видам деятельности. Были выделены: производство электроэнергии, ее передача и распределение, сбыт, диспетчерское управление. Реорганизация была проведена в 2006—2008 годах. Потенциально конкурентные генерирующие и сбытовые компании были проданы частным инвесторам. Остальные виды деятельности сохранились под государственным контролем. В ходе реорганизации были учреждены 21 генери-

рующая компания, 70 сбытовых компаний, Федеральная сетевая компания, Системный оператор и Администратор торговой системы.

Существенным образом изменилась структура взаимоотношений в отрасли. Вместо единой централизованной системы управления была сформирована система, мотивирующая генерирующие и сбытовые компании, крупных потребителей к добровольному участию в отношениях производства, распределения и потребления электроэнергии на рыночной основе. Новые критерии управления стали учитывать интересы различных собственников и направлены на поиск максимальной совокупной выгоды для всех участников.

Появились конкурентные механизмы формирования цены на электроэнергию, включающие конкурентный выбор состава включенного генерирующего оборудования, свободные двусторонние договоры, рынок на сутки вперед, балансирующий рынок, рынок системных услуг и рынок мощности. Каждый из этих механизмов предназначался для решения определенной задачи в процессе управления режимами ЭЭС, планирования работы и развития ЭЭС на различные временные периоды. Свободные механизмы ценообразования были основаны на конкурентном отборе ценовых заявок поставщиков и покупателей электроэнергии и мощности, выполняемом в процессе оптимизации режимов ЭЭС. Одновременно с оптимизацией начали рассчитывать цены на электроэнергию и мощность, в основу формирования которых заложили технологические процессы планирования режимов.

С введением рынков электроэнергии появились новые задачи и вопросы, требующие иных подходов к их решению. Схожие проблемы наблюдаются и в России, и за рубежом. Во-первых, у потребителей недостаточно инструментов для измерения и управления потреблением в реальном режиме времени. Это влечет за собой отсутствие реакции потребителей на цены. Потребители не могут отказаться от электроэнергии, предлагаемой по высокой цене. Это приводит к тому, что в краткосрочной перспективе спрос на электроэнергию неэластичен. Во-вторых, процесс производства, передачи, распределения и потребления электроэнергии является крайне сложным технологическим процессом. Все задействованные в процессе организации работают синхронно. Необходимо поддерживать частоту и напряжение в пределах нормативных требований. В результате поставка электроэнергии по конкретному контракту не может быть осуществлена независимо от других контрактов. По сути отсутствуют средства управления индивидуальным потоком электроэнергии.

В сфере организации рыночных отношений все вышесказанное приводит к серьезному вызову — необходимо обеспечить корректные ценовые сигналы, мотивирующие участников к действиям в интересах поддержания устойчивого функционирования ЭЭС. Одновременно требуется урегулировать вопросы недостаточной эластичности спроса, недостаточной пропускной способности линий электропередачи, локального исключитель-

ного положения отдельных участников, образования олигополистической структуры поставщиков электроэнергии и т. п. Опыт развития рынков за рубежом показал, что так или иначе необходимо регулирование электроэнергетической отрасли со стороны государства, включая создание правил функционирования рынка, политики повышения энергоэффективности и энергосбережения, стратегий перспективного развития ЭЭС, инструментов развития конкурентных отношений и ограничения манипулирования ценами.

Задача создания ценовых сигналов на некоторых рынках, включая оптовый рынок электроэнергии и мощности в России, решается введением узлового ценообразования. Такое ценообразование обеспечивается расчетами оптимального режима ЭЭС, которые проводят Администратор торговой системы на сутки вперед и Системный оператор в день фактической поставки электроэнергии. Оптимальный режим представляет собой установившийся режим ЭЭС, полученный по результатам решения задачи оптимизации по критерию минимума издержек на выработку электроэнергии или максимума функции благосостояния. Цены определяются для каждого узла ЭЭС как двойственные оценки или множители Лагранжа (МЛ) к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС.

Исследование двойственности в задачах оптимизации режимов сложных ЭЭС проводилось в СССР Гаммом А. З. еще в 70-х годах прошлого столетия. Множители Лагранжа (МЛ) в задачах оптимизации рассматриваются как теневые цены и таким образом характеризуют эффективность функционирования ЭЭС. Идея такого использования МЛ принадлежит Канторовичу Л. В. В книге «Математические методы организации и планирования производства» (Изд-во ЛГУ, 1939) он называл их разрешающими множителями и оценивал возможность их применения для анализа оптимального решения, например, оценки изменения последнего при небольших вариациях задачи. Позднее в книге «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов» (Изд-во АН СССР, 1959) Канторович Л. В. сделал вывод, что разрешающие множители являются объективно обусловленными оценками (по сути ценами), учитывающими конкретные условия производства и обеспечивающими наиболее эффективное использование ресурсов.

МЛ к уравнениям баланса активной мощности в задачах оптимизации режимов ЭЭС лежат в основе узловых цен на рынке электроэнергии и в настоящей работе рассматриваются как основной предмет исследования. Изучение МЛ является крайне важной и актуальной задачей, поскольку они применяются при расчете стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед и балансирующем рынке. Согласно годовым отчетам АО «АТС» доля стоимости электроэнергии, реализуемой на этих рынках, в общей стоимости электроэнергии и мощности на оптовом рынке превышает 65 %. Следует отметить, что МЛ обычно рассматриваются как вспомогательные

величины. Но с использованием их для расчетов на рынках электроэнергии они переводятся в разряд основных величин, подлежащих исследованию наряду с параметрами режима.

На основании изложенного можно заключить, что задачи анализа оптимальных режимов на основе МЛ, а именно задачи исследования закономерностей между МЛ и свойствами, параметрами и ограничениями оптимальных режимов ЭЭС, являются актуальными. Проведение таких исследований позволит решить появившиеся новые задачи, такие как анализ чувствительности оптимальных режимов ЭЭС, анализ на основе МЛ неоднородности ЭЭС — повышенной чувствительности отдельных фрагментов ЭЭС к внешним воздействиям, разложение МЛ на составляющие по различным режимным и интегральным ограничениям, построение эквивалентных моделей ЭЭС меньшей размерности, позволяющих упростить сложные оптимизационные расчеты в условиях неопределенности информации при расчете МЛ на перспективу.

Терминологическая справка. В зависимости от постановки задачи оптимизации режимы ЭЭС могут быть оптимальными по активной мощности, по реактивной мощности, по активной и реактивной мощности одновременно. Расчет последних называют *задачей оптимизации режимов ЭЭС в полной нелинейной постановке*. Он является наиболее трудоемким, поскольку основан на учете нелинейных уравнений установившихся режимов и имеет наиболее полный состав переменных, включая переменные, обеспечивающие регулирование напряжения.

Задача оптимизации режимов может упрощаться так, что ограничения сохраняются нелинейными, но средства для регулирования напряжения и реактивной мощности не используются. Тогда в задаче оптимизации не считаются переменными коэффициенты трансформации. Кроме того, фиксируются модули напряжения в генераторных узлах.

В иностранной литературе задачу *оптимизации режимов ЭЭС* обычно называют задачей оптимального потокораспределения (OPF — Optimal Power Flow). Нелинейную задачу оптимизации режимов ЭЭС называют задачей по переменному току (AC OPF — Alternating Current Optimal Power Flow). Для расчета оптимальных режимов на рынках электроэнергии за рубежом используется линейаризованная задача оптимизации по активной мощности. Ее называют задачей оптимального потокораспределения по постоянному току (DC OPF — Direct Current Optimal Power Flow). В иностранной литературе во множестве случаев изучение МЛ проводится именно для линейаризованных задач. Несмотря на то, что в данной работе исследуется задача оптимизации в нелинейной постановке, также рассматривается и зарубежный опыт анализа МЛ в линейаризованных постановках.

В ходе оптимизации достигается минимум стоимости производства и распределения электроэнергии или максимум функции общего благосо-

стояния. Целевая функция зависит от переменных мощностей генераторов и нагрузок, а также характеризуется параметрами, такими как ценовые заявки или параметры квадратичной зависимости затрат на производство электроэнергии. В работе такие параметры будем называть *параметрами целевой функции*.

МЛ являются дополнительными переменными и вводятся в задачу оптимизации для каждого ограничения с целью формирования условий оптимальности задачи. МЛ равны частным производным целевой функции по соответствующим пределам ограничений. Их называют *теневыми ценами* ограничений. В частности МЛ к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС называют *узловыми ценами*. Термин узловая цена (Nodal Price) широко используется в зарубежной практике применительно к задаче оптимизации режимов ЭЭС. Наряду с узловыми ценами и узловым ценообразованием (Nodal Pricing) широко распространены термины *локальная маржинальная цена* (LMP — Locational Marginal Price) и *локальное маржинальное ценообразование* (Locational Marginal Pricing).

Решение задачи оптимизации не обязательно основано на применении метода множителей Лагранжа. В ряде случаев в практических расчетах МЛ восстанавливаются по известному оптимальному режиму ЭЭС. Это, в частности, приводит к необходимости выделения компонент, из которых путем суммирования определяют МЛ.

В практических расчетах узловые цены могут быть не равны МЛ из-за регламентных процедур, которые, например, обеспечивают снижение достаточно высоких цен. Кроме того, существуют различные механизмы определения стоимости электроэнергии, например, через свободные и регулируемые двусторонние договоры. После применения таких процедур полученные величины также могут называться узловыми ценами, однако они не равны МЛ, отвечающим оптимальному режиму ЭЭС.

В тексте диссертационной работы встречаются также такие термины, как декомпозиция, зоны влияния, эквивалентная модель ЭЭС и др. Под *декомпозицией* МЛ понимается их представление в виде суммы составляющих, характеризующих те или иные свойства режима. Для МЛ классической является декомпозиция на МЛ к уравнению баланса мощности в базисном узле, вклад потерь и вклад сетевых ограничений. Последние зависят от выбора базисного узла.

Зона влияния — это набор узлов ЭЭС с каким-либо характерным признаком, влияющим на оптимальный режим и МЛ, например, при превышении заданного порога чувствительности к пределу ограничения мощности в контролируемом сечении.

Под *эквивалентной моделью ЭЭС* понимается упрощенная модель ЭЭС меньшей размерности, которая получена на основе статистических данных об оптимальных режимах и в которой сохранены связи между параметрами оптимального режима, электрической сети и МЛ. В модели ис-

пользуются такие переменные, как мощности генераторов и нагрузок, параметры схем замещения электрической сети и др. Эквивалентная модель ЭЭС может применяться взамен оптимизационных расчетов в условиях недостаточной информации об ЭЭС в задачах на перспективу.

В диссертационной работе применяется терминология из стандартов Международной электротехнической комиссии, терминологического справочника по электроэнергетике¹, нормативных актов, стандартов и регламентов, утвержденных в области диспетчерского управления и функционирования оптового рынка электроэнергии и мощности². Также используются термины, принятые в зарубежных источниках, если в отечественной литературе аналоги отсутствуют.

Степень разработанности проблемы. Большой вклад в развитие оптимизации режимов и управления ЭЭС, развитие рынка электроэнергии внесли отечественные ученые Арзамасцев Д. А., Бартоломей П. И., Веников В. А., Воропай Н. И., Гамм А. З., Голуб И. И., Горнштейн В. М., Давидсон М. Р., Ерохин П. М., Идельчик В. И., Крумм Л. А., Лазебник А. И., Неуймин В. Г., Новикова Н. М., Паламарчук С. И., Тарасов В. И., Филиппова Т. А., Шубин Н. Г. и многие их коллеги.

Результаты проведенных ими исследований во многом сохраняют свое значение и сегодня, когда оптимизация широко используется в процессе управления режимами ЕЭС России. Актуальной задачей при этом является развитие теоретической и практической базы анализа МЛ в оптимальных режимах.

Развитие и широкое применение МЛ в качестве узловых цен за рубежом привели к тому, что анализ узловых цен проводился в основном зарубежными учеными. Вклад в развитие теоретических основ расчета и анализа оптимальных режимов, разработку моделей рынка электроэнергии, анализа узлового ценообразования внесли Alvarado F. L., Biggar D. R., Caramanis M., Chen L., Cheng X., Conejo A. J., Dommel H., Hesamzadeh M. R., Hogan W. W., Gross G. A., Lesieutre B. C., Li F., Litvinov E., Murillo-Sanchez C. E., Overbye T. J., Papalexopoulos A., Schweppe F. C., Shahidehpour M., Stoft S., Tinney W., Thomas R., Wang H., Wollenberg B. F., Wood A. J., Zimmerman R. D.

Исключительно важным представляется дальнейшее развитие теории в направлениях изучения моделей ценообразования рынков электроэнергии и связанного с ними анализа оптимальных режимов с учетом специфики рынка электроэнергии и практики управления ЭЭС в России.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования диссертационной работы являются оптимальные режимы ЭЭС. Предметом

¹Терминологический справочник по электроэнергетике. М.: Типография «КЕМ», 2008. 912 с.

²Термины могут отличаться от общепринятых в научной среде. Примерами являются устойчивые словосочетания «объем электроэнергии (мощности)», «генерация», «переток мощности» и др.

исследования являются методы их анализа на основе МЛ, включая установление связи между параметрами оптимального режима и МЛ, методы выделения зон влияния в ЭЭС на основе реакции узлов ЭЭС, а также построение эквивалентных моделей ЭЭС и др.

Цель данной диссертационной работы — разработка методов анализа оптимальных режимов ЭЭС, позволяющих выявить систему закономерностей между показателями экономичности функционирования ЭЭС в виде МЛ и параметрами оптимальных режимов в современных рыночных условиях.

В процессе выполнения работы использовались методы математического моделирования в электроэнергетике, в том числе методы расчета установившихся режимов ЭЭС и эквивалентных преобразований электрической сети и другие, классический аппарат теории решения задач оптимизации, методы теории чувствительности.

Для достижения поставленной цели ставятся следующие задачи:

1. Исследование необходимых условий оптимальности решения задачи оптимизации режимов ЭЭС, определение основных закономерностей между МЛ и параметрами оптимального режима ЭЭС, разработка классификации узлов ЭЭС на основе чувствительности МЛ и параметров оптимального режима ЭЭС к малым возмущениям.
2. Формирование схем взаимосвязи переменных задачи оптимизации режимов ЭЭС, разработка на их основе математических моделей чувствительности оптимального режима ЭЭС.
3. Разработка метода декомпозиции МЛ, направленного на выделение компонент, не зависящих от выбора базисного узла и характеризующих влияние каждого из активных ограничений по отдельности. В основе метода лежит использование регулирующих узлов ЭЭС с мощностью, не равной по результатам оптимизации своему максимальному или минимальному пределам регулирования (в таких узлах МЛ равны параметрам целевой функции, например ценам в заявках), а также представление оптимального режима совокупностью установившегося режима ЭЭС, рассчитанного с использованием регулирующих узлов ЭЭС, и вкладов каждого из активных ограничений.
4. Исследование возможности применения предложенного метода декомпозиции МЛ для анализа узловых цен на рынке электроэнергии в России.
5. Разработка принципов выделения в ЭЭС зон повышенной чувствительности МЛ к различным факторам: параметрам целевой функции, влиянию сетевых ограничений и ограничений по напряжению.
6. Исследование возможности использования идентификации зон влияния применительно к анализу ценовых сигналов и выявле-

нию неоднородных фрагментов ЭЭС на рынке электроэнергии в России.

7. Разработка принципов построения укрупненных эквивалентных моделей ЭЭС на основе статистических данных о параметрах оптимальных режимов и соответствующих им МЛ.
8. Апробация эквивалентных моделей ЭЭС для оценки перспективных МЛ, определение с использованием эквивалентных моделей перспективной стоимости электроэнергии для различных сценариев развития ЭЭС.

Научная новизна представленной работы заключается в том, что впервые поставлены и решены проблемы

- 1) классификации узлов в оптимальном режиме ЭЭС, учитывающей свойства как прямых (узловых активных и реактивных мощностей, модулей и фаз напряжений), так и двойственных переменных (МЛ задачи оптимизации);
- 2) разработки математических моделей чувствительности оптимального режима и МЛ, основанных на схемах взаимосвязи известных в малой окрестности переменных, выступающих воздействиями на оптимальный режим ЭЭС, и неизвестных в малой окрестности переменных, являющихся реакциями на эти воздействия; разработки правил формирования таких моделей для определения чувствительности оптимального режима ЭЭС в виде частных производных переменных к воздействиям (модель относительно реакций ЭЭС) и для определения базиса воздействий и формирования реакций в виде линейной комбинации управляющего базиса (модель относительно воздействий на ЭЭС);
- 3) аналитического вывода зависимости МЛ, определяющих узловые цены, от входных данных задачи оптимизации; разложения МЛ на компоненты, определяемые свойствами оптимального режима ЭЭС и индивидуального влияния активных ограничений, представления МЛ в виде линейной комбинации параметров целевой функции;
- 4) представления МЛ в оптимальных режимах ЭЭС как величин, образованных относительными приростами мощности в регулирующих узлах, умноженных на соответствующие параметры целевой функции; причем каждый такой прирост наблюдается вследствие влияния различных факторов;
- 5) разделения ЭЭС на подсистемы по различию влияния на формирование МЛ параметров целевой функции, сетевых ограничений и ограничений по напряжению;
- 6) разработки алгоритма идентификации устойчивых зон влияния в ЭЭС различных факторов (сетевых ограничений, ограничений по напряжению и др.), позволяющего обновлять данные о зонах за

- счет ежедневного прироста информации (т. е. инкрементально), и апробации этого алгоритма на выделении устойчивых зон высоких и низких МЛ под влиянием сетевых ограничений на рынке на сутки вперед в России;
- 7) формирования эквивалентных моделей ЭЭС в условиях неопределенной информации (в задачах прогнозирования и планирования развития ЭЭС), в которых МЛ в инцидентных узлах эквивалентной схемы описываются зависимостью от таких переменных, как совокупная мощность генераторов и нагрузок, обобщенных показателей топологии и параметров электрической сети;
 - 8) применения эквивалентных моделей ЭЭС для оценки перспективной стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед в России.

Теоретическая значимость работы. Разработанные положения настоящей работы являются развитием теории и методов анализа оптимальных режимов ЭЭС в задачах оптимизации в полной нелинейной постановке в части исследования МЛ и нацелены на решение практических задач, возникающих на оптовом рынке электроэнергии и мощности. Расширены знания о двойственных оценках оптимальных режимов, получена взаимосвязь между параметрами оптимального режима ЭЭС и отвечающими им МЛ. Создана научно-методическая основа для дальнейшего развития принципов декомпозиции МЛ и выделения зон влияния в ЭЭС при исследовании оптимальных режимов ЭЭС и решения актуальных задач электроэнергетики, функционирующей в рыночных условиях.

Разработаны следующие математические модели и методы анализа оптимальных режимов ЭЭС на основе МЛ:

- математическая модель чувствительности оптимальных режимов ЭЭС в виде системы линейных алгебраических уравнений относительно реакций, таких как напряжения, МЛ и др. (модель относительно реакций);
- математическая модель чувствительности оптимальных режимов ЭЭС в виде формирования реакций как линейной комбинации управляющего базиса воздействий, таких как мощности нагрузки, пределы ограничений и др. (модель относительно воздействий);
- метод взвешенной декомпозиции МЛ на компоненты;
- метод идентификации устойчивых зон влияния различных факторов на МЛ;
- метод эквивалентирования и упрощения ЭЭС, обеспечивающий сохранение взаимосвязи между МЛ и параметрами оптимального режима в условиях неопределенности.

Практическая значимость работы. Полученные результаты исследования легли в основу анализа и прогнозирования узловых равновесных цен рынка на сутки вперед и разработанных на их основе конкретных рекомендаций по повышению эффективности как функционирования ЭЭС

России в целом, так и индивидуальной деятельности конкретных участников рынка в ценовых зонах оптового рынка электроэнергии. Значительная часть результатов вошла в практику Администратора торговой системы в части анализа разности узловых равновесных цен на рынке на сутки вперед, интерпретирования случаев формирования крайне низких или высоких узловых цен, определения влияющих на узловые цены факторов, расчета перспективной стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед.

Обоснованность и достоверность научных положений и теоретических основ, результатов и сделанных выводов подтверждается корректностью используемого математического аппарата, согласованностью и точностью расчетных и фактических данных, множеством приведенных в диссертационной работе расчетных примеров для тестовых и реальных ЭЭС размерностью от 3 до 9000 узлов, внедрением результатов в работу. Результаты работы реализованы при создании автоматизированной системы анализа узловых равновесных цен (АО «АТС»), оценке перспективной стоимости электроэнергии при реализации схем и программы перспективного развития ЭЭС России (АО «АТС»), при оценке влияния установки компенсирующих устройств реактивной мощности на узловые цены (ООО «Инженерные изыскания»), при прогнозировании узловых равновесных цен рынка на сутки вперед (АО «Евросибэнерго»), при разработке комплекса деловых игр по электроэнергетическим рынкам в рамках создания лаборатории игровых механизмов на рынках электроэнергии для образовательных и исследовательских целей (Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук). Дана высокая оценка научной и практической значимости работы в мировую науку (Skoltech Center for Energy Systems).

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Новая классификация узлов ЭЭС для эффективного решения задач расчета и анализа чувствительности оптимального режима ЭЭС, основанная на известных и неизвестных при малом возмущении задачи оптимизации прямых и двойственных переменных, полученных в результате оптимизации режимов ЭЭС.
2. Математические модели чувствительности задачи оптимизации режимов ЭЭС в малой окрестности оптимального режима, а также схемы взаимосвязи реакций и воздействий в этой окрестности.
3. Принципы взвешенной декомпозиции МЛ в оптимизационных задачах режимов ЭЭС на компоненты, не зависящие от выбора базисного узла; декомпозиция представляется линейной комбинацией параметров целевой функции и обладает следующими свойствами:
 - весовые коэффициенты представляют собой коэффициенты связи МЛ с параметрами целевой функции;

- весовые коэффициенты могут быть рассчитаны путем численного эксперимента и интерпретированы как относительные приросты мощности в регулирующих узлах, определенных в соответствии с новой классификацией узлов ЭЭС;
 - весовые коэффициенты характеризуют индивидуальное влияние каждого из активных сетевых ограничений и ограничений по напряжению задачи оптимизации режимов ЭЭС.
4. Принцип выделения в ЭЭС зон по существенному влиянию сетевых ограничений или ограничений по напряжению на МЛ с возможностью обработки большого числа данных о результатах оптимизации режимов ЭЭС и ежедневного обновления базы данных зон ЭЭС.
 5. Упрощенные эквивалентные модели ЭЭС, позволяющие существенным образом сократить размерность математической модели ЭЭС, сохранив взаимосвязи между мощностями генераторов и нагрузок и МЛ в подсистемах ЭЭС. Их применение для прогнозирования узловых цен и оценки перспективной стоимости электроэнергии для различных сценариев развития ЭЭС.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Представленная диссертационная работа в соответствии с формулой специальности 05.14.02 «Электростанции и электроэнергетические системы» посвящена исследованиям «по связям и закономерностям при планировании развития, проектировании и эксплуатации ЭЭС, электрических сетей», «развитию и совершенствованию теоретической базы электроэнергетики с целью обеспечения экономичного производства электроэнергии, ее транспортировки и снабжения потребителей электроэнергией в необходимом для потребителей количестве и требуемого качества». Область исследований диссертационной работы включает п. 6 «Разработка методов математического и физического моделирования в электроэнергетике», п. 7 «Разработка методов расчета установившихся режимов, переходных процессов и устойчивости электроэнергетических систем», п. 8 «Разработка методов статической и динамической оптимизации для решения задач в электроэнергетике», п. 10 «Теоретический анализ и расчетные исследования по транспорту электроэнергии переменным и постоянным током, включая проблему повышения пропускной способности транспортных каналов» и п. 13 «Разработка методов использования ЭВМ для решения задач в электроэнергетике».

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на всероссийских и международных конференциях и научных сессиях:

- Совместной научной сессии секции энергетики Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН и Академии электротехнических наук РФ «Оценка состояния и перспективы развития энергетики и электротехники России» (Москва, 2008 г.). Доклад: «Практика, опыт, проблемы и перспективы торговли электроэнергией в России»;
- XXXIX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Повышение эффективности электрического хозяйства потребителей в условиях ресурсных ограничений» с элементами научной школы для молодежи «Проведение научных исследований в области энергетики и энергосбережения» (Москва, 2009 г.). Доклад: «Оценка конкурентной среды оптового рынка мощности»;
- 20th IEEE-Workshop Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (Германия, Вольфенбюттель, 2012 г.). Доклад: «Taking into Account Non-linearity of Model of Wholesale Market of Electric Power in Calculation of Market Power»;
- VIII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий (ЭКОМОД-2014 г.)» (Москва, 2014 г.). Доклад: «Выделение локальных рынков, обусловленных влиянием сетевых ограничений, на рынке электроэнергии»;
- 11th International Conference on the European Energy Market (EEM-2014) (Польша, Краков, 2014 г.). Доклады: «LMP Dependence Function of Variable Parameters of Electric Power Network» и «Market Price Signals for Customers for Compensation of Reactive Power»;
- IEEE PowerTech-2015 Conference (Нидерланды, Эйндховен, 2015 г.). Доклад: «Clustering Approach for Determination of Congestion Zones on Nodal Electricity Markets in Long Term Periods»;
- IEEE PowerTech-2017 Conference (Великобритания, Манчестер, 2017 г.). Доклад: «Identifying Congestion Zones with Weighted Decomposition of Locational Marginal Prices»;
- Third International Conference at Skoltech «Science for Energy Systems Regulation» (Москва, 2017 г.). Доклад: «Equivalent Models for Large-Scale Markets in System Planning and Forecast Applications».

Основные положения диссертационной работы обсуждались в Национальном исследовательском университете «МЭИ» на заседании ученого совета Института электроэнергетики (Москва, 2015 г.), на семинарах в Институте проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (Москва, 2015–2016 гг.), докладывались на заседании Подкомитета С5 Российского национального комитета СИГРЭ «Рынки электроэнергии

и регулирование» в Ассоциации «НП Совет рынка» (Москва, 2016 г.), на заседании ученого совета Института систем энергетики им. Л. А. Мелентьева Сибирского отделения РАН (Иркутск, 2017 г.), на научном семинаре кафедры автоматизированных электрических систем Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (Екатеринбург, 2018 г.), на научном семинаре кафедры исследования операций факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (Москва, 2018 г.).

Диссертационная работа была выполнена при поддержке грантов Президента РФ для молодых кандидатов наук МК-770.2009.8, для научных школ НПШ-5404.2012.8, НПШ-6656.2014.8.

Личный вклад соискателя. Приведенные в диссертации результаты получены лично автором. В большинстве работ, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит постановка задач, разработка теоретических положений, математических моделей и методов, анализ и обобщение результатов, разработка рекомендаций по применению предложенных решений. Соискателем предложены новая классификация узлов ЭЭС, схемы взаимосвязи переменных и основанные на них модели чувствительности, метод взвешенной декомпозиции МЛ, их интерпретация с применением аппарата анализа установившихся режимов ЭЭС, методы идентификации зон и формирование эквивалентных моделей ЭЭС.

В работах [7, 8, 11, 17] автору принадлежит постановка задачи идентификации устойчивых зон, сравнения различных зон между собой, выбор параметра схожести зон и др. В [4] участие соискателя заключалось в постановке задачи оптимизации режимов ЭЭС и анализе режимов, полученных в результате экспериментов, их сопоставление с опубликованной информацией о реализации различных стратегий на рынке электроэнергии и мощности в России.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 24 изданиях, 16 работ опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК РФ, в том числе 8 — в научных изданиях международных реферативных баз данных Scopus и Web of science; 3 работы — в тезисах докладов международных отечественных и зарубежных симпозиумов и конференций.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, определена цель, поставлены задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В первой главе приведен обзор научной литературы по теме постановок и методов решения задач оптимизации режимов ЭЭС. Дана полная нелинейная постановка задачи, рассматриваемой в диссертации. Проведен

анализ необходимых условий оптимальности и предложена новая классификация узлов, основанная на взаимосвязи параметров оптимального режима и МЛ.

В первых главах рассматривается задача оптимизации режимов ЭЭС для одного интервала времени:

$$f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d) \rightarrow \max(\min), \quad |\eta, \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_P(\mathbf{X}, \mathbf{P}) = 0, \quad |\lambda^P, \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_Q(\mathbf{X}, \mathbf{Q}) = 0, \quad |\lambda^Q, \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_S(\mathbf{X}) \leq 0, \quad |\sigma, \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_U(\mathbf{X}) \leq 0, \quad \left| \begin{array}{c} \mu^{U \max} \\ \mu^{U \min} \end{array} \right|, \quad (5)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g) \leq 0, \quad \left| \begin{array}{c} \pi \\ \psi \\ \rho \end{array} \right|, \quad (6)$$

где $\mathbf{P} = \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_d$ — векторы активных и реактивных узловых мощностей, $\mathbf{P}_g, \mathbf{Q}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_d$ — векторы размерности N , сформированные из активных и реактивных мощностей генераторов P_g, Q_g или нагрузок P_d, Q_d соответственно, N — число узлов в ЭЭС, $\mathbf{F}_P, \mathbf{F}_Q$ — вектор-функции нелинейных уравнений УР в узлах ЭЭС для активной и реактивной мощности, $\mathbf{X} = [\delta^T \ \mathbf{U}^T]^T$ — вектор размерности $2N$ фаз и модулей напряжений, \mathbf{P}_S — нелинейные сетевые ограничения перетока активной мощности в контролируемых сечениях в прямом и обратном направлении вида $P_s^{\min} \leq P_s \leq P_s^{\max}$, \mathbf{F}_U — ограничения по напряжению вида $U_i^{\min} \leq U_i \leq U_i^{\max}$, \mathbf{D} — ограничения на предел изменения активных и реактивных мощностей генераторов и нагрузок.

Через черту в (1)–(6) записаны обозначения МЛ, соответствующих ограничениям. Коэффициент η к целевой функции объединяет задачу поиска минимума и максимума целевой функции в виде единой формулировки. При $\eta = 1$ ищется минимум функции, при $\eta = -1$ — максимум. Рассматриваются следующие целевые функции $f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d)$:

1. Минимизация суммарной стоимости расходуемого топлива в квадратичном виде:

$$f = \sum_{g \in \mathcal{G}} a_g P_g^2 / 2 + b_g P_g + c_g \rightarrow \min, \quad (7)$$

в линеаризованном виде:

$$f = \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g P_g = \mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \min. \quad (8)$$

2. Минимизация потерь:

$$f = P_b \rightarrow \min, \quad (9)$$

где P_b — активная мощность генератора в балансирующем узле.

3. Максимизация функции благосостояния:

$$f = \sum_{d \in \mathcal{D}} C_d P_d - \sum_{g \in \mathcal{G}} C_g P_g = \mathbf{C}_d^T \mathbf{P}_d - \mathbf{C}_g^T \mathbf{P}_g \rightarrow \max. \quad (10)$$

Запишем функцию Лагранжа задачи оптимизации (1)–(6):

$$L = f(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d) \eta + \mathbf{F}_P(\mathbf{X}, \mathbf{P})^T \lambda^P + \mathbf{F}_Q(\mathbf{X}, \mathbf{Q})^T \lambda^Q + \\ + \mathbf{P}_S(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F}_U(\mathbf{X})^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^{U \max} \\ \boldsymbol{\mu}^{U \min} \end{bmatrix} + \mathbf{D}(\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g)^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \boldsymbol{\psi} \\ \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Условие Куна-Таккера оптимальности первого порядка — равенства нулю градиента функции Лагранжа по переменной \mathbf{X} — записывается в виде:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} \right)^T = \mathbf{J}^T \lambda + \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu} = 0, \quad (12)$$

где \mathbf{J}, \mathbf{J}_S — матрицы Якоби нелинейных уравнений УР и ограничений на переток мощности в контролируемых сечениях соответственно, $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda^P \\ \lambda^Q \end{bmatrix}$,

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^\delta \\ \boldsymbol{\mu}^U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\mu}^{U \max} - \boldsymbol{\mu}^{U \min} \end{bmatrix}.$$

Также должен быть равен нулю градиент функции Лагранжа по переменным $\mathbf{P}_g, \mathbf{P}_d, \mathbf{Q}_g$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{P}_g} \right)^T &= \eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}_g} \right)^T - \lambda^P + \boldsymbol{\pi}^{\max} - \boldsymbol{\pi}^{\min} = 0, \\ \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{P}_d} \right)^T &= \eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}_d} \right)^T + \lambda^P + \boldsymbol{\psi}^{\max} - \boldsymbol{\psi}^{\min} = 0, \\ \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{Q}_g} \right)^T &= \eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{Q}_g} \right)^T - \lambda^Q + \boldsymbol{\rho}^{\max} - \boldsymbol{\rho}^{\min} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Оставшиеся необходимые условия включают ограничения в виде равенств (2)–(3), условия на неотрицательность МЛ к неравенствам и условия дополняющей нежесткости вида $\pi_i P_{g_i} \geq 0$ к ограничениям (4)–(6).

В узлах, где по результатам оптимизации активная (реактивная) мощность не достигла предела, МЛ λ_j^P устанавливаются равными параметрам

Таблица 1 — Производные целевой функции к активной и реактивной мощности

Целевая функция	$(\partial f / \partial \mathbf{P}_g)^T$	$(\partial f / \partial \mathbf{Q}_g)^T$	$(\partial f / \partial \mathbf{P}_d)^T$
(7)	$\mathbf{C}_g^{\text{кв. ХОПЗ}} = \mathbf{a}_g \text{diag}(\mathbf{P}_g) + \mathbf{b}_g$	$\mathbf{0}$	—
(8)	\mathbf{C}_g	$\mathbf{0}$	—
(9)	1	$\mathbf{0}$	—
(10)	$-\mathbf{C}_g$	$\mathbf{0}$	\mathbf{C}_d

целевой функции согласно таблице 1. Назовем такие узлы и такие параметры целевой функции МЛ-формирующими. Узлы, не являющиеся МЛ-формирующими, назовем МЛ-принимающими.

Для реактивной мощности подход аналогичен. Значение МЛ λ_j^Q в МЛ-формирующем по реактивной мощности узле j с возможностью регулирования реактивной мощности (т. е. с $Q_g^{\min} < Q_g < Q_g^{\max}$) равно нулю, поскольку $\partial f / \partial Q_g = 0$.

В зависимости от решения задачи оптимизации в узле j можно выделить четыре зависимые и четыре независимые переменные: P_j и λ_j^P , Q_j и λ_j^Q ; δ_j и μ_j^δ , U_j и μ_j^U . Представим на основе дуальности зависимых (неизвестных) и независимых (известных) переменных новую классификацию узлов. Она предполагает разбиение полного множества узлов на подмножества $MP(MQ)$ МЛ-формирующих и $TP(TQ)$ МЛ-принимающих узлов, подмножества узлов с контролируруемыми $CD(CV)$ и свободными $LD(LV)$ напряжениями. В таблице 2 показаны связи между параметрами режима и соответствующими МЛ в предположении, что оптимальный режим ЭЭС подвержен малым возмущениям. На рис. 1 показана взаимосвязь подмножеств MP, MQ, TP, TQ с типами узлов оптимального режима ЭЭС.

Отнесение узла к подмножествам TP и CV означает, что активная мощность и модуль напряжения в этом узле зафиксированы (известны), а соответствующие им МЛ варьируются (неизвестны). Обозначения MP и LV напротив указывают, что активная мощность и модуль напряжения в узле по результатам оптимизации варьируются, а соответствующие им МЛ зафиксированы (известны). Аналогичные обозначения действуют для узловой реактивной мощности и фазы напряжения в узле.

Множества дополняют друг друга до полного множества узлов следующим образом: $MP \cup TP = \mathcal{N}$, $MQ \cup TQ = \mathcal{N}$, $CD \cup LD = \mathcal{N}$, $CV \cup LV = \mathcal{N}$, где \mathcal{N} — множество всех узлов в ЭЭС.

Введем множества переменных m и t , которые включают MP, MQ и TP, TQ узлы соответственно. Например, для вектора λ фильтрация переменных по множеству m будет означать вектор МЛ уравнений баланса активной и реактивной мощности соответствующих МЛ-формирующих узлов $\lambda_m = \begin{bmatrix} \lambda_{MP}^P \\ \lambda_{MQ}^Q \end{bmatrix}$. Аналогично введем l и s множества переменных, которые

Таблица 2 — Типы узлов при оптимизации установившегося режима

Тип узла	Обозначение	Известные параметры	Неизвестные параметры
МЛ-формирующий, балансирующий по активной (реактивной) мощности	$MP(MQ)$	$\lambda_j^P(\lambda_j^Q)$	$P_j(Q_j)$
МЛ-принимающий	$TP(TQ)$	$P_j(Q_j)$	$\lambda_j^P(\lambda_j^Q)$
Контролируемый (модуль, фаза напряжения контролируется)	$CD(CV)$	$U_j(\delta_j)$	$\mu_j^U(\mu_j^\delta)$
Неконтролируемый (модуль, фаза напряжения не контролируется)	$LD(LV)$	$\mu_j^U(\mu_j^\delta)$	$U_j(\delta_j)$

одновременно будут описывать и модули, и фазы напряжений, относящихся к контролируемым или свободным величинам. Мощность множеств mUt , $l \cup c$ равна $2N$.

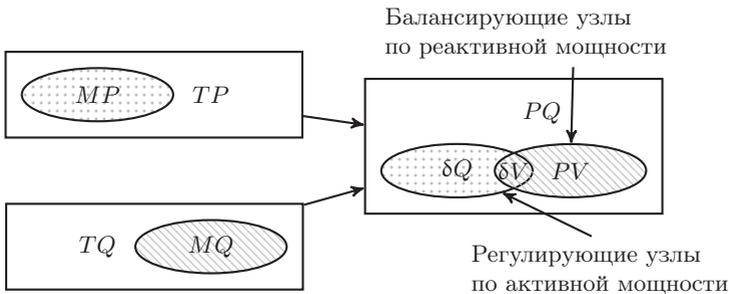


Рис. 1 — Взаимосвязь множеств МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов с типами узлов в ЭЭС

Вторая глава посвящена исследованию чувствительности решения задачи оптимизации УР ЭЭС к малым воздействиям. В ней приводится обзор литературы по вопросу чувствительности, разрабатывается схема взаимосвязи известных и неизвестных переменных (параметров режима и МЛ) с использованием новой классификации узлов. Разрабатывается математическая модель чувствительности.

Чувствительность какой-либо величины в задаче оптимизации к малому возмущению входных данных представляет собой частную производную. Построение модели чувствительности для расчета частных производных в задачах оптимизации сводится к формированию необходимых условий первого порядка оптимальности к системам уравнений и применению к последним классической теоремы о неявной функции.

Активные и реактивные узловые мощности, а также соответствующие им МЛ на основе предложенной классификации узлов можно отнести к воздействиям, реакциям или фиксированным величинам (таблица 3). Для целевой функции (7) $\lambda_{MP} = C_{gMP}^{кв.} \cdot X_{ОПЗ}$, а ХОПЗ (характеристики относительного прироста затрат) зависят от уровня загрузки генерирующего оборудования. Тогда λ_{MP} относятся к реакциям системы. Рассмотрение влияющих на λ_{MP} параметров приводит к тому, что параметры целевой функции $C_{gMP}, C_{dMP}, a_{gMP}, b_{gMP}$ следует отнести к воздействиям.

Таблица 3 — Категории узловых мощностей и отвечающих им МЛ

Целевая функция	Параметры (воздействия)	Реакции	Фиксированные величины
(7)	P_{TP}, Q_{TQ}	$P_{MP}, Q_{MQ}, \lambda_{MP}, \lambda_{TP}, \lambda_{TQ}$	$\lambda_{MQ} = 0$
(8), (10)	$P_{TP}, Q_{TQ}, \lambda_{MP}$	$P_{MP}, Q_{MQ}, \lambda_{TP}, \lambda_{TQ}$	$\lambda_{MQ} = 0$
(9)	P_{TP}, Q_{TP}	$P_{MP} = P_b, Q_{MQ}, \lambda_{TP}, \lambda_{TQ}$	$\lambda_{MP} = \lambda_b = 1, \lambda_{MQ} = 0$

Из необходимых условий оптимальности следует, что МЛ к неактивным ограничениям на предел регулирования модулей и фаз напряжений также равны нулю. Поэтому вместо параметров (воздействий) μ_{LV}, μ_{LD} должны быть отнесены к фиксированным переменным. Отнесение модулей и фаз напряжений и соответствующих им МЛ к параметрам, реакциям и фиксированным величинам дано в таблице 4.

Таблица 4 — Категории модулей и фаз напряжений, отвечающих им МЛ

Параметры (воздействия)	Реакции	Фиксированные величины
U_{CV}	$U_{LV}, \delta_{LD}, \mu_{CV}$	$\delta_{CD} = 0, \mu_{CD} = 0, \mu_{LV} = 0, \mu_{LD} = 0$

Чувствительность целевой функции f в оптимальной точке и другие параметры оптимального режима, в том числе потери, сдвиг фаз в ветвях ЭЭС и др., также можно рассчитать, зная чувствительность базовых реакций ЭЭС.

Использование новой классификации позволяет сформировать схемы взаимосвязей переменных в модели чувствительности. На примере целевых функций минимизации стоимости топлива в линейном виде и максимизации общественного благосостояния схема взаимосвязей показана на рис. 2. Разработанные схемы наиболее полно отражают взаимосвязи переменных в малой окрестности решения задачи оптимизации УР ЭЭС.

Малое приращение какого-либо параметра задачи приведет к изменению переменных. Обозначим параметр буквой d и определим производные: $\partial R_j / \partial d$, где R — реакция, d — воздействие.

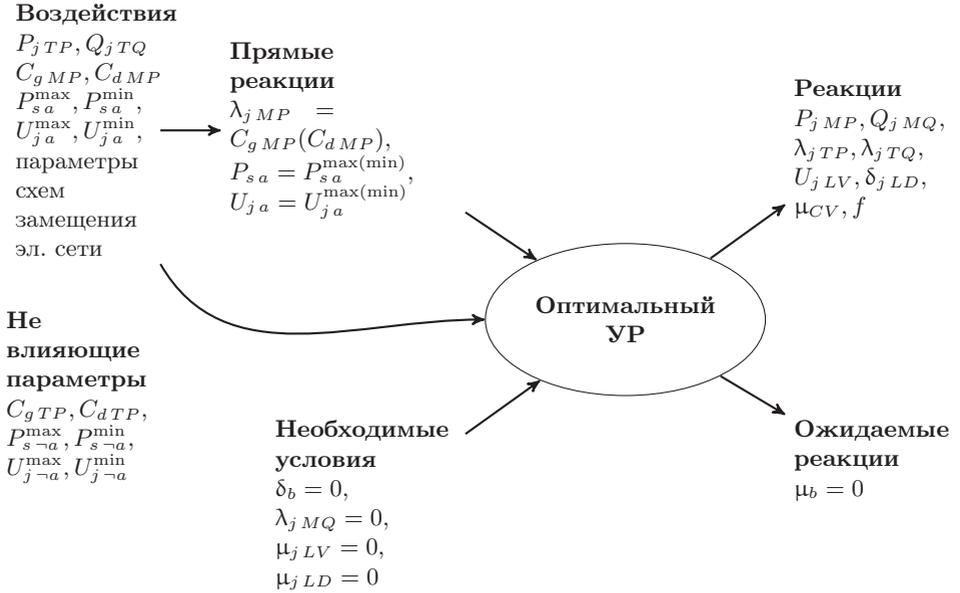


Рис. 2 — Взаимосвязь переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального УР ЭЭС на примере целевых функций (8), (10)

Математическая модель чувствительности относительно реакций ЭЭС. Для нахождения производных рассмотрим уравнения (2)–(3), их линеаризация в оптимальной точке дает:

$$\mathbf{J}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{F}_P \\ \mathbf{F}_Q \end{bmatrix}}{\partial \mathbf{d}} \Delta\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где \mathbf{d} — вектор воздействующих параметров на систему.

Линеаризация ограничений перетока активной мощности в контролируемом сечении дает:

$$\mathbf{J}_S\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{d}} \Delta\mathbf{d} = \Delta\mathbf{P}_S. \quad (15)$$

Линеаризация условий (13) в MP -узлах даст:

$$\Delta\lambda_{MP} = \begin{cases} \text{diag}(\Delta\mathbf{a}_{MP})\mathbf{P}_{MP} + \text{diag}(\mathbf{a}_{MP})\Delta\mathbf{P}_{MP} + \Delta\mathbf{b}_{MP} & \text{для (7);} \\ \Delta\mathbf{C}_{MP} & \text{для (8), (10);} \\ \mathbf{0} & \text{для (9),} \end{cases} \quad (16)$$

где через \mathbf{C}_{MP} обозначим вектор, состоящий из соответствующих МЛ-формирующих параметров целевой функции C_g или C_d .

Линеаризация (12) в оптимальной точке дает уравнение:

$$\frac{\partial \mathbf{J}^T \lambda}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{J}^T \lambda}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} + \mathbf{J}^T \Delta \lambda + \frac{\partial \mathbf{J}_S \boldsymbol{\sigma}^T}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{J}_S \boldsymbol{\sigma}^T}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} + \mathbf{J}_S^T \Delta \boldsymbol{\sigma} + \Delta \boldsymbol{\mu} = 0. \quad (17)$$

Разобьем матрицу Якоби по множеству переменных MP, TP, MQ, TQ совместно с CV, LV, CD, LD следующим образом:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{MQ}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TP}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{CD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \mathbf{U}_{CV}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \boldsymbol{\delta}_{LD}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{TQ}}{\partial \mathbf{U}_{LV}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{X}_c} & \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{X}_l} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{X}_c} & \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{X}_l} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

При этом используем разбиение вектор-функций $\mathbf{F}_P, \mathbf{F}_Q$ также по переменным, как показано на рис. 3.

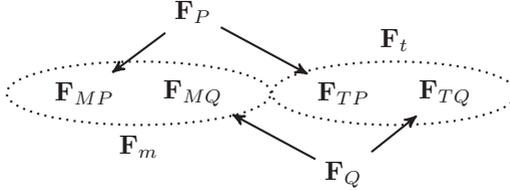


Рис. 3 — Разделение вектор-функций в соответствии с новой классификацией узлов

Собрав все полученные уравнения в одно матричное уравнение, получим математические модели чувствительности вида $\mathbf{S} \Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{D}$. На примере целевых функций (8), (10) математическая модель чувствительности принимает вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{(\cdot)l} & \mathbf{J}_{t(\cdot)}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I}_\mu \\ -\mathbf{I}_P & -\mathbf{I}_Q & \mathbf{J}_{ml} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{tl} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{S(\cdot)l} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_m \\ \Delta \mathbf{Q}_m \\ \Delta \mathbf{X}_l \\ \Delta \lambda_t \\ \Delta \boldsymbol{\sigma} \\ \Delta \boldsymbol{\mu}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_{(\cdot)c} \Delta \mathbf{X}_c - \mathbf{J}_{MP(\cdot)}^T \Delta \lambda_{MP} - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d} \\ -\mathbf{J}_{mc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \\ \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_t \\ \Delta \mathbf{Q}_t \end{bmatrix} - \mathbf{J}_{tc} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{P}_S - \mathbf{J}_{S(\cdot)c} \Delta \mathbf{X}_c - \frac{\partial \mathbf{P}_S}{\partial \mathbf{d}} \Delta \mathbf{d} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\text{где } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{J}^T \lambda}{\partial \mathbf{X}} + \frac{\partial \mathbf{J}_S \boldsymbol{\sigma}^T}{\partial \mathbf{X}}, \mathbf{H}_d = \frac{\partial \mathbf{J}^T \lambda}{\partial \mathbf{d}} + \frac{\partial \mathbf{J}_S \boldsymbol{\sigma}^T}{\partial \mathbf{d}}.$$

Для целевой функции (9) система уравнений будет аналогична системе (19) с той разницей, что $\Delta\lambda_m = 0$.

Для того чтобы определить частные производные, необходимо выбрать интересующее управляющее воздействие d, X_c, λ_m и т. д. из правой части уравнений и взять предел, решив систему (19):

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial d} = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta d} = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \mathbf{S}^{-1} \frac{\Delta \mathbf{D}}{\Delta d} = \mathbf{S}^{-1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial d}. \quad (20)$$

Математическая модель чувствительности относительно воздействий на ЭЭС. Рассмотрим вместо квадратной системы уравнений (19), размерность которой определяется выделением фиксированных и зависимых переменных, прямоугольную систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{J}^T & \mathbf{J}_S^T & \mathbf{I}_\mu & \mathbf{H}_d & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I}_P & -\mathbf{I}_Q & \mathbf{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_S & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \lambda \\ \Delta \sigma \\ \Delta \mu \\ \Delta d \\ \Delta \mathbf{P}_S \end{bmatrix} = \mathbf{S}_f \Delta \mathbf{x} = \mathbf{0}. \quad (21)$$

Найдя базис ядра линейного оператора из (21), запишем, что $\mathbf{S}_f \mathbf{Bc} = \mathbf{0}$, где \mathbf{B} — матрица, состоящая из векторов базиса, \mathbf{c} — некоторые коэффициенты. Приращения переменных и параметров определяются как $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{Bc}$.

Определим вектор \mathbf{c} , выбрав для этого из прямоугольной матрицы \mathbf{B} строки, соответствующие фиксированным переменным и воздействиям, получив квадратную матрицу \mathbf{S}_r . Имея вектор воздействий, получим искомые коэффициенты $\mathbf{c} = \mathbf{S}_r^{-1} \Delta \mathbf{x}_{\text{возд}}$. Если рассматривать все имеющиеся воздействия и представить их единичной матрицей, то $\mathbf{c} = \mathbf{S}_r^{-1}$.

В случае, если матрица \mathbf{S} вырождена, имеются воздействия, приводящие к одинаковым реакциям в ЭЭС. Сформулируем алгоритм поиска зависимых воздействий. Дано: Параметры оптимального УР, перечень воздействий.

1. Определить ядро оператора \mathbf{S}_f в (21).
2. Сформировать сокращенную матрицу чувствительности \mathbf{S}_r , выбрав строки, соответствующие воздействиям в $\Delta \mathbf{x}$.
3. Если матрица вырождена, то имеются зависимые воздействия.
4. Для каждого нулевого собственного числа \mathbf{S}_r определить левый собственный вектор $\mathbf{v}_{\gamma=0}$.
5. Ненулевые значения в $\mathbf{v}_{\gamma=0}$ указывают на зависимые воздействия.

В третьей главе проводится анализ свойств МЛ, сделан обзор литературы по проблеме их декомпозиции, предлагается новый метод декомпозиции

относительно МЛ-формирующих параметров целевой функции с одновременным расчетом веса различных факторов. Предложена физическая интерпретация МЛ на основе свойств оптимального режима.

Классическая декомпозиция. Зафиксировав одно из значений МЛ на каком-либо уровне и приняв $\lambda_b^Q = 0$, можно получить выражение для остальных МЛ. Относительно любого узла b (обычно за такой узел принимается базисный узел) значения МЛ λ_{-b}^P , λ_{-b}^Q легко выражаются и равны

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_{-b}^P \\ \lambda_{-b}^Q \end{bmatrix} &= -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} (\mathbf{J}_b^T \lambda_b^P + \mathbf{J}_{S-b}^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu}_{-b}) = \\ &= -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_b^T \lambda_b^P - (\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S-b}^T \boldsymbol{\sigma} - (\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \boldsymbol{\mu}_{-b}. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь индексы b и $-b$ обозначают соответствующие подматрицы. Векторы $\lambda_{-b}^P, \lambda_{-b}^Q$ включают МЛ для всех узлов, кроме базисного. В формуле (22) очевидно, что матрица \mathbf{J}_{-b}^T зависит от выбора базисного узла, а значит, от него зависит и каждая рассчитанная компонента.

Наиболее известная формула классической декомпозиции для узла j вместо (22) записывается в следующей форме:

$$\lambda_j^P = \left(1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j}\right) \lambda_b^P - \sum_s \frac{\partial P_s}{\partial P_j} \sigma_s, \quad (23)$$

где ΔP_l — совокупные нагрузочные потери в ЭЭС.

В таком виде она легче трактуется. Так, λ_b^P — МЛ в базисном узле, $\left(1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j}\right) \lambda_b^P$ — составляющая МЛ с учетом вклада потерь, а $-\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j} \lambda_b^P$ — вклад потерь, который характеризуется относительным приростом нагрузочных потерь в системе при увеличении мощности в узле j и балансировании этой мощности в базисном узле³.

Последнее слагаемое в (23) $\sum_s \frac{\partial P_s}{\partial P_j} \sigma_s$ является вкладом сетевых ограничений и характеризуется изменением перетока в контролируемом сечении s при увеличении мощности в узле j . В случае если рассматриваемый узел находится близко к базисному или совпадает с ним, то в таком узле вклад потерь и сетевых ограничений всегда отсутствует. В классическом подходе считается, что на базисный узел такие факторы, как потери и сетевые ограничения, влияния не оказывают.

Декомпозиция относительно МЛ-формирующих узлов. В работах Cheng X. и Overbye T.J., Orfanogianni T. и Gross G., Litvinov E. предложен совершенно иной подход к разложению на основе соотношения

$$\lambda_t^P = \left(\frac{\partial \mathbf{P}_m}{\partial \mathbf{P}_t}\right)^T \lambda_m^P. \quad (24)$$

³Следует отметить, что согласно обозначениям, принятым в данной работе, мощность считается положительной в узле генератора, отрицательной в узле нагрузки.

В работе Litvinov E., например, формула (24) получена следующим образом. Для линеаризованной постановки задачи берутся уравнения из классической декомпозиции (22):

$$\begin{aligned}\lambda_m^P &= \mathbf{DF}_m \lambda_b^P + \mathbf{T}_m \boldsymbol{\sigma}, \\ \lambda_t^P &= \mathbf{DF}_t \lambda_b^P + \mathbf{T}_t \boldsymbol{\sigma},\end{aligned}\quad (25)$$

где по смыслу (22) $\mathbf{DF} = -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_b^T$, $\mathbf{T} = -(\mathbf{J}_{-b}^T)^{-1} \mathbf{J}_S^T$ — векторы коэффициентов $\partial P_b / \partial P_i$ и $\partial P_s / \partial P_i$ относительных приростов мощности в базисном узле и контролируемом сечении при изменении мощности в узле i , а m, t — соответствующие строки матриц для МЛ-формирующих и МЛ-принимающих узлов.

Из первого выражения в (25) можно получить $\begin{bmatrix} \lambda_b^P \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix}$ и подставить во второе, получив:

$$\lambda_t^P = [\mathbf{DF}_t \ \mathbf{T}_t] [\mathbf{DF}_m \ \mathbf{T}_m]^{-1} \lambda_m^P. \quad (26)$$

В работе Orfanogianni T. и Gross G. уравнение (12) записывается в следующей форме:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_m \\ \mathbf{J}_t \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda_m^P \\ \lambda_t^P \end{bmatrix} + \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma} = 0, \quad (27)$$

где $\mathbf{J}_m = \partial \mathbf{P}_m / \partial \boldsymbol{\delta}$, $\mathbf{J}_t = \partial \mathbf{P}_t / \partial \boldsymbol{\delta}$. Индексы m, t обозначают соответствующие строки матрицы Якоби \mathbf{J} .

Далее берутся строки для МЛ-принимающих узлов и МЛ выражаются как:

$$\lambda_t^P = -(\mathbf{J}_t^T)^\dagger (\mathbf{J}_m^T \lambda_m^P + \mathbf{J}_S^T \boldsymbol{\sigma}), \quad (28)$$

где $(\mathbf{J}_t^T)^\dagger = (\mathbf{J}_t^T \mathbf{J}_t)^{-1} \mathbf{J}_t^T$ — псевдообратная матрица неквадратной матрицы \mathbf{J}_t^T . Компоненты МЛ предлагается получить с помощью (24).

Указанные подходы исключают зависимость от балансирующего узла, но имеют следующие недостатки: вклад сетевых ограничений нельзя разложить на индивидуальные вклады каждого из ограничений, подход в полной нелинейной оптимизации дает неадекватные составляющие, отсутствует физический смысл компонент.

Новый метод взвешенной декомпозиции относительно МЛ-формирующих узлов. Запишем (12), выделив балансирующие узлы по активной мощности MP и реактивной мощности MQ и узлы, относящиеся к множествам TP и TQ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{mm}^T & \mathbf{J}_{tm}^T \\ \mathbf{J}_{mt}^T & \mathbf{J}_{tt}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_m \\ \lambda_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_S^T(:,m) \\ \mathbf{J}_S^T(:,t) \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_m \\ \boldsymbol{\mu}_t \end{bmatrix} = 0, \quad (29)$$

где m, t определяются в соответствии с рис. 3, а матрицы Якоби разбиваются аналогично (18), но для m, t строк и столбцов.

Рассмотрим вторую строку из (29):

$$\mathbf{J}_{tt}^T \boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{J}_{mt}^T \boldsymbol{\lambda}_m + \mathbf{J}_{S^{(:)t}}^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu}_t = 0, \quad (30)$$

и, учитывая, что вектор $\boldsymbol{\lambda}_m$ равен параметрам целевой функции $\mathbf{C}_m = [\mathbf{C}_{MP}^T \ \mathbf{C}_{MQ}^T]^T$, причем $\mathbf{C}_{MQ} = 0$, выразим $\boldsymbol{\lambda}_t$ как:

$$\boldsymbol{\lambda}_t = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \left(\mathbf{J}_{mt}^T \mathbf{C}_m + \mathbf{J}_{S^{(:)t}}^T \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\mu}_t \right). \quad (31)$$

Учтем, что МЛ $\boldsymbol{\mu}_t$, $\boldsymbol{\sigma}$ зависят от параметров целевой функции и могут быть через них выражены. По определению эти множители равны производной целевой функции по соответствующему ограничению:

$$\boldsymbol{\sigma} = -\eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}_S^{\max}} \right)^T = -\eta \left(\mathbf{J}_{m^{(:)}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{P}_S^{\max}} \right)^T \mathbf{C}_m, \quad (32)$$

$$\boldsymbol{\mu}_t = -\eta \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}_t^{\max}} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}_t^{\min}} \right)^T = -\eta \left(\mathbf{J}_{m^{(:)}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_t^{\max}} - \mathbf{J}_{m^{(:)}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_t^{\min}} \right)^T \mathbf{C}_m. \quad (33)$$

Для нахождения производных воспользуемся уравнениями чувствительности. Формулу (31) с учетом (32)–(33) можно представить в следующем виде:

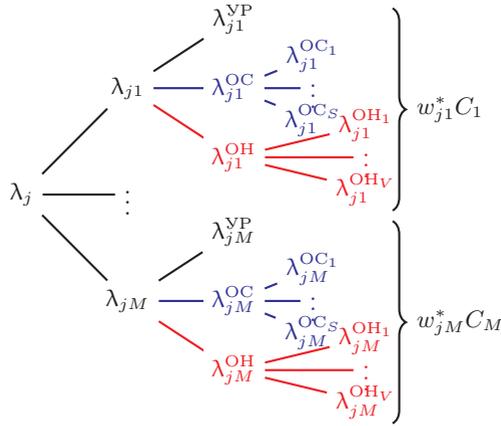
$$\lambda_j = \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{YP}} C_i + \sum_{s \in S} \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{OC}_s} C_i + \sum_{v \in \mathbf{U}^{\max(\min)}} \sum_{C_i \in \mathbf{C}} w_{ji}^{\text{OH}_v} C_i. \quad (34)$$

Таким образом, мы получаем разложение МЛ на режимный вклад — УР, вклад сетевых ограничений — ОС, вклад ограничений по напряжению — ОН (рис. 4), зависящее только от МЛ-формирующих параметров и не зависящее от промежуточных двойственных переменных.

При отсутствии активных ограничений на перетоки мощности в контролируемых сечениях и ограничений по напряжению, когда $\boldsymbol{\sigma} = 0$ и $\boldsymbol{\mu}_t = 0$, декомпозиция МЛ по МЛ-формирующим параметрам выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{\lambda}_t^{\text{YP}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{mt}^T \mathbf{C}_m = \mathbf{W}^{\text{YP}} \mathbf{C}_m. \quad (35)$$

Утверждение 1. Каждый коэффициент w_{ji}^{YP} для узла j при элементе C_i показывает относительный прирост мощности в МЛ-формирующем узле i при увеличении нагрузки в узле j в данном оптимальном режиме.

Рис. 4 — Компоненты МЛ в узле j

Доказательство. Рассмотрим малое приращение узловых мощностей в МЛ-принимающих узлах $[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T]^T$. Оно вызовет изменение фаз и модулей напряжения в МЛ-принимающих узлах:

$$\begin{bmatrix} d\delta_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{tt}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix}. \quad (36)$$

МЛ-формирующие узлы являются регулируемыми узлами. При расчете УР уравнения баланса активной мощности для регулирующих узлов не составляются. Фазы напряжений в них полагаются неизменными и известными из решения задачи оптимизации. Неизменными также полагаются напряжения в узлах балансирования реактивной мощности. Тогда прирост мощности в МЛ-формирующих узлах будет равен:

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{P}_m \\ d\mathbf{Q}_m \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{mt} \begin{bmatrix} d\delta_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{mt} \mathbf{J}_{tt}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix} = -(\mathbf{W}^{YP})^T \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Если малые приращения рассмотреть в отношении нагрузок независимо друг от друга, т.е. представить отрицательной диагональной единичной матрицей $[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T]^T = -\mathbf{I}$, то матрица относительных приростов мощности в МЛ-формирующих узлах будет равна

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{P}_m \\ d\mathbf{Q}_m \end{bmatrix} = (\mathbf{W}^{YP})^T \mathbf{I} = (\mathbf{W}^{YP})^T, \quad (38)$$

что и требовалось доказать. \square

При наличии в оптимальном режиме активных сетевых ограничений и $\sigma > 0$ в МЛ появляется *компонента сетевых ограничений*:

$$\lambda_t^{OC} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S(;)t}^T \sigma. \quad (39)$$

Утверждение 2. Каждый коэффициент w_{ji}^{OC} для узла j при элементе C_i характеризуется реакцией потоков мощности в контролируемых сечениях на увеличение нагрузки в узле j в данном оптимальном режиме.

Доказательство. Согласно (36) малое приращение узловых мощностей в МЛ-принимающих узлах $[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T]^T$ вызовет изменение фаз и модулей напряжения в МЛ-принимающих узлах. В МЛ-формирующих узлах по активной (реактивной) мощности фазы (модули) напряжений неизменны. Тогда приращение перетока в контролируемых сечениях будет равно:

$$d\mathbf{P}_S = \mathbf{J}_{S(\cdot)t} \begin{bmatrix} d\delta_t \\ d\mathbf{U}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{S(\cdot)t} \mathbf{J}_{tt}^{-1} \begin{bmatrix} d\mathbf{P}_t \\ d\mathbf{Q}_t \end{bmatrix}. \quad (40)$$

При $[d\mathbf{P}_t^T \ d\mathbf{Q}_t^T]^T = -\mathbf{I}$ имеем:

$$d\mathbf{P}_S = -\mathbf{J}_{S(\cdot)t} \mathbf{J}_{tt}^{-1}. \quad (41)$$

Тогда для (39) получим:

$$\lambda_t^{\text{OC}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mathbf{J}_{S(\cdot)t}^T \boldsymbol{\sigma} = d\mathbf{P}_S^T \boldsymbol{\sigma}. \quad (42)$$

□

При наличии в оптимальном режиме активных ограничений по напряжению и $\mu_t > 0$ в МЛ аналогично появляется *компонента ограничений по напряжению*:

$$\lambda_t^{\text{OH}} = -(\mathbf{J}_{tt}^T)^{-1} \mu_t. \quad (43)$$

Утверждение 3. Каждый коэффициент w_{ji}^{OH} для узла j при элементе C_i характеризуется реакцией модуля напряжения (фазы напряжения, если рассматриваются ограничения на диапазон изменения фаз) в МЛ-принимающих узлах при увеличении нагрузки в узле j в данном оптимальном режиме. Доказывается утверждение аналогично.

Отметим, что сетевые ограничения и ограничения по напряжению из-за перераспределения мощности в регулирующих узлах являются причиной искажения МЛ по сравнению с режимной компонентой.

Предложена физическая интерпретация МЛ, согласно которой они формируются на нескольких уровнях: УР без учета ограничений, влияния на УР сетевых ограничений и ограничений по напряжению. В основе формирования МЛ лежит УР с регулируемыми узлами, в который входят МЛ-формирующие узлы. Вес каждого из факторов определяет относительный прирост мощности в регулирующих узлах: режимная компонента — при покрытии последнего 1 МВт мощности в МЛ-принимающем узле без ограничений, компоненты ограничений — при внесении каждого из ограничений.

Показана взаимосвязь между весовыми коэффициентами декомпозиции МЛ и параметрами оптимального УР через реакцию регулирующих узлов на изменение узловых мощностей. Показано, что МЛ представимы в виде линейной комбинации параметров целевой функции. Физическое обоснование такого представления, что подтверждается расчетами, позволяет использовать такую комбинацию не только в малой окрестности оптимального режима, но и в широком диапазоне изменения параметров целевой функции.

На основании рассмотренного можно сформулировать следующие свойства МЛ:

1. МЛ определяются оптимальным режимом, в результате чего можно выделить режимную компоненту. При наличии активных сетевых ограничений, ограничений по напряжению к значениям МЛ добавляются компоненты, которые могут как увеличивать МЛ, так и уменьшать. Степень изменения МЛ определяется свойствами оптимального режима. Т.е. МЛ отражают особенности УР, полученного в ходе оптимизации, аккумулируя в себе различные факторы.

2. МЛ разбивается на компоненты, каждая из которых имеет физическую и экономическую интерпретацию. Физическая интерпретация формируется на основании откликов УР с регулируемыми узлами, экономическая определяется параметрами целевой функции.

Таким образом, МЛ определяются параметрами целевой функции и свойствами УР в оптимальной точке. Преимуществами рассмотрения МЛ в таком виде является их предсказуемость и обоснованность. Кроме того, МЛ, как и УР, в оптимальной точке не зависят от выбора балансирующего узла.

В четвертой главе рассматриваются области применения математических моделей чувствительности и метода взвешенной декомпозиции МЛ для решения различных задач применительно к оптовому рынку электроэнергии.

МЛ используются в качестве цен на РСВ и БР в ежедневно проводимых конкурентных отборах ценовых заявок участников оптового рынка электроэнергии и мощности в России. Анализом узловых цен занимаются подразделения крупных генерирующих компаний и крупных потребителей, независимые аналитические агентства, предлагающие свои продукты по прогнозу и анализу цен широкому кругу пользователей, в том числе небольшим участникам рынка. Инфраструктурные организации в своем штате также содержат подразделения или отдельных сотрудников, которые отвечают за анализ узловых цен.

Наиболее исследованной областью анализа цен является рассмотрение условий, каким образом были отобраны заявленные участниками мощности. Подобный анализ основан на рассмотрении ценообразующих (закрывающих) заявок, полностью отобранных и полностью не отобранных

заявок. Анализируются такие условия, как прогноз потребления, плановая выработка мощности гидроэлектростанций, мощности атомных электростанций, включение или выключение крупных блоков тепловых электростанций с относительно высокими КПД и низкими ценами в заявках. Учитываются крупные ремонты сетевого оборудования и сопутствующие изменения максимально допустимого перетока в контролируемых сечениях, начало или окончание отопительного сезона, весеннего половодья, рост цен на топливо.

Отметим, что до настоящего времени не существовало теоретической базы, позволяющей обосновать формирование узловых равновесных цен, кроме того факта, что они являются МЛ к уравнениям баланса активной мощности. Данный пробел восполняет метод взвешенной декомпозиции узловых цен, который через параметры оптимального режима связывает узловые цены с ценообразующими заявками.

В соответствии с разработанным методом и предложенной физической интерпретацией узловых цен формирование низких (в том числе нулевых) или высоких цен объясняется необходимостью снижения или увеличения режимной компоненты цены при поставке последнего 1 МВт. Относительный прирост мощности в рассматриваемом узле с нестандартной узловой ценой требует не только соответствующей загрузки регулирующих узлов, но и соблюдения активных ограничений. В таком случае происходит перезагрузка мощности в регулирующих узлах в объеме, необходимом для поддержания активных ограничений на заданном уровне. Высокая узловая цена является следствием роста предельных издержек в ЭЭС из-за одновременного роста узловой мощности в МЛ-формирующем узле с более высокой ценой и ее снижения в МЛ-формирующем узле с более низкой ценой. Формирование низкой узловой цены, наоборот, является следствием снижения предельных издержек в ЭЭС из-за обратной ситуации.

Анализ разницы узловых цен между соседними узлами также может сопровождаться анализом относительных приростов мощности в регулирующих узлах. На соседние узлы могут оказывать влияние одни и те же факторы, однако приросты мощности в регулирующих узлах будут различны из-за отличающихся откликов ЭЭС в рассматриваемых узлах.

Отдельная задача встает перед потребителями, расположенными в отдалении от крупных промышленных центров с присущим им ценообразованием, например на границе субъектов РФ. Образование цен в узлах таких потребителей в разное время и в разной степени согласовано с ближайшими региональными центрами. Результатом суммирования влияния большого количества разных факторов является самостоятельная динамика узловых цен, отличающаяся от соответствующих динамик ближайших центров. Проведение анализа узловых цен для смежных узлов, находящихся на границе энергосистем, — крайне сложная задача из-за небольшого веса большого количества влияющих факторов. В такой ситуации метод

взвешенной декомпозиции также оказывается полезным. Кроме того, что он позволяет определить точный вес влияния той или иной ценообразующей заявки, того или иного фактора, с его помощью можно выделить вес факторов за длительный период времени. Суммарная стоимость электроэнергии, выставленная потребителю в счете, может быть разбита на различные составляющие, сформированные по различным причинам.

Помимо рассмотренных ранее ограничений на РСВ в конкурентном отборе ценовых заявок учитываются суточные интегральные ограничения на выработку электроэнергии гидроэлектростанциями (ГЭС), межчасовые ограничения на сброс (набор мощности генераторами). Для учета суточных режимов рассмотрим задачу оптимизации 24-часовыми интервалами с целевой функцией (1), составленной для суток с ограничениями (2)–(6) на каждый час, а также ограничениями:

$$P_{g(h-1)} - n_{gh}^- \leq P_{gh}, \quad g \in \mathcal{G}, h = \overline{1, 24} \quad | \nu_{gh}^-, \quad (44)$$

$$P_{gh} \leq P_{g(h-1)} + n_{gh}^+, \quad g \in \mathcal{G}, h = \overline{1, 24} \quad | \nu_{gh}^+, \quad (45)$$

$$W_g^{\min} \leq \sum_{h=1}^{24} P_{gh} \Delta t \leq W_g^{\max}, \quad g \in \mathcal{G}^{int} \quad | \omega_g^{\max(\min)}. \quad (46)$$

Каждая переменная дополняется индексом h , обозначающим момент времени, к которому она относится. Неравенства (44)–(45) определяют ограничения сброса и набора мощности. Параметры n_{gh}^-, n_{gh}^+ обозначают максимально допустимые значения сброса, набора мощности генераторов за час соответственно. Неравенства (46) представляют собой интегральные ограничения. Параметры W_g^{\min}, W_g^{\max} обозначают соответственно минимальные и максимальные значения производства электроэнергии на ГЭС за сутки ($\Delta t = 1$ час).

Составляется новая функция Лагранжа, включающая часовые и новые межчасовые ограничения. Выполняются необходимые условия оптимальности с тем различием, что первая система уравнений в (13) запишется как

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_{gh}} = C_{gh} - \lambda_{ih}^P - \pi_{gh}^{\min} + \pi_{gh}^{\max} + \\ + \nu_{g(h+1)}^- - \nu_{gh}^- + \nu_{gh}^+ - \nu_{g(h+1)}^+ - \omega_g^{\min} + \omega_g^{\max} = 0. \end{aligned} \quad (47)$$

В этой связи можно отметить, что при активном интегральном ограничении:

$$\lambda_{ih}^P = C_{gh} - \omega_g^{\min} + \omega_g^{\max} = \text{idem}. \quad (48)$$

При неактивном интегральном ограничении в часах, когда генератор работает на максимальном или минимальном пределе регулирования, справед-

лива формула

$$\lambda_{ih}^P = C_{gh} + \pi_{gh}^{\max} - \pi_{gh}^{\min} \neq \text{idem}, \quad (49)$$

в других часах он является стандартным МЛ-формирующим генератором и

$$\lambda_{ih}^P = C_{gh}. \quad (50)$$

При активных ограничениях сброса или набора мощности, если ограничения активны в течение нескольких m часов, то имеют место выражения:

$$\begin{aligned} \lambda_{ih_1}^P &= C_{gh_1} - \mathbf{v}_{gh_1}^+, \\ \lambda_{ih_2}^P &= C_{gh_2} + \mathbf{v}_{gh_1}^+ - \mathbf{v}_{gh_2}^+, \\ &\dots \\ \lambda_{ih_{m-1}}^P &= C_{gh_{m-1}} + \mathbf{v}_{gh_{m-2}}^+ - \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^+, \\ \lambda_{ih_m}^P &= C_{gh_m} + \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^+ \end{aligned} \quad (51)$$

или

$$\begin{aligned} \lambda_{ih_1}^P &= C_{gh_1} + \mathbf{v}_{gh_1}^-, \\ \lambda_{ih_2}^P &= C_{gh_2} - \mathbf{v}_{gh_1}^- + \mathbf{v}_{gh_2}^-, \\ &\dots \\ \lambda_{ih_{m-1}}^P &= C_{gh_{m-1}} - \mathbf{v}_{gh_{m-2}}^- + \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^-, \\ \lambda_{ih_m}^P &= C_{gh_m} - \mathbf{v}_{gh_{m-1}}^-. \end{aligned} \quad (52)$$

Отметим, что сумма всех МЛ равна сумме ценовых параметров целевой функции:

$$\sum_{h=h_1}^{h_m} \lambda_{ih}^P = \sum_{h=h_1}^{h_m} C_{gh}^l. \quad (53)$$

Иначе говоря, МЛ в разных часах в среднем равен C_{gh}^l , если последний не меняется.

На основе полученных выражений и анализа чувствительности суточных оптимальных режимов к малым возмущениям разработана классификация узлов ЭЭС для суточных оптимальных режимов (таблица 5).

МЛ можно разложить на составляющие следующим образом:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_{t1} \\ \vdots \\ \lambda_{t24} \end{bmatrix} &= - \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{tt1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{tt24} \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{mt1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{mt24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m1} + \mathbf{v}_{m1} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{m24} + \mathbf{v}_{m24} \end{bmatrix} + \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{S(\cdot)t1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{J}_{S(\cdot)t24} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}_{24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_{t1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\mu}_{t24} \end{bmatrix} \right), \quad (54) \end{aligned}$$

Таблица 5 — Типы узлов в оптимальном режиме

Тип узла	Обозначение	Известные параметры	Неизвестные параметры
МЛ-формирующий часовой	$MP_h^n(MQ_h)$	$\lambda_{jh}^P(\lambda_{jh}^Q)$	$P_{jh}(Q_{jh})$
МЛ-формирующий межчасовой	MP_h^{ramp}	$\lambda_{j(h-1)}^P + \lambda_{jh}^P$	λ_{jh}^P, P_{jh}
МЛ-принимающий часовой	$TP_h^n(TQ_h)$	$P_{jh}(Q_{jh})$	$\lambda_{jh}^P(\lambda_{jh}^Q)$
МЛ-принимающий межчасовой	TP_h^{int}	$\sum_{h=1}^{24} P_{jh} \Delta t$	λ_{jh}^P, P_{jh}
Контролируемый (модуль, фаза напряжения контролируется)	$CD_h(CV_h)$	$U_{jh}(\delta_{jh})$	$\mu_{jh}^U(\mu_{jh}^\delta)$
Неконтролируемый (модуль, фаза напряжения не контролируется)	$LD_h(LV_h)$	$\mu_{jh}^U(\mu_{jh}^\delta)$	$U_{jh}(\delta_{jh})$

где векторы \mathbf{v}_{mh} составлены из МЛ $\mathbf{v}_{gh}^{+(-)}$ согласно (51) и (52), а связь $\mathbf{v}_{gh}^{+(-)}$, σ_{sh} , μ_{jth} с \mathbf{C}_m определяется через чувствительность целевой функции к соответствующим пределам ограничений.

Рассмотрим особенности декомпозиции при учете активных интегральных ограничений. Исходя из (48), для интегрального ограничения формируется единый МЛ. Можем записать, что

$$\lambda_{th}^{int}(\mathbf{C}_{mh}, \mathbf{C}_{m-h}) = \text{idem}. \quad (55)$$

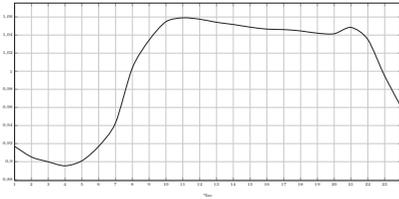
Данное свойство уравнивания часовых режимов и часовых МЛ-формирующих параметров вполне ожидаемо. Интегральный объем перераспределяется из ночных часов малых нагрузок в часы пиковых нагрузок. В течение суток отбираются мощности генераторов с примерно равными ценовыми параметрами, а единый МЛ в узле с интегральным ограничением формируется всеми часовыми МЛ-формирующими параметрами сразу. Его можно использовать в качестве МЛ-формирующего связующего между часами. Примем, что

$$\lambda_t^{int}(\mathbf{C}_{m1}, \dots, \mathbf{C}_{m24}) = \frac{1}{|H^{int}|} \sum_{h \in H^{int}} \lambda_{th}^{int}(\mathbf{C}_{mh}, \mathbf{C}_{m-h}), \quad (56)$$

где H^{int} — множество часов, где действует интегральное ограничение (т.е. при активном интегральном ограничении, когда мощность генератора не ограничена часовыми пределами).

Предполагая, что λ_{th}^{int} в данном часе сформирован извне, можно использовать данный МЛ как МЛ-формирующий. После решения соответствующих уравнений в (54) вместо $\mathbf{C}_m^{int} = \lambda_t^{int}$ можно подставить выражение (56). Это позволит учесть также возможность регулирования мощности в таком узле и применить утверждения 1—3.

На примере схемы ЭЭС из 30 узлов с использованием суточного профиля нагрузки (рис. 5, а) при декомпозиции получаем выравнивание весовых коэффициентов в узле с интегральным ограничением (рис. 5, б).



а) Суточный профиль нагрузки

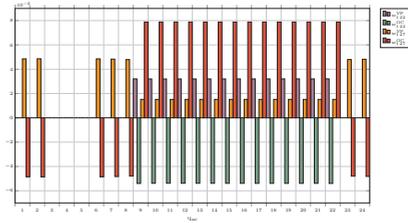
б) Веса часовых
МЛ-формирующих узлов в
интегральном МЛ в узле 1

Рис. 5 — Выравнивание весов МЛ-формирующих узлов

Полученные наблюдения подтверждают или позволяют сделать следующие выводы об оптимальных суточных режимах ЭЭС:

- Узел с активным интегральным ограничением является МЛ-принимающим.
- Узел с активным ограничением на сброс (набор) мощности является МЛ-формирующим.
- В течение суток в узле с интегральным ограничением МЛ сохраняется постоянным.
- Исключения составляют часы, в которых мощность ограничена часовыми пределами генератора. В такие часы формирование МЛ является независимым.
- В общем случае формирование МЛ взаимозависимо между различными часовыми интервалами.
- Интегральное ограничение выполняет функцию выравнивания нагрузки по мощности. Кроме этого, происходит и выравнивание по ценовому параметру. Оно проявляется не только в том, что замыкающими генераторами становятся генераторы с равными в течение суток ценовыми параметрами, но и в том, что коэффициенты влияния таких генераторов уравниваются.
- Ограничение сброса (набора) мощности приводит к скачкам МЛ, которые объясняются необходимостью разгрузки (загрузки) генераторов с более низкими (высокими) ценовыми параметрами целевой функции.

Внедрение устройств FACTS и компенсирующих устройств реактивной мощности повышает экономичность производства и передачи электроэнергии, а также позволяет управлять узловыми ценами. Это делает внедрение таких устройств потенциально выгодным для участников рынка. Определение адресного влияния того или иного ограничения на узловые цены и управление им позволяет распределить стоимость внедрения на таких участников.

Пятая глава посвящена вопросам выделения в ЭЭС зон влияния различных факторов. Приводится сравнительный обзор подходов к такому разделению. Предлагаются новые подходы на основе весовых коэффициентов метода взвешенной декомпозиции. Разрабатывается алгоритм сравнения зон между собой и выделения устойчивых зон.

Зоны могут быть использованы в различных целях: 1) выявление устойчивых зон влияния различных факторов; 2) укрупнение и упрощение ЭЭС для целей прогнозирования перспективных МЛ; 3) анализ стратегий участников рынка в периоды ограничения пропускной способности электрической сети и в периоды, когда такое ограничение не существенно.

МЛ как характеристика оптимального режима позволяют разделить ЭЭС на подсистемы таким образом, что между подсистемами будут слабые связи.

Подсистема или зона влияния может задаваться следующими параметрами:

- 1) Активное ограничение: контролируемое сечение или узел, в котором контролируется напряжение.
- 2) Направление сработавшего ограничения и как следствие характер влияния на МЛ (увеличение/уменьшение).
- 3) МЛ-формирующий узел.
- 4) Множество узлов, отнесенных к зоне.

Уникальный набор этих параметров задает сущность зоны. Определим зону как набор узлов, для которых выполняется следующее неравенство:

$$N_k = \{j\} : |w_j| > w_{\min}. \quad (57)$$

Если весовой коэффициент по абсолютной величине выше какой-то наперед заданной границы, то узел принадлежит зоне влияния высоких или низких МЛ.

Зоны могут быть выделены по режимным и суммарным весам. Рассмотрим результат решения оптимизационной задачи, показанный на рис. 6. Применение (57) при $w_{\min} = 1/|MP|$ показано на рис. 7.

Можно отдельно выделить карманы нагрузки. Для этого рассматривается сумма коэффициентов $w_{ji} = w_{ji}^{YP} + w_{ji}^{OC_s}$. Также зоны могут быть выделены по факторным весовым коэффициентам. Для ЭЭС-2746 выделение зон по компоненте ограничения в цену $\sum_i w_{ji}^{OC_s} \lambda_i^P$ представлено на рис. 8.

Инкрементальный алгоритм формирования базы зон. Предположим, что имеется информация о значениях сетевых коэффициентов в моменты времени $t \in T$. Для каждого сечения $s \in \mathcal{S}$ каждого МЛ-формирующего $m \in MP$ введем матрицу вкладов в узлы

$$\mathbf{W}^{sm} = \{\mathbf{w}_t^{sm}\}_{t \in T} \in \mathbf{R}^{|T| \times n}, \quad \mathbf{w}_t^{sm} = (w_{t1}^{sm}, w_{t2}^{sm}, \dots, w_{tn}^{sm}). \quad (58)$$

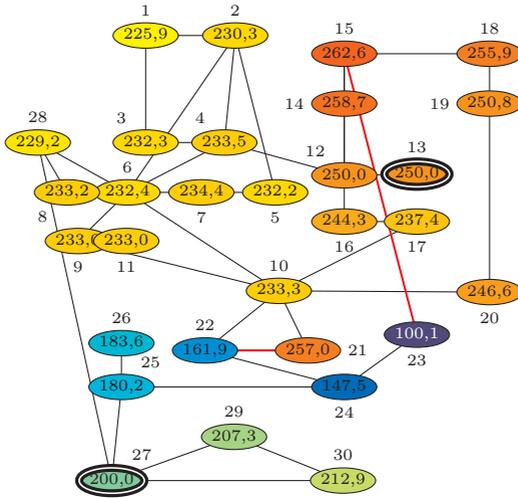
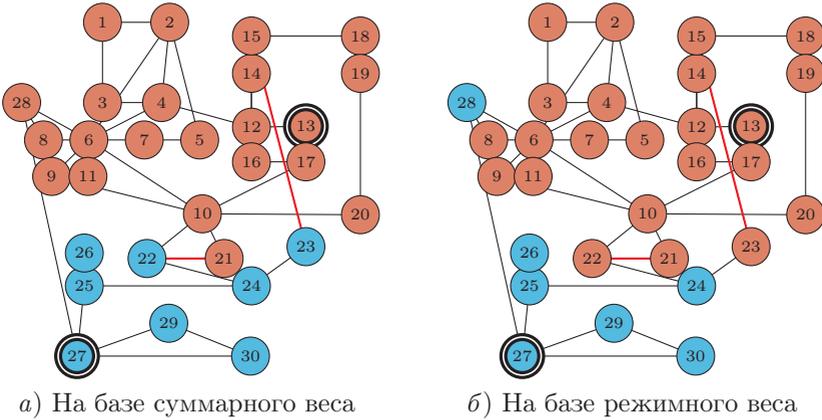


Рис. 6 – МЛ в ЭЭС-30



а) На базе суммарного веса

б) На базе режимного веса

Рис. 7 – Выделение зоны влияния МЛ-формирующих узлов

Каждая строка матрицы \mathbf{W}^{sm} представляет из себя вектор вкладов сечения во все узлы системы в определенный момент времени. Используем фильтр для трансформации каждой строки w_i^{sm} в булев вектор \mathbf{b}_i^s . Для этого можно использовать пороговую функцию с параметром w_{\min}

$$f(w_i) = \begin{cases} 0, & |w_i| < w_{\min}, \\ 1, & |w_i| \geq w_{\min}, \end{cases} \quad (59)$$

получив, таким образом, индикацию *зоны влияния системных ограничений* как множества узлов с «высоким» по модулю (относительно порога w_{\min}) уровнем влияния системных ограничений.

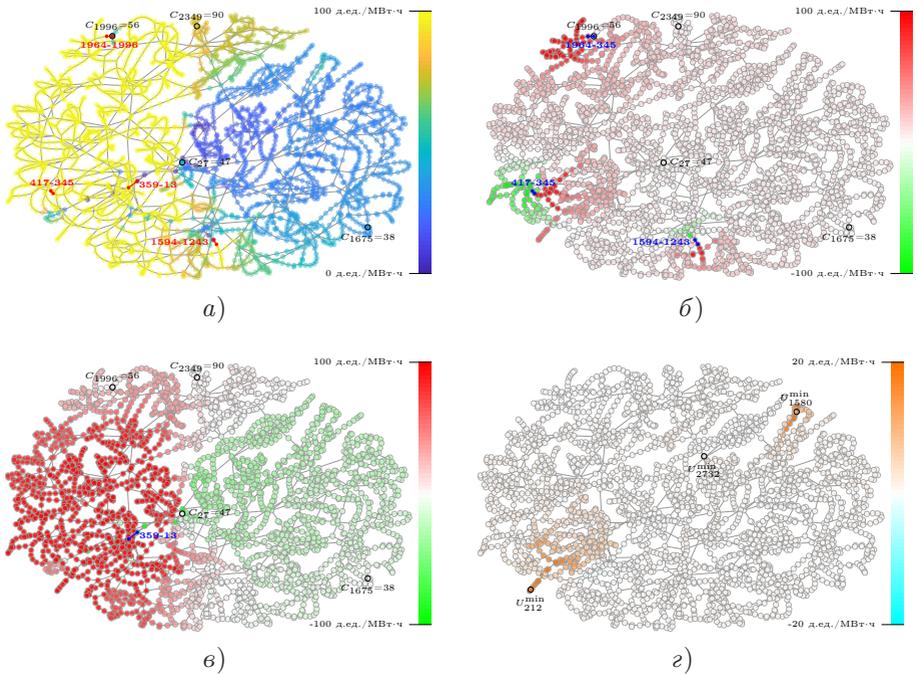


Рис. 8 — Зоны в ЭЭС-2746

Изначально подход формулировался для задачи с большим T , поэтому одним из требований к алгоритму была возможность формулировки в виде пошаговой кластеризации и обновления оценок. Также предполагается, что алгоритм осуществляет один просмотр данных и может пользоваться только последовательным чтением. Результатом алгоритма должно быть множество булевых векторов, которые идентифицируют сущности зон влияния системных ограничений.

Алгоритм заключается в следующем: осуществляется последовательный просмотр всех прототипов \mathbf{b}_t , и на каждом шаге производится проверка на сходство с определенными ранее сущностями или результирующими оценками зон. Разработана метрика, обладающая свойствами расстояния для такой проверки. Если между зоной и какой-либо сущностью расстояние не превышает некоторого параметра γ , то считается, что это одна и та же сущность.

В шестой главе рассматриваются эквивалентные модели ЭЭС и дается обоснование принципам укрупнения ЭЭС на основе сохранения взаимоотношения между режимными параметрами и МЛ, рассматривается подходящий для этого метод эквивалентирования ЭЭС, на основе статистических данных формируются модели для объединенных энергосистем (ОЭС) Сибири, Урала, Средней Волги, Северо-Запада и Юга.

Рассмотрим классическую декомпозицию МЛ для простейшего примера ЭЭС из двух узлов (рис. 9). В случае отсутствия вклада активных ограничений формула (23) при условии, что узел 1 является МЛ-формирующим, будет выглядеть следующим образом:

$$\lambda_2 = \lambda_1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} \lambda_1 \quad \text{или} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2}, \quad (60)$$

где ΔP_l — совокупные нагрузочные потери в ЭЭС.

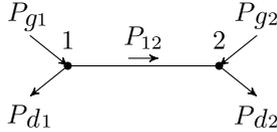


Рис. 9 — Энергосистема из двух узлов

Нагрузочные потери активной мощности в линии будут равны $\Delta P_l = (P_{12}^2 + Q_{12}^2) \cdot R_{12}/U_2^2$, где $P_{12} = P_{g2} - P_{d2}$. Тогда производная нагрузочных потерь при изменении нагрузки в узле 2 будет равна:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} = \frac{2R_{12}P_{12}}{U_2^2} = \frac{2R_{12}(P_{g2} - P_{d2})}{U_2^2}. \quad (61)$$

Получается, что отношение двух МЛ линейно зависит от мощности нагрузки и генератора в узле 2. Это может быть использовано для построения линейной регрессии вида:

$$\lambda_2/\lambda_1 = \beta_0 + \beta_{P_g} P_{g2} + \beta_{P_d} P_{d2}. \quad (62)$$

Предположим, что узлы 1 и 2 связывают две одинаковые параллельные линии и в определенные моменты времени одна из линий находится в ремонте и отключена. Тогда эквивалентное активное сопротивление связи между узлами будет вдвое больше. И в различные моменты времени сопротивления будут различаться. В этом случае в регрессию необходимо добавить эквивалентные сопротивления и объясняющими переменными будут $R_{12}^3 P_{g2}$ и $R_{12}^3 P_{d2}$.

Допустим, что рассматриваемая схема из двух узлов является лишь фрагментом более сложной ЭЭС (рис. 10). Объединив узлы 0 и 1 в один МЛ-формирующий узел, найдем, что для соотношений $\lambda_i/\lambda_1, i = 2, \dots, 4$ справедливы линейные регрессии (62). Далее учтем, что МЛ-формирующим является узел 0, и рассмотрим формулу (60) в следующем виде:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_1}. \quad (63)$$

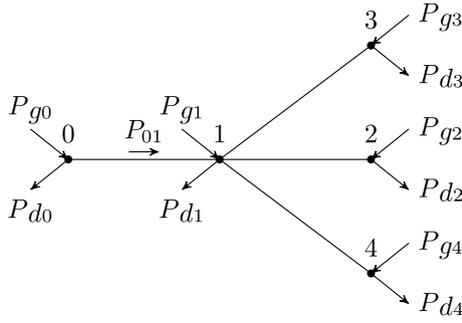


Рис. 10 — Энергосистема из пяти узлов

Производная нагрузочных потерь при изменении нагрузки в узле 1 будет равна:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_1} \approx \frac{2R_{01}P_{01}}{U_0^2} = \frac{2R_{01} \sum_{i=1}^4 (P_{gi} - P_{di})}{U_0^2}. \quad (64)$$

Тогда справедливо описать соотношение λ_1/λ_0 линейной регрессией вида:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \beta_0 + R_{01} \sum_{i=1}^4 (\beta_{P_{gi}R} P_{gi} + \beta_{P_{di}R} P_{di}). \quad (65)$$

Для сложных ЭЭС следует использовать выражение нагрузочных потерь в виде

$$\Delta P_l = \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{P} + \mathbf{B}_0 \mathbf{P} + B_{00}, \quad (66)$$

где \mathbf{P} — вектор узловых мощностей, \mathbf{B} , \mathbf{B}_0 , B_{00} — коэффициенты квадратичной, линейной и постоянной зависимости потерь. По смыслу элементы матрицы \mathbf{B} близки к активным составляющим собственных и взаимных сопротивлений в сети.

Тогда производную нагрузочных потерь к мощности в узле j , используемую в формуле (60), можно представить в виде линейной зависимости от мощности во всех узлах:

$$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_j} = \mathbf{P}^T \mathbf{B}_{(:,j)} + \mathbf{B}_{j(:,)} \mathbf{P} + B_{0j}. \quad (67)$$

Рассмотрим схему на рис. 11 из трех узлов. Принимая узел 1 за МЛ-формирующий, можно получить соотношения для МЛ в узле 2 и 3:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} &= 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_2} = \beta_0 + \beta_{P_{g2}R} P_{g2} + \beta_{P_{d2}R} P_{d2} + \beta_{P_{g3}R} P_{g3} + \beta_{P_{d3}R} P_{d3}, \\ \frac{\lambda_3}{\lambda_1} &= 1 - \frac{\partial \Delta P_l}{\partial P_3} = \gamma_0 + \gamma_{P_{g2}R} P_{g2} + \gamma_{P_{d2}R} P_{d2} + \gamma_{P_{g3}R} P_{g3} + \gamma_{P_{d3}R} P_{d3}. \end{aligned} \quad (68)$$

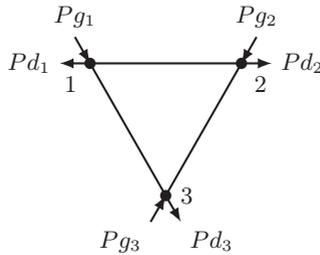


Рис. 11 — ЭЭС из трех узлов

Также как и в случае с разомкнутой сетью, на взаимосвязь МЛ оказывает влияние топология электрической сети. В разные моменты времени элементы матриц \mathbf{B} , \mathbf{B}_0 будут различны. Их изменение предлагается рассматривать также вводом отдельной переменной — взаимным эквивалентным сопротивлением между зонами:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \beta_0 + \sum_{k=2}^3 (\beta_{P_{gk}} P_{gk} + \beta_{P_{dk}} P_{dk}) + \sum_{ij \in \mathcal{V}} R_{ij} \sum_{k=2}^3 (\beta_{P_{gk} R_{ij}} P_{gk} + \beta_{P_{dk} R_{ij}} P_{dk}),$$

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_1} = \gamma_0 + \sum_{k=2}^3 (\gamma_{P_{gk}} P_{gk} + \gamma_{P_{dk}} P_{dk}) + \sum_{ij \in \mathcal{V}} R_{ij} \sum_{k=2}^3 (\gamma_{P_{gk} R_{ij}} P_{gk} + \gamma_{P_{dk} R_{ij}} P_{dk}).$$

(69)

Пример формирования регрессионных моделей приведен для ОЭС Юга на данных РСВ за период с 01.01.2016 г. по 17.04.2017 г. (таблица 6). Данные были очищены от случаев существенного влияния контролируемых сечений. Для проверки модели использовались 500 случайных часовых интервалов.

Таблица 6 — Характеристики регрессионных моделей ОЭС Юга

№	Энергосистема	R^2	RMSE	МЛ, руб./МВт·ч	
				Факт	Модель
1	Волгоград	0,942	$0,930 \times 10^{-2}$	1251,34	1257,45
2	Росгов	0,904	$1,05 \times 10^{-2}$	1388,14	1385,18
3	Вост. Кубань	0,812	$0,799 \times 10^{-2}$	1402,28	1402,05
4	Северо-зап. Кубань	0,764	$1,33 \times 10^{-2}$	1519,85	1518,72
5	Юго-зап. Кубань	0,898	$0,655 \times 10^{-2}$	1445,08	1443,98
6	Ставрополь	0,904	$1,21 \times 10^{-2}$	1417,54	1419,63
7	Сев. Кавказ	0,899	$0,683 \times 10^{-2}$	1440,46	1441,84
8	Дагестан и Чечня	0,960	$0,816 \times 10^{-2}$	1490,13	1489,15
9	Калмыкия и Астрахань	0,945	$0,522 \times 10^{-2}$	1266,97	1267,33

В седьмой главе рассматривается применение разработанных методов идентификации устойчивых зон влияния сетевых ограничений и фор-

мирования эквивалентных моделей ЭЭС применительно к оптовому рынку электроэнергии в России. Рассматриваются зоны высоких и низких МЛ, сформированные на РСВ. Показано использование укрупненных зон и моделирование взаимосвязи МЛ между ними для оценки экономических следствий при реализации схем и программ перспективного развития ЭЭС России.

Идентификация устойчивых зон проводилась на исторических данных с результатами РСВ за 2012—2013 годы. В основу была положена классическая декомпозиция МЛ относительно балансирующего узла во Владимире. Исходные данные формировались из двух источников. В одном содержалась информация о контролируемых сечениях, включающая плановый переток, пределы, входящие в состав линии, МЛ сетевых ограничений σ . Во втором источнике рассматривались почасовые значения $w_{tj}^s = \partial P_s / \partial P_j$.

Для подбора параметра w_{\min} требуется определение порога отсеечения, который бы выбросил из рассмотрения узлы, в которых нет влияния системных ограничений или оно крайне незначительно. Если взглянуть на распределение коэффициента (рис. 12) как независимой случайной величины, то будет четко выделяться три больших кластера в районе значений $-1, 0$ и 1 . Исходя из теоретической оценки параметров распределения центрального кластера значение параметра $w_{\min} \simeq 0,2$.

Параметр γ регулирует степень обобщения и поэтому может выбираться субъективно в зависимости от цели исследования или на основании оптимизации некоторого функционала. Для исследований было выбрано значение $0,2$, в котором число различных зон при одних и тех же идентификаторах в среднем снижается ниже трех. Выбросами с большим количеством сущностей стали сечения транзитного перетока мощности между ОЭС Урала и Сибири, сечения Московского кольца и зоны ОЭС Юга.

Графическое представление наиболее часто возникавших в рамках 2012 и 2013 года зон с устойчивым влиянием системных ограничений представлено на рис. 13. Красным цветом отмечены дефицитные зоны, в которых наблюдался более высокий уровень МЛ, зеленым — избыточные с более низким уровнем МЛ.

Так, например, устойчивый характер сохранился для регионов Северного Кавказа и юга России, что объясняется недостаточным уровнем сете-

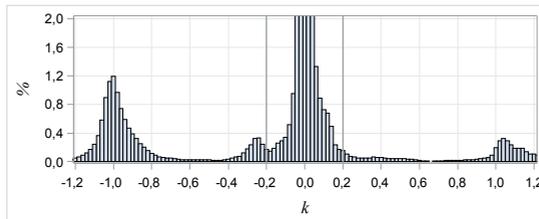


Рис. 12 — Распределение коэффициента вклада сечений за 2013 год



а) 2012 г.



б) 2013 г.

Рис. 13 — Оценки зон влияния системных ограничений в 2012–2013 гг.

вой инфраструктуры и отсутствием внутренних крупных дешевых электростанций. В 2013 году внутри зоны Юга выделился кластер Сочи, обусловленный тем, что в преддверии зимних Олимпийских игр в регионе построили несколько новых подстанций и была введена Адлерская ТЭЦ. До начала олимпиады уровень спроса в районе проведения олимпиады сохранялся на относительно низком уровне, а поставка вовне из зоны мощности Адлерской ТЭЦ ограничивалась. Кроме того, в 2013 году сохранились зоны гг. Пермь, Чебоксары, Кирова и рабочего поселка Мамакан.

Одно из применений эквивалентных моделей ЭЭС заключается в возможности учета неоднородности МЛ в ЕЭС России для оценки прогнозной стоимости электроэнергии на РСВ и БР.

Строительство линий электропередачи окажет значимое влияние на цены оптового рынка в тех регионах, где наблюдается существенное различие МЛ за счет снижения влияния ограничений сети и нагрузочных

потерь на цены. На территории, где МЛ примерно равны друг другу (однородны), усиление сетевой инфраструктуры не приведет к изменению рыночных цен.

Строительство крупных электростанций приведет к росту мощности генераторов и локальному снижению цены, тогда как рост электропотребления или вытеснение локального производства крупными электростанциями в соседних регионах — к повышению цены.

Рассмотрим энергосистему Мурманской области, в которой согласно Схеме и программе перспективного развития ЕЭС России от 2016 года предполагается: модернизация 1-го блока и вывод из эксплуатации 2-го блока Кольской АЭС, строительство транзита воздушных линий 330 кВ Кольская АЭС — Князегубская ГЭС — Лоухи — Путкинская ГЭС — Ондская ГЭС общей протяженностью 298 км в 2019 г., Ондская ГЭС — Петрозаводская — Тихвин-Литейный общей протяженностью 558 км в 2020 г.

Рассмотрим следующие сценарии: 1) перспектива на период времени с 2018 по 2022 годы; 2) минимальный, максимальный и средний по статистике за 2010—2016 годы уровень водности и соответствующая ему выработка электроэнергии гидроэлектростанциями; 3) вывод из эксплуатации двух блоков 1-й очереди Кольской АЭС, вывод только второго блока и модернизация первого, модернизация обоих блоков. Рассмотрим схему взаимосвязей для моделирования, показанную на рис. 14.



Рис. 14 — Структурная схема взаимосвязи энергосистем

На базе данных за каждый час 2016 года с внесением изменений в ЕЭС согласно Схеме и программе развития ЕЭС России проведем расчет для каждого сценария для каждого часа за рассматриваемый период времени. Принимая ОЭС Центра за МЛ-формирующий узел, возьмем ее цену как основу для моделирования цен в ОЭС Северо-Запада. Будем считать, что находящиеся в холодном резерве блоки Кольской АЭС будут компенсировать снижение мощности ГЭС и вывод других блоков из эксплуатации. Если мощность нельзя компенсировать, то будем считать, что она балансируется генераторами за пределами ОЭС Северо-Запада. При перераспределении мощностей учтем сетевые ограничения на транзите линий электропередачи 330 кВ, а также увеличение пропускной способности контролируемых сечений на 200 МВт.

Моделирование различных условий функционирования ЭЭС показывает, что цены РСВ в Мурманской области в зависимости от сценария будут различаться от 811,85–1028,65 руб./МВт·ч в 2018 году до 779,94–1085,59 руб./МВт·ч в 2021 году. При реализации инвестиционного проекта строительства сетевой инфраструктуры, несмотря на прогнозируемый рост потребления, цены в 2022 году практически не изменятся и составят 781,76–1088,04 руб./МВт·ч. Стоимость прогнозных объемов электроэнергии в Мурманской области составит 10,44–13,22 млрд руб. в 2018 году и 10,11–14,07 млрд руб. в 2022 году. Если рассматривать базовый вариант модернизации блоков Кольской АЭС (в случае, когда выведено 0 блоков из эксплуатации), то разброс цен составляет от 811,85–926,87 руб./МВт·ч в 2018 году до 779,94–978,54 руб./МВт·ч и 781,76–980,76 руб./МВт·ч в 2021 и 2022 годах соответственно. В таком случае стоимость электроэнергии составит 10,44–11,91 млрд руб. в 2018 году и 10,11–12,68 млрд руб. в 2022 году. Анализ проведен в ценах 2016 года.

Можно сделать заключение, что вывод из эксплуатации двух блоков Кольской АЭС приведет к приросту цены на электроэнергию в среднем на 98,23 руб./МВт·ч при малой водности, 69,13 руб./МВт·ч при средней водности и 44,82 руб./МВт·ч при максимальной водности. Стоимость электроэнергии вырастет соответственно на 1,27, 0,89 и 0,58 млрд руб. в год.

Оценим отдельно фактор строительства второй цепи транзита линий электропередачи 330 кВ в Кольскую энергосистему. Для этого для данных 2022 года смоделируем ситуацию, в которой проект развития электрической сети не реализовывался. Увеличение пропускной способности на 200 МВт позволит снизить «невыдаваемую» мощность Кольской АЭС. Кроме того, это приведет к повышению цен в Кольской энергосистеме вследствие снижения потерь электроэнергии при выдаче мощности. В сценариях малой и средней водности цены РСВ будут выше в среднем на 35,86 руб./МВт·ч.

Выделим следующие этапы структурного анализа ЭЭС при моделировании узловых цен:

1. Выделение подсистем и влияющих сечений. По возможности подсистемы должны иметь общепринятое территориальное разделение, такое как ОЭС, субъекты РФ. Это позволит использовать результаты расчета для последующей координации с перспективами развития топливно-энергетического комплекса, транспортной инфраструктуры и других отраслей промышленности. При невозможности такого разделения целесообразно использовать разработанные в пятой главе методы идентификации зон.

2. Выделение взаимосвязанных иерархических уровней. Выделяются три иерархических уровня: верхний уровень ОЭС, средний уровень региональных энергосистем и нижний уровень объектов электроэнергетики. На верхнем уровне используется агрегированная модель ЭЭС, а на нижнем –

более детальные модели. На каждом уровне рассматривается упрощенная ЭЭС со своими узлами и связями.

На рис. 15 отображены верхний и средний структурные уровни. К верхнему уровню относятся ОЭС. Средние региональные уровни выделены в ОЭС Северо-Запада, ОЭС Юга, ОЭС Урала и ОЭС Сибири. В двух последних Тюменская энергосистема, восточной и западной части ОЭС Сибири выделены по причине слабых связей и сильного различия узловых цен на данных территориях по сравнению со средними уровнями в ОЭС.

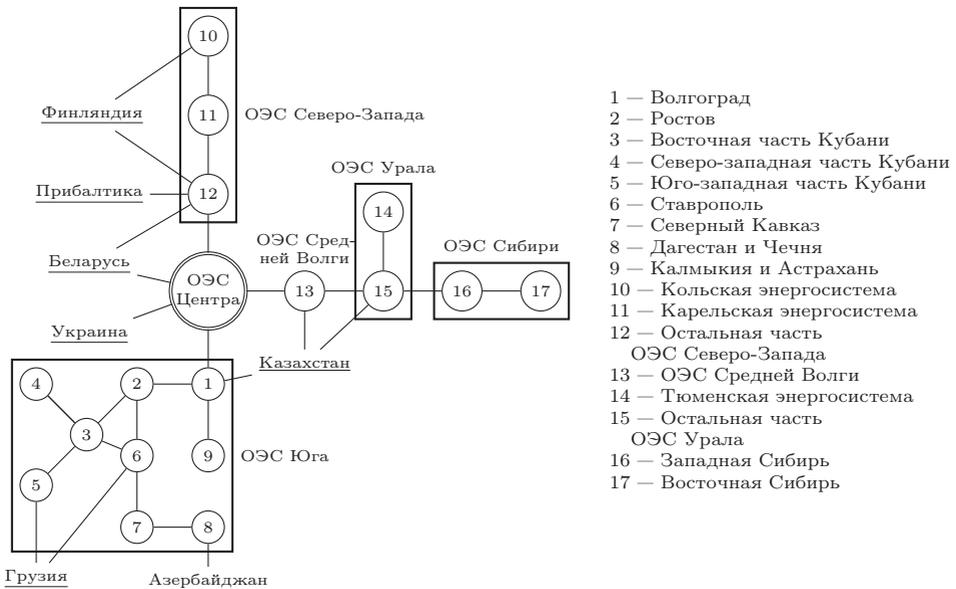


Рис. 15 — Двухуровневая схема взаимосвязи объединенных энергосистем

3. Агрегация мощностей в узлах укрупненной ЭЭС. В укрупненной ЭЭС узлы, между которыми связи полагаются сильными, склеиваются. То есть в каждом узле мощности генераторов и нагрузок складываются, МЛ средневзвешиваются по мощностям нагрузок. Узловые мощности на более высоком уровне включают узловые мощности более низкого уровня.

4. Эквивалентирование электрической сети. Эквивалентная схема должна отражать параметры значимых связей между подсистемами. В качестве таких параметров берутся взаимные активные сопротивления между подсистемами. Их расчет основан на хорошо известных методах эквивалентирования схем замещения сложных ЭЭС. Эквивалентные сопротивления необходимо учитывать при меняющейся топологии электрической сети.

5. Определение взаимосвязей между МЛ. Как было показано ранее, распределение МЛ может быть сильно неоднородно даже в отсутствие

влияния сетевых ограничений. Такая неоднородность характеризует слабые места в ЭЭС и отражается на стоимости электроэнергии. МЛ связаны между собой через параметры оптимального режима. Регрессионные модели строятся по горизонтальным связям в пределах одного иерархического уровня и по вертикальным связям при переходе от более высокого иерархического уровня к более низкому. При этом иерархический подход предполагает проведение расчетов сначала на верхнем уровне, далее на среднем уровне и при необходимости — на нижнем уровне.

6. Моделирование МЛ. Сам процесс моделирования проводится следующим образом. Определяются перспективные или прогнозные параметры: агрегированные мощности генераторов и нагрузок в узлах укрупненной ЭЭС на всех требуемых уровнях, взаимные активные сопротивления между узлами. Задается МЛ в МЛ-формирующем узле. МЛ в остальных МЛ-принимающих узлах определяются согласно полученным регрессионным моделям в соответствии с горизонтальной и вертикальной иерархиями связей. Процедура повторяется для всех рассматриваемых перспективных режимов.

В заключении приведены основные результаты работы:

1. Найдены основные закономерности между МЛ и параметрами режима ЭЭС, основанные на необходимых условиях оптимальности. Они заключаются в том, что мощность в оптимальном режиме балансируется регулируемыми узлами, т. е. узлами, активная мощность в которых по результатам оптимизации не была ограничена на минимальном или максимальном пределах регулирования. МЛ в таких узлах равен соответствующим параметрам в целевой функции.

На основе этого свойства разработана новая классификация узлов ЭЭС для оптимального режима, основанная на выделении известных (зафиксированных) и неизвестных переменных задачи оптимизации при внесении малого возмущения.

Новая классификация узлов при рассмотрении малого возмущения задачи оптимизации учитывает не только параметры режима (прямые переменные задачи оптимизации), но и множители Лагранжа (двойственные переменные). В этой классификации неизвестные параметры режима в узле соответствуют заданным известным множителям Лагранжа, и наоборот.

2. Предложены схемы взаимосвязи переменных задачи оптимизации в малой окрестности оптимального режима ЭЭС, основанные на новой классификации узлов ЭЭС и позволяющие составить математическую модель чувствительности задачи оптимизации. Разработаны математические модели чувствительности относительно реакций ЭЭС (неизвестных переменных) и относительно воздействий на ЭЭС (известных переменных). Расчет чувствительности

использован для анализа множителей Лагранжа, являющихся по определению производными целевой функции к соответствующим пределам ограничений.

3. Обосновано, что множители Лагранжа к уравнениям баланса активной и реактивной мощности представимы в виде взвешенной суммы параметров целевой функции. Разработан метод взвешенной декомпозиции МЛ, в котором вес каждого из параметров является приростом мощности в МЛ-формирующих узлах вследствие действия режима ЭЭС с регулируемыми узлами, вклада сетевых ограничений и ограничений по напряжению.

Показано, что разработанный метод взвешенной декомпозиции МЛ обеспечивает получение слагаемых, не зависящих от выбора базисного узла, и предоставляет возможность извлечь информацию о вкладе каждого сетевого ограничения и ограничения по напряжению в отдельности.

Таким образом, получена связь между множителями Лагранжа и параметрами оптимального режима и показано, что каждое слагаемое множителей Лагранжа имеет режимную и экономическую интерпретацию. Режимная интерпретация определяется откликом установившегося режима ЭЭС с регулируемыми узлами, а также реакцией оптимального режима, экономическая определяется параметрами целевой функции.

4. Предложенный метод взвешенной декомпозиции множителей Лагранжа задачи оптимизации режимов ЭЭС эффективно применяется на оптовом рынке электроэнергии и мощности, в силу того, что на нем в ежедневном режиме проводится оптимизация режимов ЭЭС, а множители Лагранжа к уравнениям баланса активной мощности в узлах ЭЭС рассматриваются как узловые равновесные цены, определяющие стоимость электроэнергии на рынке на сутки вперед и балансирующем рынке. Возможность напрямую связать узловые цены с входными данными в виде заявок участников оптового рынка, а затем выделить с помощью метода взвешенной декомпозиции факторы, определяющие тот или иной отклик МЛ-формирующих узлов, позволяет использовать разработанный метод взвешенной декомпозиции как инструмент анализа цен для принятия решений на оптовом рынке электроэнергии и мощности.
5. Предложено выделение на основе весовых коэффициентов декомпозиции МЛ устойчивых зон низких или высоких множителей Лагранжа, позволяющих сделать вывод о потенциале повышения эффективности и экономичности работы электростанций и электросетевого хозяйства. Анализ весовых коэффициентов множителей Лагранжа позволяет эффективно выделять:

- зоны обслуживания регулирующих узлов или замыкающих узлов,
- карманы нагрузки,
- зоны влияния сетевых ограничений,
- зоны влияния ограничений по напряжению.

Разработан эффективный алгоритм идентификации таких зон, предназначенный для работы в условиях ежедневных изменений ЭЭС из-за переключений, изменения нагрузки, включения и выключения генераторов. Алгоритм позволяет проводить ретроспективный анализ условий их появления и функционирования в различные периоды времени. Кроме того, он нацелен на инкрементальное (увеличивающееся за счет ежедневного прироста информации) обновление базы данных зон, что дает возможность использовать результаты определения зон при оценке ценовых сигналов оптового рынка электроэнергии и мощности.

6. Разработан метод эквивалентирования и упрощения ЭЭС, ориентированный на сохранение взаимосвязи между МЛ и параметрами оптимального режима. Он применим для моделирования МЛ в задачах планирования и перспективного развития в условиях, когда для решения задачи оптимизации не хватает данных и вычислительных ресурсов ЭВМ. Для реализации метода достаточно набора данных, содержащихся в схемах и программах развития ЭЭС, таких как мощность генераторов и нагрузок. Дополнительно рекомендовано использовать информацию о развитии электрических сетей в виде оценок эквивалентных взаимных сопротивлений между укрупненными узлами ЭЭС.
7. Предложенные укрупненные эквивалентные модели ЭЭС находят применение при определении перспективных цен и стоимости электроэнергии на рынке на сутки вперед. Их использование позволяет оценить различные сценарии развития ЕЭС России и рассмотреть различные инвестиционные проекты с точки зрения следствий их реализации на рынке электроэнергии.
8. Теоретические основы, разработанные в диссертационной работе, открывают новое направление для исследований в области анализа оптимальных режимов ЭЭС, а именно анализа взаимосвязи параметров оптимального режима ЭЭС и отвечающих им множителей Лагранжа. Практическое применение проведенных исследований показало целесообразность их использования на оптовых рынках электроэнергии с узловым ценообразованием, поскольку существенно упрощает или впервые позволяет
 - коммерческой инфраструктуре рынка
 - выявлять причины появления сложных случаев ценообразования,

- собирать статистику влияния различных факторов на узловые цены,
- оценивать исходя из узловых цен перспективную стоимость электроэнергии при реализации инвестиционных проектов;
- участникам оптового рынка
 - повысить точность при прогнозировании узловых цен,
 - определять и управлять факторами, влияющими на узловые цены.

Публикации автора по теме диссертации

В изданиях из списка ВАК РФ

1. *Vaskovskaya T.* Contribution of transmission and voltage constraints to the formation of locational marginal prices / T. Vaskovskaya, P. Guha Thakurta, J. Bialek // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. — 2018. — P. 491–499.
2. *Васьковская Т. А.* Вопросы формирования равновесных узловых цен оптового рынка электроэнергии / Т. А. Васьковская // Электрические станции. — 2017. — № 1. — С. 25–32.
3. *Vaskovskaya T. A.* Identifying Congestion Zones with Weighted Decomposition of Locational Marginal Prices / T. A. Vaskovskaya, P. G. Thakurta, J. W. Bialek // 2017 IEEE Manchester Powertech. — 2017. — P. 1–6.
4. Gaming Experiments for Analysis of Pricing Mechanisms at Electricity Markets / T. Vaskovskaya [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2016. — Vol. 49, no. 32. — P. 13–18.
5. *Васьковская Т. А.* Новая декомпозиция узловых цен на вклады ценообразующих заявок при оптимизации режимов электрических систем / Т. А. Васьковская // Электричество. — 2015. — № 7. — С. 21–31.
6. *Васьковская Т. А.* Применение линейного регрессионного анализа при моделировании и прогнозировании цен оптового рынка электроэнергии / Т. А. Васьковская // Вестник МЭИ. — 2015. — № 6. — С. 96–103.
7. *Volodin D. V.* Clustering Approach for Determination of Congestion Zones on Nodal Electricity Markets in Long Term Periods / D. V. Volodin, T. A. Vaskovskaya // 2015 IEEE Eindhoven PowerTech. — IEEE, 2015. — P. 1–6.

8. *Васьковская Т. А.* Определение зон влияния сетевых ограничений на узловые цены / Т. А. Васьковская, Д. В. Володин // Известия РАН. Энергетика. — 2014. — № 1. — С. 74–83.
9. *Vaskovskaya T. A.* Possibility of Controlling Nonregulated Prices in the Electricity Market by Means of Varying the Parameters of a Power System / Т. А. Vaskovskaya // Thermal Engineering. — 2014. — Vol. 61, no. 13. — P. 977–980.
10. *Васьковская Т. А.* Возможность управления свободными ценами рынка электроэнергии путем изменения параметров электрической сети и энергопринимающего оборудования / Т. А. Васьковская // Известия РАН. Энергетика. — 2014. — № 3. — С. 3–7.
11. *Володин Д. В.* Определение локальных рынков, обусловленных влиянием системных ограничений, на рынках электроэнергии / Д. В. Володин, Т. А. Васьковская // Труды МФТИ. — 2014. — Т. 6, № 4. — С. 17–32.
12. *Vaskovskaya T. A.* Market Price Signals for Customers for Compensation of Reactive Power / Т. А. Vaskovskaya // 2014 11th International Conference on the European Energy Market (EEM). — Krakow: IEEE, 2014. — P. 1–4.
13. *Vaskovskaya T. A.* LMP Dependence Function of Variable Parameters of Electric Power Network / Т. А. Vaskovskaya // 2014 11th International Conference on the European Energy Market (EEM). — Krakow: IEEE, 2014. — P. 1–5.
14. *Vaskovskaya T. A.* Taking into Account Non-linearity of Model of Wholesale Market of Electric Power in Calculation of Market Power / Т. А. Vaskovskaya // Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, Proceedings of NDES 2012. — Wolfenbüttel: VDE, 2012. — P. 1–4.
15. *Васьковская Т. А.* Способы расчета рыночной силы и оценки конкурентной среды применительно к оптовому рынку электроэнергии в России / Т. А. Васьковская // Известия РАН. Энергетика. — 2012. — № 4. — С. 30–48.
16. *Васьковская Т. А.* Показатели разницы узловых цен на оптовом рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская // Электричество. — 2007. — № 2. — С. 23–27.

В сборниках трудов конференций

17. *Васьковская Т. А.* Выделение локальных рынков, обусловленных влиянием сетевых ограничений, на рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская, Д. В. Володин // VIII Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий (ЭКМОД-2014)». — 2014.

18. *Валинцев А. Ю.* Оценка конкурентной среды оптового рынка мощности / А. Ю. Валинцев, Т. А. Васьковская // XXXIX Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Повышение эффективности электрического хозяйства потребителей в условиях ресурсных ограничений» с элементами научной школы для молодежи «Проведение научных исследований в области энергетики и энергосбережения». — М.: ТЕХНЕТИКА, 2009. — С. 237—239.
19. *Васьковская Т. А.* Оптимизация финансовых результатов потребителей на оптовом рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская // XXXIX Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Повышение эффективности электрического хозяйства потребителей в условиях ресурсных ограничений» с элементами научной школы для молодежи «Проведение научных исследований в области энергетики и энергосбережения». — М.: ТЕХНЕТИКА, 2009. — С. 235—237.

В прочих изданиях

20. *Vaskovskaya T.* 2746-node Polish Energy System Data of Transmission and Voltage Constraints Contribution to the Formation of LMP / Т. Vaskovskaya, P. G. Thakurta, J. Bialek. — 2017. — DOI: [10.5281/zenodo.1182758](https://doi.org/10.5281/zenodo.1182758).
21. *Vaskovskaya T. A.* Datasets for Explanation of Physical Interpretation for Locational Marginal Prices / Т. А. Vaskovskaya. — 2016. — DOI: [10.5281/zenodo.1188944](https://doi.org/10.5281/zenodo.1188944).
22. *Валинцев А. Ю.* Оценка соответствия схемы и программы развития ЕЭС России на 2010—2016 годы ценовым сигналам оптового рынка электрической энергии и мощности / А. Ю. Валинцев, Т. А. Васьковская // ТЭК. Стратегии развития. — 2010. — № 6. — С. 77—81.
23. *Валинцев А. Ю.* Варианты модели долгосрочного конкурентного отбора генерирующей мощности / А. Ю. Валинцев, Т. А. Васьковская // Энергорынок. — 2009. — № 11.
24. *Васьковская Т. А.* Комплексный подход к проблеме оценки монопольного положения поставщиков на рынке электроэнергии / Т. А. Васьковская, В. А. Краснова // Энергорынок. — 2008. — № 9. — С. 45—47.

Васьковская Татьяна Александровна

Анализ оптимальных режимов электроэнергетических систем на основе
множителей Лагранжа

Подписано в печать _____.____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 2. Тираж 100 экз.

Типография _____